PENDEKATAN *FUZZY COMPROMISE PROGRAMMING* UNTUK *VIEWS* DALAM PORTOFOLIO MODEL BLACK LITTERMAN

FUZZY COMPROMISE PROGRAMMING APPROACH FOR VIEWS ON BLACK LITTERMAN PORTOFOLIO MODEL

Oleh: Suci Rahmadani[1], Retno Subekti[2]

Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta

[1]sucirahmadani27.sr@gmail.com, [2]retnosubekti@uny.ac.id

Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menjelaskan pendekatan *fuzzy compromise programming* untuk *views* pada model Black Litterman (FBL). Pendekatan *fuzzy compromise programming* diaplikasikan pada *views* investor dengan menggunakan bilangan *fuzzy* trapesium. Selanjutnya bilangan *fuzzy* trapesium tersebut disubstitusikan oleh nilai *upper* α-cut bilangan *fuzzy* yang bersesuaian. Prosedur *fuzzy* Black Litterman terletak pada pemilihan nilai α-cut terbaik. Hasil implementasi FBL pada 5 saham dari Jakarta Islamic Index (JII) yaitu WIKA, SILO, AALI, SSMS, dan ITMG menghasilkan *return* dan risiko sebesar 0.814 dan 0.0708 serta kinerja portofolio yang dihitung dengan dengan nilai *Sharpe ratio* adalah 11.49.

Kata kunci: Portofolio, Black Litterman, *Fuzzy Compromise Programming*, *Sharpe ratio*.

Abstract

This study aimed to explain fuzzy compromise programming approach for views on Black Litterman portfolio model (FBL). Fuzzy compromise programming approach was implemented on investor views is represented by trapezoidal fuzzy number. Then, trapezoidal fuzzy number was substituted by the upper α-cut. *It shows that procedure of fuzzy Black Litterman (FBL) need to find the best* α-cut . *The result of implementation FBL on 5 stocks of JII (Jakarta Islamic Index) such WIKA, SILO, AALI, SSMS, and ITMG was 0.814 and 0.0708, also the performance of portfolio using Sharpe ratio was 11.49.*

Keywords*:* Portofolio, Black Litterman, *Fuzzy Compromise Programming*, *Sharpe ratio*.

PENDAHULUAN

Model matematika telah banyak diaplikasikan dalam aspek kehidupan manusia, seperti pada bidang Biologi, Kimia, Fisika, Teknik, Ekonomi, dan sebagainya. Dengan menggunakan beberapa definisi, permasalahan yang ada di kehidupan nyata dapat ditransformasikan ke dalam model matematika. Salah satu contohnya dalam bidang Ekonomi adalah model pembentukan portofolio investasi saham.

Investasi adalah menanamkan modal baik langsung maupun tidak langsung, dengan harapan pada waktunya nanti pemilik modal mendapatkan sejumlah keuntungan dari hasil penanaman modal tersebut (Eduardus, 2007).

Dalam berinvestasi, seorang investor akan dihadapkan dengan risiko. Faktor risiko adalah salah satu yang harus diperhatikan oleh seorang investor dalam berinvestasi. Pada umumnya, seorang investor akan berusaha untuk meminimalkan risiko yang diperolehnya. Menurut Husnan (2003) bahwa untuk dapat meminimalkan risiko investasi, pemodal dapat melakukan diversifikasi yaitu dengan mengkombinasikan berbagai saham dalam investasi mereka, dengan kata lain mereka membentuk portofolio.

Dalam pasar modal, portofolio dikaitkan dengan portofolio aktiva finansial yaitu kombinasi beberapa saham sehingga investor dapat meraih *return* optimal dan memperkecil *risk* (Sunariyah, 2003). Ketika investasi dari satu aset mengalami kerugian, masih ada kemungkinan investasi pada asset lain yang memperoleh keuntungan. Jadi investasi dengan membentuk portofolio dapat mengurangi kerugian yang diderita investor.

Ada banyak model pembentukan portofolio, salah satunya adalah Model Black Litterman. Model Black Litterman muncul pada tahun 90an oleh Robert Litterman dan Fisher Black dengan mengkombinasikan dua sumber informasi yaitu *return* ekuilibrium *Capital Assets Pricing Model* (CAPM) dan prediksi *return* yang diberikan oleh investor pada masing-masing saham atau hanya pada beberapa saham.

Ada beberapa penelitian yang telah dilakukan mengenai model Black Litterman dan pengembangannya. Diantaranya adalah penelitian oleh Sara Haerunnisa dan Retno Subekti (2016) tentang pengembangan model Black Litterman dengan metode minimum variance terhadap data saham syariah Jakarta Islamic Index (JII) menunjukan bahwa model Black Litterman dengan minimum variance menguntungkan dalam jangka pendek dilihat dari nilai *Sharpe ratio*.

