

ANALISIS REGRESI ROBUST ESTIMASI-S MENGGUNAKAN PEMBOBOT WELSCH DAN TUKEY BISQUARE

S-ESTIMATION OF ROBUST REGRESSION ANALYSIS USES WELSCH AND TUKEY BISQUARE WEIGHTING

Oleh: Zuni Setiarini¹⁾, Endang Listyani²⁾,
Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY
zuni.setiarinii@gmail.com¹⁾, listy_mathuny@yahoo.co.id²⁾

Abstrak

Metode Kuadrat Terkecil (MKT) merupakan salah satu metode estimasi parameter dalam analisis regresi. Apabila pada data terdapat *outlier*, MKT kurang tepat dilakukan. Hal ini dapat diatasi menggunakan regresi *robust*. Salah satu metode yang dapat digunakan dalam regresi *robust* adalah estimasi-S. Pada estimasi-S dapat digunakan beberapa fungsi pembobot. Tujuan dari penelitian ini untuk menjelaskan analisis regresi *robust* estimasi-S menggunakan pembobot *Welsch* dan *Tukey bisquare* dan membandingkan keefektifan dari kedua pembobot tersebut ditinjau dari nilai *standard error* dan *adj R-square* pada contoh kasus data Indeks Pembangunan Manusia menurut provinsi tahun 2015. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa regresi *robust* estimasi-S menggunakan pembobot *Welsch* lebih efektif dibandingkan pembobot *Tukey bisquare* dalam mengatasi *outlier*. Metode yang memiliki nilai *standard error* paling kecil dan *adj R-square* paling besar adalah metode terbaik. Berdasarkan perhitungan program R diperoleh nilai *standard error* pembobot *Welsch* sebesar 0,57 lebih kecil daripada pembobot *Tukey bisquare* yaitu sebesar 0,75 sedangkan untuk nilai *adj R-square* pembobot *Welsch* sebesar 0,94 lebih besar daripada pembobot *Tukey bisquare* yaitu sebesar 0,92.

Kata kunci: *outlier*, metode kuadrat terkecil, analisis regresi *robust*, estimasi-S, *Welsch*, *Tukey bisquare*

Abstract

Ordinary Least Squares (OLS) is one of estimation parameter method in regression analysis. Outlier data could not be applied by OLS properly but it could be analyzed by robust regression. A method that could be used in robust regression is S-estimation. S-estimation uses some weighting. This study aims to S-estimation of robust regression analysis which use Welch and Tukey bisquare weighting; compare the effectivity of two weighting based on standard error and adj R-square such as a Human Development Index on 2015. The results of this study are S-estimation robust regression analysis which use Welsch is more efective than Tukey Bisquare for outlier data. The lowest standard error of method and highest adj R-square is the best method in calculating. Based on R program, standar error $Welsch_{0,57} < Tukey\ bisquare_{0,75}$ whereas $adj\ R-square\ Welsch_{0,94} > Tukey\ bisquare_{0,92}$.

Keywords: *outlier*, ordinary least squares, robust regression analysis, S-estimation, *Welsch*, *Tukey bisquare*

PENDAHULUAN

Analisis regresi linier merupakan teknik dalam statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variabel dependen dengan satu atau lebih variabel independen. Salah satu tujuan analisis regresi adalah untuk mengestimasi rata-rata populasi atau nilai rata-rata variabel dependen berdasarkan nilai variabel independen yang diketahui. Hasil dari analisis regresi berupa koefisien regresi untuk

masing-masing variabel independen. Pada umumnya digunakan metode kuadrat terkecil untuk mengestimasi koefisien regresi. Akan tetapi, apabila pada data terdapat *outlier*, metode kuadrat terkecil kurang tepat dilakukan. Oleh karena itu diperlukan suatu alternatif terhadap keberadaan *outlier* yaitu regresi *robust*.

