

**PEMILIHAN *BANDWIDTH* PADA ESTIMATOR NADARAYA-WATSON DENGAN TIPE
KERNEL GAUSSIAN PADA DATA *TIME SERIES***

(Studi Kasus: Penutupan Indeks Harga Saham Harian *Jakarta Islamic Index* (JII) Periode 1 Januari
2016 –30April 2016)

JURNAL

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains



Oleh :
Joko Andy Saputra
NIM : 12305141003

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2016**

PERSETUJUAN

Jurnal dengan judul

**PEMILIHAN *BANDWIDTH* PADA ESTIMATOR NADARAYA-WATSON
DENGAN TIPE KERNEL GAUSSIAN PADA DATA *TIME SERIES***

(Studi Kasus: Penutupan Indeks Harga Saham Harian *Jakarta Islamic Index* (JII)

Periode 1 Januari 2016 –30April 2016)



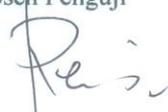
yang disusun oleh,

Nama : Joko Andy Saputra
NIM : 12305141003
Prodi : Matematika

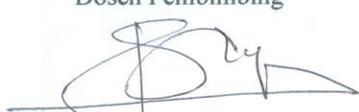
Telah disetujui oleh Dosen Pembimbing dan direview oleh Dosen penguji untuk
Memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh Gelar Sarjana Sains.

Yogyakarta, 13 September 2016

Direview
Dosen Penguji


Retno Subekti, M.Sc
NIP. 19811116 200501 2 002

Disetujui
Dosen Pembimbing


Endang Listyani, M.S
NIP. 19591115 198601 2 001

PEMILIHAN BANDWIDTH PADA ESTIMATOR NADARAYA-WATSON DENGAN TIPE KERNEL GAUSSIAN PADA DATA TIME SERIES

(Studi Kasus: Penutupan Indeks Harga Saham Harian *Jakarta Islamic Index* (JII) Periode 1 Januari 2016 –30April 2016)

SELECTION OF THE BANDWIDTH ON NADARAYA-WATSON ESTIMATOR WITH GAUSSIAN KERNEL TYPE ON TIME SERIES DATA

(Case Study: Closing Stock Price Index of the *Jakarta Islamic Index* (JII) Period 1 January 2016 - 30April 2016)

Oleh: Joko Andy Saputra¹⁾, Endang Listyani, M.S²⁾

Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA, UNY

andyray125@gmail.com¹⁾, listy_matuny@yahoo.com²⁾

Abstrak

Analisis regresi nonparametrik merupakan analisis regresi dengan pendugaan model yang dilakukan berdasarkan pendekatan yang tidak terikat asumsi tertentu. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membandingkan manakah dari metode-metode *bandwidth* yang *optimal* untuk mengestimasi harga saham *Jakarta Islamic Index* (JII) dalam rentang waktu 1 Januari 2016 sampai dengan 30 April 2016. Beberapa metode yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai *bandwidth* adalah metode *Rule of Thumb*, metode *Unbiased Cross Validation* (UCV), metode *Biased Cross Validation* (BCV), dan metode *Complete Cross Validation* (CCV). Dalam penelitian ini menggunakan bantuan software R 3.2.3 dan SPSS versi 20. Perbandingan nilai *Mean Square Error* (MSE) digunakan untuk mengetahui metode yang lebih baik dalam mengestimasi kasus harga saham *Jakarta Islamic Index* (JII). Nilai MSE yang paling kecil diperoleh menggunakan metode CCV yaitu 19,4 dan nilai *bandwidth* CCV yaitu 4,7

Kata kunci: Regresi Nonparametrik, Regresi Kernel, Fungsi Gaussian, Estimator Nadaraya-Watson, *Cross Validation*, *Bandwidth*.

Abstract

Nonparametric regression analysis is a regression analysis with model estimation that is performed based on approach untied to certain assumptions. This study's aim is to compare which bandwidth methods was optimum to estimate Jakarta Islamic Index (JII) stock price between 1 January 2016 to 30 April 2016. Some proper methods to obtain bandwidth value are Rule of Thumb, Unbiased Cross Validation (UCV) method, Biased Cross Validation (BCV) method, and Complete Cross Validation (CCV) method. This research used R 3.2.3 and SPSS version 20. Mean Square Error (MSE) value comparison was used to determine the best method to estimate JII stock price. The least MSE value was obtained using CCV method which was 19.4 and CCV bandwidth value was 4.7.

