OPTIMASI PORTOFOLIO MENGGUNAKAN PENDEKATAN *LEAST DISCRIMINANT* DENGAN *RETURN* BLACK LITTERMAN

PORTOFOLIO OPTIMIZATION USING LEAST DISCRIMINANT

APPROACH WITH BLACK LITTERMAN RETURN

Oleh: Aulia Damayanti[1], Retno Subekti, M.Sc[2]

[1,2,]Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta

[1]aulliadamayanti@gmail.com, [2]retnosubekti.uny@gmail.com

Abstrak

Model Black Litterman merupakan model pembentukan portofolio yang mengkombinasikan dua jenis informasi yaitu *return* ekuilibrium dari *Capital Assets Pricing Model* (CAPM) dan *views* investor, sedangkan *Least Discriminant* adalah suatu pendekatan untuk membentuk portofolio dengan meminimumkan risiko dari harga jual pasar dapat dibentuk melalui perkiraan pasar dengan mempertimbangkan *views* investor. Penelitian ini bertujuan untuk menjelaskan pendekatan *Least Discriminant* pada model Black Litterman. Pendekatan *Least Discriminant* dalam memperoleh bobot menggabungkan perkiraan risiko awal dan perkiraan pasar. Tahap pendekatan *Least Discriminant* dimulai dengan memanfaatkan *expected return* pada Black Litterman sehingga terbentuk *expected utility* baru.

Kata kunci : Portofolio, Black Litterman, *Least Discriminant.*

Abstract

The Black Litterman model is a portfolio model that combines two types of information: equilibrium returns from the Capital Assets Pricing Model (CAPM) and investor views. Least Discriminant is an approach that minimizes the risk of market selling price and is formed through market estimation by considering investors' views. This study aims to explain Least Discriminant approach on Black Litterman model. The Least Discriminant approach in obtaining weights combines initial risk estimates and market forecasts. The Least Discriminant approach stage begins by utilizing the expected return on Black Litterman to form the new expected utility.

Keywords *: Portfolio, Black Litterman, Least Discriminant.*

PENDAHULUAN

Investasi merupakan komitmen atau sejumlah dana ataupun sumberdaya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh keuntungan dimasa mendatang. Seorang investor memberi sejumlah saham dengan harapan mendapatkan keuntungan dari harga saham atau deviden dimasa yang akan datang sebagai imbalan atas waktu dari risiko yang terkait dengan investasi tersebut. Seorang investor disarankan untuk tidak berinvestasi hanya pada satu sekuiritas saja, melainkan ke beberapa sekuiritas. Beberapa sekuiritas tersebut misalkan saham dapat disusun menjadi suatu portofolio. Investor membentuk portofolio melalui pemilihan kombinasi sejumlah saham. (Tandelilin, 2010).

Optimasi portofolio dapat dilakukan dengan berbagai model, model *mean-variance* yang pertama kali diperkenalkan oleh Hary Markowitz pada tahun 1950-an merupakan model portofolio yang menggunakan pendekatan *mean* (rata-rata) dan *variance* (varians). Portofolio model *mean-variance* Markowitz yang optimal mempunyai tujuan memaksimalkan *return* dengan risiko tertentu atau meminimumkan *return* tertentu.

Model portofolio lainnya adalah Capital Asset Pricing Model (CAPM) diperkenalkan oleh William Sharpe (1964), John Lintner (1965), Jan Mossin (1966), dan Jack Treynor (1961), yang mengembangkan *mean-variance* analisis dari Markowitz menjadi model yang dapat menghitung prediksi *return* asset jika tercipta equilibrium dalam pasar. Model CAPM merupakan suatu model yang memperhatikan adanya *riskless asset* (asset tak berisiko) (Retno Subekti, 2009).Model CAPM merupakan suatu model yang bertujuan untuk memprediksi hubungan antar risiko dengan *return* yang diharapkan dari suatu sekuiritas (Strong, 2009).