Regresi *robust* diperkenalkan oleh Andrews (1972). Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi

dari error tidak normal dan atau adanya beberapa *outlier* yang berpengaruh pada model (Olive, 2005: 3). Metode ini merupakan cara untuk menganalisis data yang dipengaruhi *outlier* sehingga dihasilkan model yang *robust* atau resisten terhadap *outlier*. Suatu estimasi yang resisten adalah estimasi yang relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan kecil pada bagian besar data.

Menurut Chen (2002: 1), regresi *robust* terdiri dari 5 metode estimasi, yaitu (1) estimasi-M (*Maximum Likelihood type*), (2) estimasi-LMS (*Least Median Squares*), (3) estimasi-LTS (*Least Trimmed Squares*), (4) estimasi-MM (*Method of Moment*), dan (5) estimasi-S (*Scale*). Kelima metode regresi tersebut mempunyai kelebihan dan kelemahan masing-masing. Dilihat dari nilai *breakdown point*-nya, estimasi-S merupakan estimasi *robust* yang mempunyai nilai *breakdown point* paling tinggi hingga 50%. Menurut Huber (1981: 13), *breakdown point* adalah fraksi terkecil atau persentase dari *outlier* yang dapat menyebabkan nilai estimator menjadi besar. *Breakdown point* digunakan untuk menjelaskan ukuran kerobustan dari teknik *robust*. Estimasi-S memiliki beberapa fungsi pembobot diantaranya adalah *Welsch* dan *Tukey bisquare*. Fungsi pembobot ini digunakan untuk menghasilkan nilai skala pembobot yang diperoleh dengan cara melakukan iterasi hingga estimator yang diperoleh konvergen. Analisis regresi *robust* pernah dilakukan oleh beberapa peneliti terdahulu, berikut diantaranya: Yuliana Susanti, Hasih Pratiwi, Sri Sulistijowati dan Twenty Liana (2014) tentang “*M-Estimation, S-*

Estimation, and MM-Estimation in Robust Regression”, dari ketiga metode estimasi tersebut dibandingkan keefektifannya dalam mengatasi *outlier* ditinjau dari nilai *adj R-square* dan diperoleh estimasi-S adalah metode estimasi yang paling optimum; Anggono Harman (2014) tentang “Perbandingan Pembobot *Tukey Bisquare* dan Pembobot *Fair* dalam Regresi *Robust-M*”, dari kedua pembobot tersebut diperoleh pembobot *Tukey bisquare* menghasilkan model regresi yang lebih baik dibandingkan pembobot *Fair* dan; Dian Cahyawati, Hadi Tanuji, dan Riri Abdiati (2009) tentang “Efektivitas Metode Regresi *Robust* Penduga *Welsch* dalam Mengatasi Pencilan pada Pemodelan Regresi Linear Berganda”, diperoleh hasil bahwa pendugaan parameter menggunakan metode regresi *robust* penduga *Welsch* menghasilkan model regresi yang lebih baik dari metode kuadrat terkecil untuk berbagai ukuran sampel dan banyak *outlier*.

Data yang digunakan dalam contoh kasus penelitian ini adalah data Indeks Pembangunan Manusia menurut provinsi di Indonesia tahun 2015. Indeks Pembangunan Manusia mempunyai tiga dimensi dasar yaitu: (1) umur panjang dan hidup sehat, (2) pengetahuan, dan (3) standar hidup layak, dari ketiga dimensi dasar tersebut mempunyai komponen-komponen, beberapa diantaranya adalah rata-rata lama sekolah dan Upah Minimum Regional (UMR). Sedangkan untuk konsep pembangunan manusia adalah pertumbuhan ekonomi yang menekankan pada Produk Domestik Regional Bruto (PDRB).

Penerapan analisis regresi *robust* estimasi-S menggunakan pembobot *Welsch* dan *Tukey bisquare* digunakan untuk menentukan

model estimasi terbaik dan membandingkan keefektifan kedua metode tersebut dalam mengatasi *outlier* ditinjau dari nilai *standard error* dan *adj R-square* pada data Indeks Pembangunan Manusia menurut provinsi di Indonesia tahun 2015. Ukuran kerobustan dari pembobot *Welsch* dan *Tukey bisquare* dilihat dari nilai skala *robust* yang dihasilkan. Semakin kecil nilai skala yang dihasilkan dari suatu pembobot maka semakin *robust* (resisten) terhadap *outlier*.