Keywords: Nonparametric Regression, Kernel Regression, Gaussian Function, Nadaraya-Watson Estimator, Cross Validation, Bandwidth.

A. PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan metode analisis data yang menggambarkan hubungan antara variabel respon dengan satu atau beberapa variabel prediktor. Misalkan X adalah variabel prediktor dan Y adalah variabel respon untuk n pengamatan berpasangan $\{x, y\}$, maka hubungan linear antara variabel prediktor dan variabel respon tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = m(X_i) + \varepsilon_i, \quad i=1, 2, 3, \dots, n$$

dengan ε_i adalah sisaan yang diasumsikan independen dengan mean nol dan variansi σ_i , serta $m(X_i)$ adalah fungsi regresi atau kurva regresi. Menurut Hardle (1990:4), untuk mengestimasi $m(X_i)$ ada dua pendekatan yang dapat digunakan dalam menentukan kurva regresi yaitu pendekatan regresi parametrik dan pendekatan regresi nonparametrik.

Pendekatan regresi parametrik mengasumsikan bentuk hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor diketahui atau diperkirakan dari kurva regresi. Menurut Hardle (1990:6), pendekatan regresi nonparametrik digunakan untuk mengestimasi kurva regresi memiliki beberapa tujuan utama, yaitu memberikan metode untuk menghubungkan antara dua variabel secara umum, menghasilkan prediksi dari observasi walaupun dibuat tanpa referensi, serta merupakan metode yang fleksibel untuk mensubstitusi nilai-nilai yang hilang antara variabel prediktor yang berdekatan. Pendekatan regresi nonparametrik merupakan pendekatan regresi yang sesuai untuk pola data yang tidak diketahui bentuknya, atau tidak terdapat informasi masa lalu tentang pola data (I Nyoman Budiantara, 2010:1).

Pada regresi nonparametrik data akan mencari bentuk estimasinya sendiri tanpa di pengaruhi oleh subjektifitas dari peneliti, sehingga pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi (Eubank, 1988:3). Menurut I Nyoman Budiantara (2010:1), terdapat beberapa teknik untuk

mengestimasi kurva regresi dalam regresi nonparametrik, yaitu kernel, histogram, *spline*, Deret *Fourier*, *Wavelets*, *orthogonal*. Salah satu pendekatan regresi nonparametrik yang digunakan dalam penelitian ini adalah regresi kernel.

Regresi kernel merupakan salah satu analisis nonparametrik dengan metode *smoothing*. *Smoothing* telah menjadi sinonim dengan metode-metode nonparametrik yang digunakan untuk mengestimasi fungsi-fungsi. Regresi kernel memiliki bentuk yang fleksibel dan perhitungan matematisnya mudah disesuaikan. Pada regresi kernel dikenal suatu estimator yang biasanya digunakan untuk mengestimasi fungsi regresi yaitu estimator Nadaraya-Watson.

Estimasi dengan pendekatan kernel tergantung pada dua parameter yaitu *bandwidth* dan fungsi kernel. Ada tujuh fungsi kernel antara lain *Uniform*, *Triangle*, *Epanechnikov*, *Quartic*, *Triweight*, *Gaussian*, dan *Cosinics*. Diantara ke-tujuh fungsi kernel tersebut pada penelitian ini dipilih fungsi kernel *Gaussian*.

Bandwidth yang terlalu kecil akan menyebabkan fungsi yang diestimasi tersebut menjadi sangat kasar sehingga hubungan variansinya tinggi dan memiliki potensi bias yang rendah. Sebaliknya jika *bandwidth* yang terlalu besar menyebabkan fungsi yang diestimasi tersebut menjadi sangat mulus sehingga hubungan variansinya rendah dan memiliki potensi bias yang besar. Oleh karena itu, diperlukan pemilihan *bandwidth* optimal. Pemilihan *bandwidth* yang optimal dilakukan dengan cara memperkecil tingkat kesalahan. Semakin kecil tingkat kesalahan semakin baik estimasinya. Untuk mengetahui ukuran tingkat kesalahan suatu estimator dapat dilihat dari *Mean Squared Error (MSE)*. *Bandwidth* yang digunakan pada jurnal Guidom (2015: 1-22) yaitu *Bandwidth Rule of Thumb*, *Unbiased Cross Validation*, *Biased Cross Validation*, *Complete Cross Validation*. Dari

ke-empat *bandwidth* tersebut akan dipilih *bandwidth* yang memiliki nilai MSE yang paling kecil.