Sedangkan penelitian tentang Black Litterman dengan memaparkan metode untuk prediksi *views* telah dilakukan oleh Dhoriva Urwatul Wutsqa, Retno Subekti & Rosita Kusumawati (2016) yang memprediksi *views* dengan model radial basis neural network (RBFNN). Hasil prediksi *views* dengan menggunakan menggunakan pendekatan *fuzzy goal programming* dengan fungsi keanggotaan segitiga oleh Kenneth, dkk (2009) adalah meminimalkan total varians jika dibandingkan dengan model Black Litterman. Selain itu, Mohsen Gharakhani dan Seyed Jafar Sadjadi (2012) membentuk *views* model portofolio dengan pendekatan f*uzzy compromise programming* dengan menggunakam fungsi keanggotaan trapesium tanpa *short sale*. Menurut Jogiyanto, 2014. Portofolio dengan *short sale* memberikan hasil yang lebih baik, oleh karena itu penulis akan menganalisis pendekatan *fuzzy compromise programing* untuk *views* dalam portofolio model Black Litterman dengan *short sale.*

Berdasarkan penelitian yang berkembang mengenai Black Litterman dan prediksi *views* pada Black Litterman, penulis tertarik untuk menganalisis perkembangan Black Litterman dengan memperhatikan *views* investor sebagai bilangan *fuzzy* dan dengan memperbolehkan *short* sale. Selanjutnya, model tersebut akan diimplementasikan pada saham BEI khususnya saham – saham yang tergabung dalam Jakarta Islamic Index (JII).

BILANGAN FUZZY

Bilangan *fuzzy* muncul karena ada banyak kasus yang mengharuskan kita untuk menyatakan suatu bilangan dengan tidak tepat. Misalnya saat melihat jam, akan dinyatakan "sekitar jam 8", atau "tinggi pohon kira-kira 8 m". Contoh tersebut menyatakan bilangan dengan tambahan bahasa linguistik seperti sekitar, kira-kira, dll. Derajat keanggotaan dari bilangan *fuzzy* berada antar [0,1] dan angka yang disebutkan adalah pusat perkiraan dari bilangan *fuzzy* tersebut. Jadi derajat keanggotaan pada bilangan yang disebutkan adalah 1 (satu) sedangkan untuk bilangan-bilangan yang berada disekitar bilangan tersebut memiliki derajat keanggotaan kurang dari 1 (satu). Bilangan *fuzzy* adalah himpunan *fuzzy* yang didefinisikan pada himpunan bilangan riil. (Klir, 1997)

Definisi 29.1 (Wang, 1987) :

Terdapat $\tilde{A}$ suatu himpunan fuzzy pada $\mathbb{R}$. $\tilde{A}$ merupakan suatu bilangan fuzzy jika memenuhi sifat-sifat: (i) $\tilde{A}$ normal, (ii) $\tilde{A}$ konveks, (iii) $\tilde{A}$ memiliki batas atas yang terbatas, dan (iv) semua $\alpha - cut$ $\tilde{A}$ mendekati interval $\mathbb{R}$.

Fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* trapesium $\tilde{A}$ adalah:

$$\mu_{\tilde{A}}[x] = \begin{cases} 0 & ; \quad x \leq a \; atau \; x > 0 \\ \frac{(x-a)}{(b-a)} & ; \quad a \leq x \leq b \\ 1 & ; \quad b \leq x \leq c \\ \frac{(d-x)}{(d-c)} & ; \quad c \leq x \leq d \end{cases}$$

$\alpha - Cuts$ HIMPUNAN FUZZY

$\alpha - cut$ adalah suatu himpunan klasik yang membatasi derajat keanggotaan lebih dari atau sama dengan sebuah nilai α tertentu pada interval [0,1]. Apabila pada suatu himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dibatasi oleh nilai α maka didapatkan himpunan bagian klasik dari himpunan universal *X*, maka $\tilde{A}_a$ didefinisikan sebagai (Klir, 1997) :

$$\tilde{A}_a = \{x \in X | A(x) \geq \alpha\} \quad (1)$$

untuk nilai α ∈ [0,1].