PEMBAHASAN

Menurut Sembiring (1995: 32), model regresi adalah model yang memberikan gambaran mengenai hubungan antara variabel bebas dengan variabel terikat. Jika analisis dilakukan untuk satu variabel bebas dengan variabel terikat, maka regresi ini disebut regresi linier sederhana. Menurut Draper & Smith (1998: 22) bentuk umum dari regresi linier sederhana adalah sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

dengan,

Y_i : nilai variabel dependen pada observasi ke- i

X_i : nilai variabel independen pada observasi ke- i

β_0, β_1 : parameter koefisien regresi

ε_i : *error* yang bersifat random

Salah satu metode untuk mengestimasi parameter dalam model regresi adalah metode kuadrat terkecil. Dalam model regresi parameter β_0 dan β_1 tidak diketahui, sehingga perlu diestimasi. Estimasi parameter yang biasa digunakan adalah metode kuadrat terkecil yaitu

dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat. Dari persamaan (1) dapat ditulis:

$$J = \min \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \min \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2$$

Metode kuadrat terkecil kurang tepat dilakukan apabila pada data terdapat *outlier*. *Outlier* adalah kasus atau data yang memiliki karakteristik unik yang penyebarannya terlihat jauh dari observasi-observasi lainnya dan muncul dalam bentuk nilai ekstrim, baik untuk sebuah variabel tunggal maupun variabel kombinasi (Imam Ghazali, 2011: 40). Data berpengaruh adalah data yang mempunyai pengaruh besar dalam pendugaan koefisien regresi. Pengamatan berpengaruh dapat ditelusuri dengan membandingkan hasil analisis pada data lengkap dengan analisis yang salah satu pengamatan dihapus. Jika penghapusan pengamatan menyebabkan perubahan yang besar pada hasil analisis maka pengamatan tersebut dikatakan berpengaruh. Terdapat dua metode untuk mendeteksi pengamatan berpengaruh antara lain :

- Scatter plot*, jika terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola kumpulan data maka hal ini mengindikasikan adanya *outlier*.
- Menurut Montgomery dan Peck (1992), jarak *Cook* merupakan jarak antara penduga parameter untuk n pengamatan dan penduga parameter tanpa pengamatan ke- i menggunakan metode kuadrat terkecil. Ukuran jarak *Cook* didefinisikan sebagai :

$$D_i = \left(\frac{1}{k}\right) \left(\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}}\right) \left(\frac{\varepsilon_i^2}{MSE(1 - h_{ii})}\right)$$

Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari error

tidak normal dan atau adanya beberapa *outlier* yang berpengaruh pada model. Regresi *robust* digunakan untuk mendeteksi *outlier* dan memberikan hasil yang resisten terhadap adanya *outlier*. Efisiensi dan *breakdown point* digunakan untuk menjelaskan ukuran kerobustan dari teknik *robust*. Efisiensi menjelaskan seberapa baiknya suatu teknik *robust* sebanding dengan metode kuadrat terkecil tanpa *outlier*. Semakin tinggi efisiensi dan *breakdown point* dari suatu estimator maka semakin *robust* (resisten) terhadap *outlier*.