Pada regresi nonparametrik kernel Gaussian dengan estimator Nadaraya-Watson dalam data time series dapat menggunakan data harga saham *Jakarta Islamic Index (JII)*. Saham adalah tanda bukti penyertaan atau kepemilikan seseorang atau sesuatu institusi dalam suatu badan usaha atau perusahaan dengan menerbitkan saham, memungkinkan perusahaan-perusahaan yang membutuhkan pendanaan jangka panjang untuk menjual kepentingan dalam bisnis saham dengan imbalan uang tunai. Salah satu indeks saham yang menunjukkan pergerakan harga saham yaitu *Jakarta Islamic Index (JII)*. *Jakarta Islamic Index (JII)* merupakan suatu rangkaian informasi historis mengenai pergerakan harga saham JII yang mencerminkan suatu nilai yang berfungsi sebagai pengukur kinerja suatu saham. Saham JII sebagai acuan investasi yang berbasis syari'ah guna melihat pergerakan harga saham syari'ah, sehingga untuk mengetahui kemungkinan kenaikan atau penurunan harga saham diperlukan suatu metode analisis.

Dengan melihat kondisi-kondisi di atas, maka penulis akan membahas cara mengestimasi harga saham *Jakarta Islamic Indeks* menggunakan regresi nonparametrik kernel *Gaussian* dengan estimator Nadaraya-Watson serta metode pemilihan *bandwidth* adalah *bandwidth "Rule of Thumb"*, *Unbiased Cross Validation*, *Biased Cross Validation* dan *Complete Cross Validation*.

B. LANDASAN TEORI

Integral Tak Tentu

a) Jika f kontinu pada selang $[-\infty, \infty]$, dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c} |f(x)| = \infty$, maka $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ dapat dikatakan konvergen dan bernilai

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \lim_{c \rightarrow -\infty} \int_{-c}^0 f(x) dx + \lim_{c \rightarrow +\infty} \int_0^c f(x) dx$$

b) Jika f kontinu pada selang $[a, b]$, kecuali di suatu bilangan c dengan $a < c < b$, dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c} |f(x)| = \infty$, maka

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{u \rightarrow c^-} \int_a^u f(x) dx + \lim_{u \rightarrow c^+} \int_u^b f(x) dx$$

asalkan kedua integral di ruas kanan konvergen. Jika tidak demikian, maka dapat dikatakan $\int_a^b f(x) dx$ divergen (Varberg, Dale & Purcell Edwin, 2010:37-47).

Mean Square Error (MSE)

Diketahui θ merupakan suatu parameter dan $\hat{\theta}$ merupakan taksiran dari parameter θ , maka MSE dari suatu taksiran parameter θ didefinisikan sebagai berikut:

$$MSE[\hat{\theta}] = E[(\hat{\theta} - \theta)^2]$$

$$MSE[\hat{\theta}] = Var[\hat{\theta}] + [bias[\hat{\theta}]]^2$$

Analisis Regresi Linear Sederhana

Analisis regresi merupakan alat statistika yang bermanfaat untuk mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih, sehingga salah satu variabel dapat diduga dua variabel lainnya. Model regresi dasar yang melibatkan satu variabel independen dan fungsi regresinya linear dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

dengan,

Y_i : nilai variabel respon pada pengamatan ke- i

X_i : variabel prediktor pada pengamatan ke- i

β_0, β_1 : parameter-parameter yang tidak diketahui

ε_i : error atau galat.

Saham

Saham adalah surat berharga yang menunjukkan kepemilikan terhadap sebuah perusahaan. Masing-masing lembar saham biasa mewakili suatu suara tentang segala hal dalam pengurusan perusahaan dan menggunakan suara tersebut dalam rapat tahunan perusahaan dan pembagian keuntungan (Nor Hadi, 2013:85).