Pada tahun 1991 muncul perkembangan dari CAPM yaitu model Black Litterman. Model Black Litterman adalah model matematis yang menggunakan data *equilibrium return* yang dikombinasikan dengan opini dari investor sehingga terbentuklah opini baru. Opini baru yang terbetuk merupakan hasil dari pertimbangan unsur teknikal yaitu perhitungan *equilibrium return*, sekaligus unsur fundamental yang diwakili oleh opini investor terkait kemungkinan kondisi pasar di masa mendatang.(Widyandari, dkk (2010)).

Beberapa penelitian terkait portofolio model Black Litterman yaitu Walters(2007) menjelaskan tentang penjabaran model Black Litterman dengan pendekatan Bayes. Pendekatan Bayes menggabungkan informasi *prior* yaitu *views* dengan informasi data historis yang selanjutnya akan menghasilkan infromasi baru *(posterior).* Kemudian pada tahun 2007 Jacques Pezier melakukan penelitian tentang pendekatan *Least Discriminant* pada model Black Litterman.

Pendekatan *Least Discriminant* pada model Black Litterman merupakan pendekatan dengan meminimumkan perbedaan antara perkiraan peluang saham secara umum. Pendekatan ini diawali dengan perkiraan pasar dengan mempertimbangkan *views* dari investor. Prinsip Pendekatan *Least Discriminant* yaitu meminimumkan harga jual yang berisiko. Dalam pendekatan Least Discriminant suatu risiko digambarkan dengan fungsi utilitas eksponensial maka peluang kenaikan harga jual dan untuk meminumkan kesetaraan dapat ditemukan. Ketika perkiraan risiko netral *(risk neutral forecast)* dan perkiraan pasar *(market forecast)* adalah distribusi multivariate dan views dibatasi untuk prediksi *return,* kovarians dari *return* maka Least Discriminant distribusi juga dapat dikatakan sebagai distribusi normal multivariate dan tujuan penelitian ini adalah untuk menjelaskan pendekatan *Least Discriminant* pada model Black Litterman.

KAJIAN TEORI

A. Model Black Litterman

Model Black Litterman diperkenalkan oleh Fischer Black and Robert Litterman di Goldman Sachs pada tahun 1990. Model ini menggunakan dua jenis informasi yaitu return ekuilibrium dari CAPM dan *Expected return views investor* yang merupakan titik acuan dari model Black Litterman (He & Litterman, 1999). Satchell & Scowcroft (2000) menjelaskan tentang pendekatan bayes untuk menyelesaikan kombinasi distribusi probabilitas model Black Litterman. Model dengan pendekatan bayes menggunakan *views* investor sebagai infromasi prior. *Views* model Black Litterman digunakan untuk menyelesaikan *expected return* ekuilibrium ddalam memprediksi *return* di masa yang akan datang. Seorang investor dapat menyatakan pandangannya dengan views relative (*relative views*) maupun views pasti (*absolute views*)

Tingkat keyakinan investor merupakan vektor error yang menandakan views yang dimiliki investor masih belum pasti dan diasumsikan berdistribusi normal. Tingkat keyakinan ini dinyatakan dalam matriks diagonal $\boldsymbol{\Omega}$ (kovarians dari views) sebagai berikut (Indzorek, 2005) :

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{P}(\tau\boldsymbol{\Sigma})\boldsymbol{P}' \quad (1)$$

Untuk membentuk model Black Litterman dibutuhkan dua jenis informasi dari *expected return* ekuilibrium CAPM dan *views* investor, kombinasi *return* ekuilibrium dan views investor berdasarkan Teorema Model Black Litterman (Salomons, 2007) dapat dinyatakan *expected return* Black Litterman sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\mu_{BL}} = \boldsymbol{\pi} + \boldsymbol{\tau\Sigma P'}(\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\tau\Sigma P'})^{-1}(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{P\pi}) \quad (2)$$

Pembobotan model Black Litterman dihitung menggunakan model *mean variance* dengan meminimumkan risiko dengan *return* tertentu, berikut persamaan bobot untuk Black Litterman :

$$\boldsymbol{w_{BL}} = (\boldsymbol{\delta\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\mu_{BL}} \quad (3)$$