Estimasi-S merupakan estimasi *robust* yang dapat mencapai *breakdown point* hingga 50%. Karena estimasi-S dapat mencapai *breakdown point* hingga 50%, maka estimasi ini dapat mengatasi setengah dari *outlier* dan memberikan pengaruh yang baik bagi pengamatan lainnya. Pada metode kuadrat terkecil, estimator diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat error pada persamaan umum regresi linier. Estimasi-S didefinisikan

$$\hat{\beta}_s = \arg \min_{\beta} \hat{\sigma}_s (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$$

Estimator $\hat{\beta}$ pada metode regresi *robust* estimasi-S diperoleh dengan cara melakukan iterasi hingga diperoleh hasil yang konvergen. Cara tersebut dikenal sebagai metode kuadrat terkecil terboboti secara iteratif (*Iteratively Reweighted Least Square*) dengan prosedur (Fox, 2002):

1. Dipilih estimator awal yang diperoleh melalui metode kuadrat terkecil:

$$\begin{aligned} \sum Y_i - n\beta_0 - \beta_1 \sum X_i &= 0 \\ \sum Y_i X_i - \beta_0 \sum X_i - \beta_1 \sum X_i^2 &= 0 \end{aligned}$$

2. Pada setiap iterasi ke- t , dihitung residual $\varepsilon_i = y_i - x_i \hat{\beta}^{(t-1)}$, skala $\hat{\sigma}^{(t-1)}$, residual terstandarisasi $u_i^{(t-1)} = \frac{\varepsilon_i^{(t-1)}}{\hat{\sigma}^{(t-1)}}$, dan bobot $w_i^{(t-1)} = \frac{\psi(u_i^{(t-1)})}{u_i^{(t-1)}}$ dari iterasi sebelumnya.
3. Dihitung estimator kuadrat terkecil terboboti menggunakan bobot pada langkah ke-2

$$\hat{\beta}^{(t)} = (X'W^{(t-1)}X)^{-1} X'W^{(t-1)}Y$$
4. Langkah ke-2 dan ke-3 berulang hingga estimator yang diperoleh konvergen. Dengan kata lain, jika $|\hat{\beta}_j^{(t)} - \hat{\beta}_j^{(t-1)}|$ cukup kecil atau samadengan 0 untuk $j = 0, 1, 2, \dots, k$.

Pembobot yang dapat digunakan dalam regresi *robust* estimasi-S adalah *Welsch*. Holland & Welsch (1977) mendefinisikan fungsi *Welsh* dalam persamaan berikut:

$$\rho(u) = \frac{c^2}{2} \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right) \right]$$

Kemudian untuk fungsi pengaruh ψ yang merupakan turunan dari ρ adalah sebagai berikut:

$$\psi(u) = u \left[\exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right) \right]$$

dan untuk fungsi pembobot *Welsch*:

$$w = \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right)$$

dengan nilai $c = 2,9846$. Nilai c adalah *tuning constant* yang telah ditetapkan untuk menentukan tingkat kerobustan suatu pembobot.

Fungsi pembobot yang lain yaitu fungsi *Tukey bisquare*. Fungsi *Tukey bisquare* didefinisikan sebagai berikut (Rousseeuw & Yohai, 1984: 260):

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{u^2}{2} - \frac{u^4}{2b^2} - \frac{u^6}{6b^4}, & |u| \leq b \\ \frac{b^2}{6}, & |u| > b \end{cases}$$

Fungsi pengaruh *Tukey bisquare*,

$$\psi(u) = \begin{cases} u \left(1 - \left(\frac{u}{b}\right)^2\right)^2 & , |u| \leq b \\ 0 & , |u| > b \end{cases}$$

Fungsi pembobot dirumuskan sebagai berikut:

$$w(u) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u}{b}\right)^2\right]^2 & , |u| \leq b \\ 0 & , |u| > b \end{cases}$$

dengan nilai $b = 4,685$ (Rousseeuw & Yohai, 1984: 263).

Untuk menentukan metode terbaik ditinjau dari nilai *standard error* dan *adj R-square*. *Standard error* mengukur besarnya variansi model regresi, semakin kecil nilainya semakin baik model regresinya. Untuk melakukan identifikasi *outlier*, diperhatikan nilai-nilai dari *standardized residual*. Jika nilai dari *standardized residual* lebih dari 3,5 atau kurang dari -3,5 maka data tersebut dikatakan sebagai *outlier* (Yaffe, 2002: 35). Adapun perhitungan nilai *adjusted R-square* adalah sebagai berikut:

$$\bar{R} = 1 - (1 - R^2) \times \frac{n-1}{n-k},$$

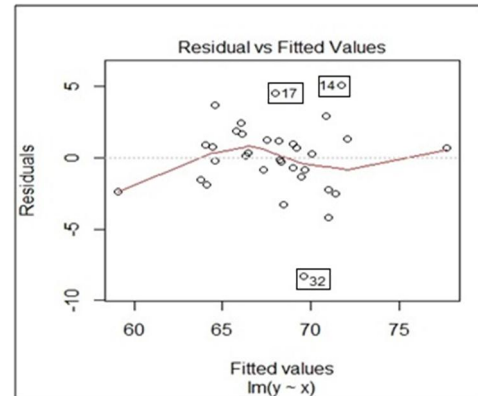
semakin besar nilainya semakin baik model regresinya.

Data yang digunakan merupakan data yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik berupa buku yang berjudul “Indeks Pembangunan Manusia 2015” dan “Perkembangan Beberapa Indikator Utama Sosial-Ekonomi Indonesia 2015”. Adapun variabel yang digunakan antara lain: Indeks Pembangunan Manusia (Y), rata-rata lama sekolah (X_1), Upah Minimum Regional (UMR) (X_2), dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) (X_3).

Hasil deteksi *outlier* adalah sebagai berikut:

1. Scatter Plot

Berdasarkan perhitungan menggunakan program R, scatter plot dapat dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar 1. Scatter Plot Deteksi *Outlier*

Berdasarkan gambar diatas terlihat bahwa data ke 14, 17, dan 32 mempunyai residual yang besar dan ketiga data tersebut jauh dari pola kumpulan data.

2. Cook's Distance

Suatu data diduga sebagai *outlier* jika nilai *Cook's Distance* $> 4/n$, dengan n adalah banyaknya data. Pada data ini $n = 33$ sehingga suatu data dikatakan *outlier* jika nilai *Cook's Distance* $> \left(\frac{4}{n}\right) = 0,1212$.

Berdasarkan program R, nilai *Cook's Distance* pada data ke-14, 32, dan 33 berturut-turut ($3,475852e - 01$); ($2,963114e - 01$); dan ($1,995136e - 01$) yang ketiganya lebih dari 0,1212; maka dapat dikatakan bahwa data tersebut adalah *outlier*.

Adanya *outlier* dalam data observasi mengakibatkan hasil estimasi parameter dengan metode kuadrat terkecil tidak tepat. Oleh karena itu, *outlier* dari data observasi dihilangkan, kemudian menganalisis data tanpa *outlier* dengan

metode kuadrat terkecil. Hal ini dilakukan untuk mendapatkan estimasi awal sebagai pembanding dengan estimasi lainnya. Dalam contoh kasus ini, terdapat beberapa data yang dihapus dari penelitian karena merupakan *outlier*. Data yang dihapus adalah data ke 14, 17, 32, dan 33, kemudian menganalisis data tanpa melibatkan *outlier* dengan metode kuadrat terkecil. Berdasar output program R didapat koefisien variabel untuk metode kuadrat terkecil tanpa *outlier* sebagai berikut:

Tabel 1. Koefisien Variabel Metode Kuadrat Terkecil (tanpa outlier)

Variabel	Koefisien
Konstanta	4,512e+01
Rata-rata Lama Sekolah	2,188e+00
UMR	2,319e-06
PDRB	3,004e-03

Nilai *standard error* dan *adj R-square* sebagai berikut:

Tabel 2. Nilai Standard Error dan Adj R-Square MKT (tanpa outlier)

<i>Standard Error</i>	1,551
<i>Adj R-Square</i>	0,777

Koefisien variabel dengan pembobot *Welsch* sebagai berikut:

Tabel 3. Koefisien Variabel Estimasi-S Pembobot Welsch

Variabel	Koefisien
Konstanta	4,517860e+01
Rata-rata Lama Sekolah	2,241086e+00
UMR	2,214496e-06
PDRB	2,329118e-03

Nilai *standard error* dan *adj R-square* dapat dilihat pada tabel 4.