Harga Saham Jakarta Islamic Index (JII)

Indeks saham adalah harga saham yang dinyatakan dalam angka indeks. Indeks saham digunakan untuk tujuan analisis dan menghindari dampak negatif dari penggunaan harga saham (Hadi, 2013:96). *Jakarta Islamic Index (JII)* merupakan salah satu indeks saham yang ada di Indonesia yang menghitung indeks dengan rata-rata saham untuk jenis saham-saham yang memenuhi kriteria syari'ah (Hadi, 2013:136).

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Cara mengestimasi harga saham *Jakarta Islamic Index* menggunakan regresi nonparametrik kernel *Gaussian* dengan estimator Nadaraya-Watson untuk menentukan metode pemilihan *bandwidth* yang optimal dengan menggunakan metode *Rule of Thumb*, metode *Unbiased Cross Validation*, metode *Biased Cross Validation*, dan metode *Complete Cross Validation*.

Regresi Nonparametrik

Dalam regresi nonparametrik bentuk kurva tidak diketahui, data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasinya sehingga memiliki fleksibilitas yang tinggi. Kurva regresi hanya diasumsikan termuat dalam suatu ruang fungsi yang berdimensi tak hingga dan merupakan fungsi mulus (*smooth*). Estimasi fungsi $m(x_i)$ dilakukan berdasarkan data pengamatan dengan menggunakan teknik *smoothing* tertentu. Ada beberapa teknik *smoothing* yang dapat digunakan antara lain estimator histogram, kernel, deret orthogonal, spline, deret fourier, dan wavelet.

Estimator Densitas Kernel

Estimator densitas kernel adalah suatu metode pendekatan terhadap fungsi densitas yang belum diketahui dengan menggunakan fungsi kernel. Estimator diperkenalkan oleh Rosenblatt (1956), Parzen (1962) sehingga disebut estimator densitas kernel Rosenblatt-Parzen (Härdle, 1994). Penghalusan dengan pendekatan kernel selanjutnya dikenal sebagai

penghalusan (*kernel smoother*) sangat tergantung pada fungsi kernel dan *bandwidth*.

Secara umum kernel K dengan *bandwidth* h dapat dinyatakan sebagai:

$$K_h(x) = \frac{1}{h} \left(\frac{x}{h} \right), \text{ untuk } -\infty < x < \infty, h > 0$$

Serta memenuhi:

- (i) $K_h(x) \geq 0$, untuk semua x
- (ii) $K(x)$ bersifat simetris
 $K(-x) = K(x)$, untuk semua x
- (iii) $\int K(x) dx = 1$
- (iv) $\int xK(x) dx = 0$
- (v) $\int x^2 K(x) dx = \mu_2(K) \neq 0$, dengan $\mu_2(K)$ momen kedua tertentu
- (vi) $\int [K(x)]^2 dx = \int K^2(x) dx = \|K\|_2^2 = R(K)$

maka estimator densitas kernel untuk fungsi densitas $f(x)$ adalah:

$$\hat{f}(x) dx = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(X_i - x)$$

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K(X_i - x)$$

Dari persamaan di atas $\hat{f}(x)$ tergantung pada fungsi kernel K dan parameter h . Bentuk bobot kernel ditentukan oleh fungsi kernel K , sedangkan ukuran bobotnya ditentukan oleh parameter pemulus h yang disebut *bandwidth*. Peran *bandwidth* seperti lebar interval pada histogram.

Beberapa jenis fungsi kernel antara lain (Silverman, 1986:89):

1. Uniform : $K(u) = \frac{1}{2} I_{(-1,1)}(u)$
2. Triangular : $K(u) = (1 - |u|) I_{(-1,1)}(u)$
3. Biweight : $K(u) = \frac{15}{16} (1 - u^2) I_{(-1,1)}(u)$
4. Triweight : $K(u) = \frac{35}{32} (1 - u^2)^3 I_{(-1,1)}(u)$
5. Gaussian : $K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} I_{(-\infty, \infty)}(u)$

$$6. \text{ Epanechnikov : } K(u) = \frac{3}{4}(1-u^2)I_{(-1,1)}(u)$$

dengan I adalah indikator.