Suatu cara lain untuk menyatakan suatu himpunan *fuzzy*, yaitu dengan menggunakan alpha-cuts. Terdapat koefisien *fuzzy* yang berupa himpunan *fuzzy* trapesium $\tilde{V}$ yaitu $(v^{(1)}, v^{(2)}, v^{(3)}, v^{(4)})$ dengan fungsi keanggotaan (Lee & Li, 1993) :

$$\mu_{\tilde{V}}[v] = \begin{cases} 0 & ; \; v \leq v^{(1)} \; atau \; v \geq v^{(4)} \\ \frac{(v-v^{(1)})}{(v^{(2)}-v^{(1)})}; & v^{(1)} \leq v \leq v^{(2)} \\ 1 & ; \quad v^{(2)} \leq v \leq v^{(3)} \\ \frac{(v^{(4)}-v)}{(v^{(4)}-v^{(3)})} & ; \quad v^{(3)} \leq v \leq v^{(4)} \end{cases}$$

(2)

α-cut untuk $\tilde{V}$ dapat dinyatakan dengan interval sebagai berikut:

$$(\tilde{V})_a = \left[(\tilde{V})^L_a, (\tilde{V})^U_a\right]$$
$$= [v^{(1)} + (v^{(2)} - v^{(1)})a, v^{(4)} - (v^{(4)} - v^{(3)})a]$$

(3)

dengan $(\tilde{V})^L_a$ adalah batas bawah $(\tilde{V})_a$ dank $(\tilde{V})^U_a$ adalah batas atas dari $(\tilde{V})_a$.

MODEL BLACK LITTERMAN

Model Black Litterman dengan pendekatan Bayes mengkombinasikan dua sumber informasi tentang *expected return* untuk membentuk satu *expected return* yang baru. Kombinasi kedua *expected return* tersebut yaitu *expected return* ekuilibrium yang diperoleh dari CAPM dan *expected return* yang diperoleh dari *views* investor terhadap *return* yang diharapkan dari saham-saham yang dipilih untuk dimasukkan dalam portofolio.

Views investor yang diberikan terhadap masing-masing saham bersifat subjektif sehingga dapat menghasilkan pernyataan *views* yang berbeda antar investor. Dalam model

Black Litterman, *views* investor tersebut dimodelkan dalam bentuk matematika sehingga disebut model *views* investor. Model *views* dapat dinyatakan dalam angka dan tingkat keyakinan *(level of confidence)* tertentu.

Model Black Litterman mengidentifikasi dua jenis informasi *expected return* yang kemudian dikombinasikan menjadi satu *return* ekuilibrium. Jenis informasi pertama adalah *return* ekuilibrium yang diperoleh dari CAPM dan jenis informasi kedua adalah *views* investor yang dibentuk dalam model matematika menjadi model *views* seperti pada persamaan berikut:

$$\boldsymbol{PE(r)} = \boldsymbol{q} + \boldsymbol{\nu} \quad (4)$$

Satchell dan Scrowcroft (2000) mentransformasikan bentuk umum CAPM sebagai berikut:

$$E(r_i) - r_f = \beta_i \left\lfloor E(R_M) - r_f \right\rfloor \quad (5)$$

$$\pi = \beta \mu_m$$

keterangan

$\boldsymbol{\pi}$: vektor *expected return* CAPM $n \times 1$

β : ukuran risiko sistematis suatu sekuritas yang tidak dapat dihilangkan dengan melakukan diversifikasi.

Rumus umum beta adalah

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M{}^2} = \frac{Cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)} \quad (6)$$

dimana *return* portofolio pasar (R_M) dalam bentuk notasi vektor $(R_M) = R' w_m$

$$\boldsymbol{\pi} = \frac{Cov(r, r' w_m)}{\sigma^2{}_m} \mu_m$$

$$= \frac{\mu_m}{\sigma_m^2} Cov(r, r') w_m$$

$$= \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2} Cov(r, r') w_m$$

$$= \delta \sum \boldsymbol{w_m} \quad (7)$$

dengan,

$\boldsymbol{r}$ =vektor n x 1 *return* saham

$$= \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix}$$

δ = toleransi terhadap risiko

$$\delta = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p}$$

$\boldsymbol{w_m}$ = vektor $n \times 1$ bobot untuk tiap saham dalam portofolio sesuai persentase kapitalisasi pasar tiap saham terhadap keseluruhan kapitalisasi pasar pada portofolio.

$$= \begin{bmatrix} w_{1,m} \\ w_{2,m} \\ \vdots \\ w_{n,m} \end{bmatrix}$$

Model Black Litterman melibatkan *views* investor untuk menyesuaikan *expected return* ekuilibrium CAPM dalam memprediksi *return* di masa yang akan datang. Seorang investor diberikan kesempatan untuk memberikan *views* pada semua saham atau hanya pada beberapa saham saja baik dengan menggunakan *views* pasti (*absolute views*) maupun *views* relatif (*relative views*).