Tabel 4. Nilai Standard Error dan Adj R-Square Estimasi-S Pembobot Welsch

<i>Standard Error</i>	0,575
<i>Adj R-Square</i>	0,937

Sedangkan untuk nilai skala *robust* dan banyaknya iterasi diperoleh nilai skala *robust* estimasi-S menggunakan pembobot *Welsch* sebesar 1,930279 yang didapat dari iterasi ke-41 hingga konvergen.

Koefisien variabel dengan pembobot *Tukey bisquare* sebagai berikut

Tabel 5. Koefisien Variabel Estimasi-S Pembobot Tukey bisquare

Variabel	Koefisien
Konstanta	4,397457e+01
Rata-rata Lama Sekolah	2,444729e+00
UMR	1,914014e-06
PDRB	2,246621e-03

Nilai *standard error* dan *adj R-square* sebagai berikut:

Tabel 6. Nilai Standard Error dan Adj R-Square Estimasi-S Pembobot Tukey bisquare

<i>Standard Error</i>	0,749
<i>Adj R-Square</i>	0,920

Sedangkan untuk nilai skala *robust* dan banyaknya iterasi diperoleh nilai skala *robust* dengan estimasi-S menggunakan pembobot *Tukey bisquare* sebesar 1,967276 yang didapat dari iterasi ke-111 hingga konvergen.

Jika disajikan dalam tabel, metode pencarian koefisien β dapat dibandingkan dalam tabel 7.

Tabel 7. Nilai Perbandingan *Standard Error* dan *Adj-R Square*

Metode	<i>Standard Error</i>	<i>Adj-R²</i>
Metode kuadrat terkecil (tanpa <i>outlier</i>)	1,551	0,777
Estimasi S dengan pembobot <i>Welsch</i>	0,575	0,937
Estimasi S dengan pembobot <i>Tukey bisquare</i>	0,749	0,920

Dari tabel diatas, digunakan dua nilai perbandingan untuk masing-masing metode yaitu *standard error* dan *adj R-Square*. Metode terbaik adalah metode yang memiliki nilai *standard error* paling kecil dan *adj R-Square* paling besar. Dari tabel diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa analisis regresi *robust* dengan estimasi-S fungsi *Welsch* merupakan metode yang paling baik. Didapat model terbaik dari pembobot *Welsch* sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 45,1786 + 2,241086X_1 + 0,0000002X_2 + 0,002329X_3.$$

Model regresi tersebut dapat diartikan sebagai berikut:

- Setiap peningkatan satu tahun rata-rata lama sekolah (X_1) maka akan meningkatkan Indeks Pembangunan Manusia (\hat{Y}) sebesar 2,24%, apabila UMR (X_2) dan PDRB (X_3) tetap.
- Setiap peningkatan satu rupiah UMR (X_2) maka akan meningkatkan Indeks Pembangunan Manusia (\hat{Y}) sebesar 0,000002% apabila rata-rata lama sekolah (X_1) dan PDRB (X_3) tetap.

- Setiap peningkatan satu rupiah PDRB (X_3), maka akan meningkatkan Indeks Pembangunan Manusia (\hat{Y}) sebesar 0,0023% apabila rata-rata lama sekolah (X_1) dan UMR (X_2) tetap.
- Jika rata-rata lama sekolah (X_1), UMR (X_2), dan PDRB (X_3) sama dengan 0, maka Indeks Pembangunan Manusia sebesar 45,2%.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Prosedur analisis regresi *robust* estimasi-S menggunakan fungsi pembobot *Welsch* dan *Tukey bisquare* adalah sebagai berikut: (1) memilih estimator awal yang diperoleh melalui metode kuadrat terkecil; (2) pada setiap iterasi ke- t , dihitung residual, skala, dan residual terstandarisasi; (3) menghitung estimator kuadrat terkecil terboboti; (4) langkah 2 dan 3 berulang hingga estimator yang diperoleh konvergen. Berdasarkan perhitungan program R, analisis regresi *robust* estimasi-S menggunakan pembobot *Welsch* dan *Tukey bisquare* diperoleh nilai *standard error* pembobot *Welsch* lebih kecil dari pembobot *Tukey bisquare* yaitu $0,575 < 0,749$ dan nilai *adj - R²* *Welsch* lebih besar dari *Tukey bisquare* yaitu $0,937 > 0,920$. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa regresi *robust* estimasi-S menggunakan pembobot *Welsch* dengan model regresi