B. Pendekatan Least Discriminant

Menurut Jacques Pezier (2007) Least Discriminant merupakan pendekatan dengan meminimumkan risiko investor dari harga jual pasar saham. Prinsip Least Discriminant dapat dibentuk melalui perkiraan pasar dengan mempertimbangkan views investor sehingga hal ini menyebabkan ketidapastian risiko dan return. Prinsip Least Discriminant juga dapat dinilai oleh manajer investasi melalui views yang dibentuk melalui fungsi utilitas. Fungsi utilitas pada Least Discriminant dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$E(u)=E_p\left[u(f_p(r) - E_q\left[f_p(r)\right] + w_0\right] \quad (4)$$

dengan,

$E_q\left[f_p(r)\right]$: biaya *return* saham

w_0 : modal awal

Portofolio optimal diperoleh dari turunan pertama fungsi utilitas terhadap f dimana u_x adalah notasi turunan dari u(x) dengan

$$x = f_p(r) - E_q\left[f_p(r)\right] + w_o \quad (5)$$

untuk setiap r :

$$p(r).\,u_x\big(x(r)\big) - q(r).\,E_p[u_x] = 0$$

$$p(r).\frac{q(r)}{p(r)} - q(r).\,E_p[u_x] = 0$$

$$q(r) - q(r).\,E_p[u_x] = 0$$

$$q(r) - q(r).\,E_p\left[\frac{\partial\big(f_p(r) - E_q\left[f_p(r)\right] + w_o\big)}{\partial r}\right] = 0$$

$$q(r) - q(r).\,f_p'(r) - E_q\left[f_p'(r)\right] = 0$$

Menurut Pezier (2007), optimasi *return* apat pula dicari dengan menghitung fungsi utilitas dengan :

$$u(x) = -exp(-\gamma x)$$
$$u'(x) = -(-\gamma)\,exp(-\gamma x)$$
$$u'(x) = \gamma\,exp(-\gamma x)$$
$$u_x = \gamma.\,exp(-\gamma x)$$

Dengan mengganti $u_x = \gamma.\exp(-\gamma x)$ pada persamaan sebelumnya maka diperoleh :

$$p(r).\,u_x\big(x(r)\big) - q(r).\,E_p[u_x] = 0$$

$$p(r).\frac{q(r)}{p(r)} - q(r).\,\gamma\,exp(-\gamma x) = 0$$

$$q(r) - q(r).\,\gamma\,exp(-\gamma x) = 0$$

$$f_{q,p(r)} = \left(\frac{1}{\gamma}\right)\ln\big(p(r)\big)/\big(q(r)\big) + C(f_{q,p}|q,p) \quad (6)$$

dengan,

$f_{q,p}(r) = f_p(r) - E_q\left[f_p(r)\right]$

$C\big(f_{q,p}|q,p\big)$: skalar independent

Dengan mensubtitusi persamaan sebelumnya diperoleh *expected utility* yang maksimum sebagai beirkut :

$$E_p\left[u\left(f_{q,p}(r)\right)\right] = E_p\left[u\left(\frac{1}{\gamma}\right)\ln\left(p(r)\right)/(q(r)) + C(f_{q,p}|q,p\right] = -exp\left(\gamma C\left(f_{q,p}|q,p\right)\right) \quad (7)$$

Maka, $C\left(f_{q,p}|q,p\right)$ adalah kepastian kesetaraan dari optimum *return* $f_{q,p}(r)$. Fungsi *p(r)* dan *q(r)* diperoleh dari nilai expected dibawah risiko netral sehingga diperoleh :

$$C\left(f_{q,p}|q,p\right) = \left(\frac{1}{\gamma}\right)E_q(\ln q(r)/p(r) = \left(\frac{1}{\gamma}\right)D(q,p) \quad (8)$$