Regresi Kernel

Regresi kernel merupakan metode untuk memperkirakan ekspektasi bersyarat dari variabel acak dengan menggunakan fungsi kernel.

Menurut Hardle (1994:26), dalam setiap regresi nonparametrik, harapan bersyarat dari variabel Y relatif terhadap variabel X dapat ditulis $E(Y|X) = \hat{m}(x)$ atau $E(Y|X = x) = \frac{\int y f(x,y) dy}{f(x)}$. Dimana m adalah fungsi yang tidak diketahui untuk mendapatkan dan menggunakan bobot kernel yang sesuai.

Estimator Nadaraya-Watson dengan Tipe Kernel Gaussian

Pada penelitian ini hanya digunakan satu jenis fungsi bobot kernel, yaitu Kernel Gaussian. Alasan pemilihan kernel Gaussian, karena fungsi bobot kernel tersebut terdefinisi atau memiliki nilai pada semua bilangan riil. Jika menggunakan estimator Nadaraya-Watson dan Tipe kernel Gaussian, maka model penduga $\hat{m}(X_i)$ akan berbentuk sebagai berikut :

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{X_i - x}{h}\right) Y_i}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{X_i - x}{h}\right)}$$

dengan, $K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{1}{2}(-x^2)\right)$ maka

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{X_i - x}{h}\right)^2\right) Y_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{X_i - x}{h}\right)^2\right)}$$

PEMILIHAN BANDWIDTH

Pemilihan *bandwidth* h merupakan masalah utama dari estimator densitas kernel. Pemilihan *bandwidth* yang optimum dilakukan dengan cara memperkecil tingkat kesalahan. Semakin kecil tingkat kesalahan maka semakin baik estimasinya. Untuk mengetahui ukuran tingkat kesalahan suatu estimator dapat dilihat dari MSE (*Mean Square Error*) atau MISE (*Mean*

Integrated Square Error). Terdapat empat *bandwidth* yang dilakukan pada penelitian ini yaitu

1. Rule of Thumb

Menurut Wand (1995), formula-formula untuk *bandwidth* yang optimal yaitu dengan meminimalkan *Asymptotic Integrated Mean Square Error* (AMISE) terhadap h . Maka, nilai AMISE adalah sebagai berikut:

$$AMISE(\hat{f}(x)) \approx \frac{1}{nh} R(K) + \frac{h^4}{4} \mu_2(K)^2 R(f'')$$

2. Unbiased Cross Validation (UCV)

Menurut Guidoum (2015:13), Metode *Unbiased Cross Validation* (UCV) merupakan metode pemilihan *bandwidth* yang bertujuan untuk mengestimasi h dengan cara meminimalkan *Integrated Square Error* (ISE), dengan fungsi berikut:

$$UCV(h, r) = \int \left(\hat{f}_h^{(r)}(x) \right)^2 - 2n^{-1}(-1)^r \sum_{i=1}^n \hat{f}_{h,i}^{(2r)}(X_i)$$

3. Biased Cross Validation (BCV)

Menurut Guidoum (2015:11), Metode ini hampir sama dengan metode "Rule of Thumb", didasarkan pada formula yang meminimalkan *Asymptotic Mean Integrated Square Error* (AMISE).

$$\hat{R}(f^{(r+2)}) = \frac{(-1)^{r+2}}{n(n-1)h^{2r+5}} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n K^{(r+2)} * K^{(r+2)} \left(\frac{X_j - X_i}{h} \right)$$

4. Complete Cross Validation (CCV)

Menurut Guidoum (2015:13), Metode ini didasarkan pada estimasi turunan *Integrated Square Density Derivative*.

$$CCV(h, r) = R\left(\hat{f}_h^{(r)}\right) - \bar{\theta}_r(h) + \frac{1}{2} \mu_2(K) h^2 \bar{\theta}_{r+1}(h) + \frac{1}{24} (\mu_2(K)^2 - \delta(K)) h^4 \bar{\theta}_{r+2}(h)$$