$$\hat{Y} = 45,1786 + 2,241086X_1 + 0,0000002X_2 + 0,002329X_3$$

merupakan metode yang memberikan hasil lebih efektif daripada regresi *robust* estimasi-S menggunakan pembobot *Tukey bisquare*.

Saran

Untuk penelitian selanjutnya, dapat menggunakan metode-metode estimasi regresi robust yang lain sebagai alternatif untuk mengatasi permasalahan outlier yang tidak dapat diselesaikan dengan metode kuadrat terkecil, misalnya: estimasi-M, estimasi-MM, LTS, dan LMS, serta memilih metode yang digunakan untuk mendeteksi *outlier* sesuai dengan hal yang mendukung tujuan penelitian atau olahan data.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik. (2015). Perkembangan Beberapa Indikator Utama Sosial-Ekonomi Indonesia tahun 2015. www.bps.go.id. Diakses pada tanggal 2 April 2016 pukul 09.00 WIB.
- _____. (2015). Indeks Pembangunan Manusia tahun 2015. www.bps.go.id. Diakses pada tanggal 2 April 2016 pukul 09.45 WIB.
- Chen, C., (2002). *Robust Regression and Detection with the Robustreg Procedure. Statistics and Data Analysis*. SAS Institute: Cary, NC.
- Dian, C., Hadi, T. & Riri, A. (2009). Efektivitas Metode Regresi *Robust* Penduga *Welsch* dalam Mengatasi Pencilan pada Pemodelan Regresi Linear Berganda. Fakultas MIPA. Universitas Sriwijaya.
- Draper, N.R., & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis*. New York: John Wiley and sons.
- Fox, J. (2002). *Robust Regression. Apendix to An R and S-Plus Companion to Applied Regression*. <http://cran.r-project.org/doc/contrib/Fox-Companion/appendix-robust-regression.pdf>. Diakses pada tanggal 18 Juni 2016 pukul 21.55 WIB.
- Harman, Anggono. (2014). Perbandingan Pembobot *Tukey Bisquare* dan Pembobot *Fair* dalam Regresi *Robust-M*. Jurnal Mahasiswa Statistika. Vol. 2, No.4. Universitas Brawijaya.
- Holland, P. & Welsch, R. (1977). *Robust Regression Using Interactively Reweighted Least-Squares*.
- Huber, P.J. (1981). *Robust Statistics*. Canada: A John Wiley & Sons, Inc.
- Imam Ghozali. (2011). *Aplikasi Analisis Multivariat dengan Program SPSS*. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.
- Montgomery, D.C., Peck, E.A., & Vining, G.G. (1992). *Introduction to Linear Regression Analysis*. Toronto: John Wiley & Sons.
- Olive, D.J. (2005). *Applied Robust Statistics*. Carbondale: Southern Illinois University.
- Rousseew, P & Yohai. (1984). *Robust Regression by Means of S-Estimator*. Volume 26 of Lecture Notes in Statistics. Halaman: 256-272. New York.
- Sembiring, R. K. (1995). *Analisis Regresi*. Kota Bandung: ITB.
- Yaffee. A. R. (2002). *Robust Regression Modelling with STATA Lecture Notes*. Avenue: Social Science and Mapping Group Academic Computing Services.
- Yuliana Susanti., Hasih Pratiwi., & Sri Sulistijowati H. (2014). *M-Estimation, S-Estimation, And MM-Estimation in Robust Regression*. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. Volume 91 No. 3. Halaman: 349-360.