Portofolio aktif menunjukkan perbedaan pandangan investor sebagai berikut :

$$f_{q,p}(r) = \left(\frac{1}{\gamma}\right) ln\,(p(r)/q(r)) + C\left(f_{q,p}|q,p\right) = \left(\frac{1}{\gamma}\right) ln\, p(r)/q(r) + \left(\frac{1}{\gamma}\right)E_q(\ln(q(r)/p(r))$$

$$= \left(\frac{1}{\gamma}\right) ln\, p(r)/q(r) + \left(\frac{1}{\gamma}\right)D(q,p)$$

$$f_{q,m}(r) = \left(\frac{1}{\gamma}\right) ln\,(q(r)/m(r)) + C\left(f_{q,m}|q,m\right)$$

$$= \left(\frac{1}{\gamma}\right) + \ln(q(r)/m(r)) + \left(\frac{1}{\gamma}\right)E_q(\ln(q(r)/m(r))$$

$$= \left(\frac{1}{\gamma}\right) ln\,(q(r)/m(r)) + \left(\frac{1}{\gamma}\right)D(q,m)$$

$$f_{q,m,p}(r) = f_{q,p}(r) - f_{q,m}(r) = \left(\frac{1}{\gamma}\right)\ln(p(r))/(m(r)) + D(q,p) - D(q,m) \quad (9)$$

Kepastian kesetaraan optimal portofolio menghasilkan :

$$C\left(f_{q,p}|q,p\right) - C\left(f_{q,m}|q,p\right) = \left(\frac{1}{\gamma}\right)D(q,m,p) \quad (10)$$

Dimana $D(q,m,p)$ dapat ditunjukkan dengan distribusi multivariat normal sebagai berikut :

$$\boldsymbol{q} \sim N(0,\boldsymbol{\Sigma})$$
$$\boldsymbol{m} \sim N(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\Sigma})$$
$$\boldsymbol{p} \sim N(p,\boldsymbol{\Sigma})$$

dengan,

q = risiko netral

m = perkiraan pasar

p = *expected return*

Sehingga, berdasarkan Jacque Pezier (2007) diperoleh Persamaan berikut :

$$f_{q,m,p}(r) = \left(\frac{1}{\gamma}\right)(p - S\Sigma^{-1}\pi)'S^{-1}r - \left(\frac{1}{2\gamma}\right)[r'(S^{-1} - \Sigma^{-1})r + n - Tr(\Sigma S^{-1})] \quad (11)$$

Dan $\left(\frac{1}{\gamma}\right)D(q,m,p) = \frac{1}{2}(p - S\Sigma^{-1}\pi)'(\gamma S)^{-1}(p - S\Sigma^{-1}\pi) + \left(\frac{1}{2\gamma}\right)[Tr(\Sigma S^{-1}) - n - \ln(|\Sigma S^{-1}|)]$ (12)

Untuk mendapatkan bobot *Least Discriminant* dihitung menggunakan fungsi pengali Lagrange dan faktor pengali Lagrange pada persamaan (12) diperoleh :

$$L = \frac{1}{2}(p - S\Sigma^{-1}\pi)'S^{-1}(p - S\Sigma^{-1}\pi) + \frac{1}{2}(Tr(\Sigma S^{-1}) - n - \ln(|\Sigma S^{-1}|) - \lambda_1'(Pp - q))$$

$$\frac{\partial L}{\partial p} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}(p - S\Sigma^{-1}\pi)'S^{-1}(p - S\Sigma^{-1}\pi) + \frac{1}{2}\left(\begin{matrix}Tr(\Sigma S^{-1}) \\ -n - \ln(|\Sigma S^{-1}|) - \lambda_1'(Pp-q)\end{matrix}\right)\right)}{\partial p}$$

$$= S^{-1}(p - S\Sigma^{-1}\pi) - P'\lambda_1$$

$$p - S\Sigma^{-1}\pi = S\,P'\lambda_1$$

Dimana, $\lambda_1 = (PSP')^{-1}(q - PS\Sigma^{-1}\pi)$ sehingga diperoleh :