Pemilihan Bandwidth dan MSE Pada Data Harga Saham Jakarta Islamic index

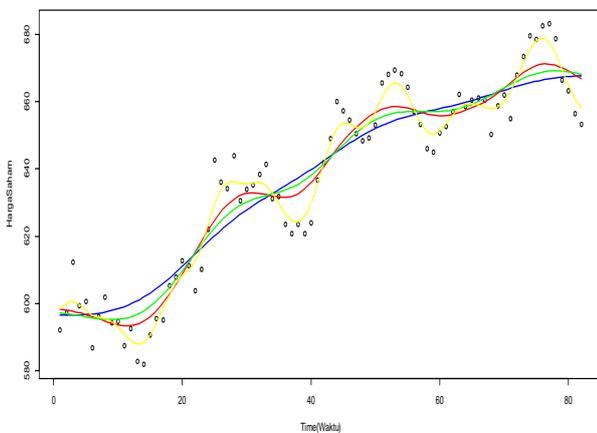
Keakuratan nilai estimasi dapat diperoleh dengan cara mengukur *mean square error*-nya. Semakin kecil

mean square error (MSE) suatu estimasi maka estimasi semakin akurat. Hasil perolehan MSE dari ke-empat metode beserta *bandwidth* yang *optimal* yang diperoleh dapat dilihat pada tabel berikut:

Metode	Bandwidth (JII)	MSE
Rule of Thumb	22,5	95,4
Unbiased Cross Validation	11,8	57,4
Biassed Cross Validation	15,3	71,5
Complete Cross Validation	4,7	19,4

Tabel 1

Dari tabel 1 diketahui bahwa nilai MSE terkecil didapat dengan menggunakan metode *Complete Cross Validation* (CCV), sehingga metode terbaik untuk mengestimasi kurva regresi nonparametrik pada data harga saham *Jakarta Islamic Index* (JII) adalah metode *Complete Cross Validation* (CCV). Sedangkan estimasi kurva harga saham JII ditunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 1

Keterangan: *Rule of Thumb* : —
Unbiased Cross Validation : —
Biased Cross Validation: —
Complete Cross Validation : —

D. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh setelah dilakukan penelitian ini untuk metode yang digunakan adalah sebagai berikut:

Metode *Complete Cross Validation* memberikan hasil estimasi dengan nilai MSE paling kecil yaitu 19,4 dibandingkan dengan metode lain. Sehingga metode tersebut merupakan metode pemilihan *bandwidth* terbaik untuk mengestimasi data harga saham *Jakarta Islamic Indeks* pada periode 1 januari 2016 sampai dengan 30 april 2016.

Saran

Analisis regresi nonparametrik khususnya analisis regresi nonparametrik kernel telah berkembang begitu pesat. Banyak ilmuwan yang telah mengembangkan bentuk regresi nonparametrik kernel, baik estimator ataupun fungsi kernel. Dari hasil di atas. Penulis memberikan beberapa saran diantaranya:

1. Pada penelitian ini digunakan estimator Nadaraya-Watson untuk mencari estimasi data. Untuk penelitian selanjutnya dapat digunakan estimator kernel lainnya atau jenis fungsi kernel lainnya.
2. Dapat dikembangkan jenis kernel epanechnikov yang sampai saat ini belum banyak dianalisis oleh mahasiswa strata 1.

DAFTAR PUSTAKA

- Budiantara, I Nyoman. (2010). Estimasi Interval Spline Dalam Regresi Nonparametrik. Jurnal, FMIPA ITS Surabaya.
- Guidom, Arsalane Chouaib. (2015). Kernel Estimator and Bandwidth Selection for Density and its Derivatives. *Journal The kedd Package*. Hal. 1-22.
- Hadi, Nor. (2013). *Pasar Modal*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Hardle, Wolfgang.(1990). *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge Univ. Press.
- Hardle, Wolfgang.(1994). *Applied Nonparametric Regression*. berlin.
- Parzen, Emanuel. (1962). *On Estimation of a Probability Density Function and Mode*. Columbia University. American
- Rosenblatt, Murray.(1956). *Remark on Some Nonparametric Estimates of a Density Function*. University of calofornia. San Diego.
- Silverman, B.W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*.Chapman and Hall New York.
- Varberg, Dale & Purcell, Edwin. (2010). *Kalkulus Jilid Dua*. Tangerang: Bina Aksara Publisher.
- Walpole, Ronald & Raymons Myers. (1995). *Ilmu Peluang Dan Statiska Untuk Insinyur dan Ilmuwan Edisi ke-Empat*.ITB : Bandung.