$$p - S\Sigma^{-1}\pi = S\,P'(PSP')^{-1}(q - PS\Sigma^{-1}\pi)$$

$$p = S\Sigma^{-1}\pi + S\,P'(PSP')^{-1}(q - PS\Sigma^{-1}\pi)$$

$$= \pi + \Sigma P'(P\Sigma P')^{-1}(q - P\pi) \quad (13)$$

dengan,

$\boldsymbol{P}$: *expected return Least Discriminant*

$\boldsymbol{q}$: risk netral

$\boldsymbol{\Sigma}$: matriks varians kovarians *return* saham

$\boldsymbol{\pi}$: vektor $k \times 1$ untuk *return* ekulibrium CAPM

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Black Litterman secara umum mengidentifikasi dua jenis informasi *expected return* kemudian dikombinasikan menjadi satu *return* ekulibrium. Jenis informasi pertama adalah *return* ekuilibrium yang diperoleh dari CAPM dan jenis informasi kedua adalah view investor.

Beberapa penelitian terkait model Black Litterman yaitu Walters (2007) dalam penelitiannya menjelaskan mengenai pendekatan Bayes. Pendekatan Bayes menggabungkan informasi *prior* yaitu *views* dengan infromasi data historis yang selanjutnya akan menghasilkan informasi baru *(posterior).* Sedangkan Jacques Pezier (2007) membahas tentang pendekatan *Least Discriminant* pada Black Litterman.

Pendekatan *Least Discriminant* menurut Pezier (2007) yaitu pendekatan dengan mengkombinasikan dua sumber informasi tentang perkiraan risiko awal dan perkiraan pasar dapat digunakan untuk memperoleh portofolio yang optimal. Dengan menggunakan hasil *expected return* Black Litterman dan *expected return* CAPM maka akan diperoleh *expected return Least Discriminant.*

Expected return Least Discriminant digunakan untuk memperoleh *expected utility* dan bobot. *Expected utility* merupakan selisih antara *return* saham dan modal awal, dengan diasumsikan melalui fungsi exponensial

Pada informasi sebelumnya menurut Pezier (2007) bahwa *Least Discriminant* merupakan kombinasi antara perkiraan risiko awal dan perkiraan pasar, dimana perkiraan risiko awal adalah $\boldsymbol{q}$, perkiraan pasar adalah $\boldsymbol{m}$ dan $\boldsymbol{r_{BL}}$ adalah *expected return* dari Black Litterman.

Expected utility $f_{q,m,p}(r)$ pada persamaan (11) dapat dituliskan sebagai $E(u)$,dimana diketahui bahwa $\boldsymbol{Tr}(\boldsymbol{\Sigma S^{-1}}) = 0$, sehingga *expected utility* dapat ditulis sebagai berikut :

$$E(u) = \left(\frac{1}{\gamma}\right)(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{\pi})'\boldsymbol{S^{-1}r} - \left(\frac{1}{2\gamma}\right)[\boldsymbol{r}'(\boldsymbol{S^{-1}r} - \boldsymbol{\Sigma^{-1}r})]$$
$$= \gamma(p - \boldsymbol{\pi})'\boldsymbol{S^{-1}r} - \boldsymbol{S^{-1}r} + \boldsymbol{\Sigma^{-1}r}$$
$$= (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{\pi})'\gamma(\boldsymbol{\Sigma^{-1}r})$$
$$= (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{\pi})'(\gamma\boldsymbol{\Sigma^{-1}})\boldsymbol{r}$$

Untuk memperjelas distribusi masing-masing variabel maka disubtitusikan:

$$\boldsymbol{q} \sim N(0, \boldsymbol{\Sigma})$$
$$\boldsymbol{m} \sim N(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Sigma})$$
$$\boldsymbol{r_{BL}} \sim N(p, \boldsymbol{\Sigma})$$

Dengan mensubtitusi $\boldsymbol{p}$ adalah $\boldsymbol{r_{BL}}$ dan $\boldsymbol{r}$ adalah $\boldsymbol{\mu_{BL}}$, maka diperoleh *expected utility* sebagai berikut :

$$E(u) = (\boldsymbol{r_{BL}} - \boldsymbol{\pi})'(\gamma\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\mu_{BL}}$$

dengan,

$\boldsymbol{r_{BL}}$: *expected return* dalam suatu periode

$\boldsymbol{\pi}$: vektor k x 1 untuk *return* ekulibrium CAPM

γ : koefisien *risk aversion* (nilai toleransi terhadap resiko)

$\boldsymbol{\Sigma}$: matriks varians kovarians *return*

$\boldsymbol{\mu_{BL}}$:*expected return* model Black Litterman.

Berdasarkan Pezier (2007) pembobotan *Least Discriminant* dengan menggabungkan Persamaan (12) dan (13) maka didapat bobot untuk *Least Discriminant* sebagai berikut :

$$\boldsymbol{w_{LD}^*} = \boldsymbol{P}'(\boldsymbol{P}\gamma\boldsymbol{SP}')^{-1}(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{PS\Sigma^{-1}\pi}) + \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{Tr}(\boldsymbol{\Sigma S^{-1}}) - \mathbf{n} - \ln\left(\left|\boldsymbol{\Sigma S^{-1}}\right|\right)\right]$$

dimana $\boldsymbol{S\Sigma^{-1}} = 0$ dan $\boldsymbol{\Sigma S^{-1}} = 0$

$$= \boldsymbol{P}'(\boldsymbol{P}\gamma\boldsymbol{SP}')^{-1}(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{P\pi})$$

Dengan mensubtitusi $\boldsymbol{P}$ adalah $\boldsymbol{R_{LD}}$,maka didapatkan

$$\boldsymbol{w_{LD}^*} = \boldsymbol{R_{LD}}'(\boldsymbol{R_{LD}}\gamma\boldsymbol{\Sigma R_{LD}}')(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{R_{LD}}\,\boldsymbol{\pi})$$

dimana,

$\boldsymbol{w_{LD}}$:bobot saham pada *Least Discriminant*
$\boldsymbol{R_{LD}}$: *expected return Least Discriminant*
$\boldsymbol{q}$: *risk* netral
γ : koefisien *risk aversion* (nilai toleransi terhadap risiko)
$\boldsymbol{\Sigma}$:matriks varians kovarians *return* saham
$\boldsymbol{\pi}$: vektor $k \times 1$ untuk *return* ekulibrium CAPM

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan pendekatan *Least Discriminant* pada model Black Litterman maka dapat disimpulkan bahwa pementukan pendekatan *Least Discriminant* berawal dari hasil perhitungan *return* Black Litterman (μ_{BL}) kemudian digunakan dalam perhitungan expected utility *Least Discriminant* yaitu prediksi *return* yang akan datang pada *least discriminant* kemudian menghitung bobot *least discriminant* dimana menggunakan *return* Black Litterman dan *expected utility.*

SARAN

Untuk penelitian berikutnya lebih memperjelas alur maupun hubungan CAPM, model Black Litterman sampai terbentuknya *Least Discriminant.*

DAFTAR PUSTAKA

Idzorek, Thomas.(2005). A Step by Step to The Black Litterman Model. 1-34.

Pezier, J. (2007). A Least Discriminant Alternative to Black Litterman. ICMA Centre, University of Reading.

Retno, S. (2008). Aplikasi Model Black-Litterman dengan pendekatan Bayes (Studi kasus: Portofolio dengan 4 saham dari S&P500). *Proceeding Semnas Matematika UNY November 2008.* Yogyakarta.

Retno, S. (2009). Keunikan Moel Black-Litterman dalam Pembentukan Portofolio Seminar Nasional MIPA UNT 2009. Yogyakarta: Prosiding Seminar Nasional MIPA UNY.

Tandelilin, E. (2010). *Portofolio dan Investasi.* Yogyakarta: Kanisius.