Untuk mengkombinasikan dua sumber informasi dalam model Black Litterman yaitu *return* ekuilibrium CAPM dan model *views* investor sebagai data prior dibutuhkan suatu pendekatan. Pendekatan Black Litterman yang digunakan secara umum yaitu pendekatan Bayes yang dikembangkan oleh Stachell dan Scowroft pada tahun 2000. Nilai *expected return* Black Litterman adalah :

$$\mu_{BL} = E(r_{BL}) = \pi + \tau\Sigma\boldsymbol{P}'(\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{P}\tau\Sigma\boldsymbol{P}')^{-1}(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{P}\pi) \quad (8)$$

***FUZZY LINEAR PROGRAMMING* TUJUAN GANDA**

Fuzzy linear programming tujuan ganda berkembang dari *fuzzy linear programming* satu tujuan. Pada FLP, fungsi objektif dan kendala merupakan parameter *fuzzy*. Model FLP dapat direpresentasikan dengan rumusan sebagai berikut (Sri Kusumadewi dan Hari Purnomo, 2010)

$$Maks\ atau\ Min: Z \gtrsim C^T X$$
$$Kendala: AX \gtrsim B$$
$$X \geq 0 \quad (9)$$

Berdasarkan persamaan (9) maka FLP tujuan ganda dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{maks}\, \tilde{Z}(x) = (\tilde{c}_1 x, \tilde{c}_2 x, \dots, \tilde{c}_l x)$$
$$\min \widetilde{W}(x) = (\tilde{c}'_1 x, \tilde{c}'_2 x, \dots, \tilde{c}'_m x) \quad (10)$$

dengan kendala

$$x \,\epsilon\, X = \left\{x \in \mathbb{R}^n \middle| \tilde{A}x * \tilde{b}, x \geq 0\right\}$$

Dimana $\tilde{c}_k, \tilde{c}'_s$ adalah vektor n-dimensi yang mewakili fungsi tujuan permasalahan maksimasi dan minimasi, $\tilde{b}$ adalah vector m-dimensi, $\tilde{A}$ adalah matriks m x n dan elemennya adalah bilangan *fuzzy*. Tanda bintang menunjukkan bahwa terdapat dua kemungkinan kendala yaitu kendala ≤ atau ≥. $(x)^{\alpha}_{\beta}$ adalah solusi dari permasalahan (10) dengan α ∈ [0,1] untuk menyatakan "tingkat kemungkinan" artinya suatu tingkat dimana semua koefisien *fuzzy* yang memungkinkan, dan γ ∈ [0,1] menyatakan *compromise programming* atau tingkat kompromi yang memenuhi semua tujuan *fuzzy* yang sesuai pada tingkat kemungkinan α. Dengan aturan konjungsi cara Bellman - Zadeh (1970), parameter *fuzzy* α dapat dinyatakan sebagai

$$\alpha = min_{k,s,i,j}\{\mu_{\tilde{c}_{kj}}, \mu_{\widetilde{c'}_{sj}}, \mu_{\tilde{a}_{ij}}, \mu_{\tilde{b}_i} | k = 1, \dots, l, s = 1, \dots, r, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n\} \quad (11)$$

Persamaan (11) berarti bahwa kelayakan seluruh sistem adalah sama dengan kemungkinan komponen yang paling mungkin pada suatu sistem atau ekuivalen dengan komponen minimum yang mungkin. Dengan kata lain, semakin tinggi kemungkinan koefisien, semakin kuat keterbatasan pada koefisien. Untuk mendapatkan solusi optimal pada tingkat α tertentu yaitu saat persamaan (11) berlaku:

$$\mu_{\tilde{c}_{kj}} = \mu_{\widetilde{c'}_{sj,}} = \mu_{\tilde{a}_{ij}} = \mu_{\tilde{b}_i} = \alpha \quad (12)$$

$\tilde{V}_\alpha$ adalah $\alpha - cut$ bilangan *fuzzy* serta $\tilde{V}^U_\alpha$ dan $\tilde{V}^L_\alpha$ adalah batas atas dan batas bawah $\alpha - cut$ tersebut.

$$\tilde{V}^L_\alpha \leq \tilde{V}_\alpha \leq \tilde{V}^L_\alpha \quad (13)$$

Berdasarkan (Lee dan Li, 1993) saat α diketahui maka untuk menyelesaikan permalasahan fungsi tujuan $\tilde{Z}_k$ yang akan dimaksimumkan dan $\widetilde{W}_s$ akan diminimumkan disubstitusikan oleh batas atas α-*cut* untuk kasus maksimasi dan batas bawah α-*cut* untuk kasus minimasi yan didapatkan melalui persamaan (3), yaitu :

$$\left(\tilde{Z}_k\right)^U_\alpha = \textstyle\sum_{j=1}^n (\tilde{c}_{kj})^U_\alpha . x_j, k = 1, \dots, l,$$
$$\left(\widetilde{W}_s\right)^L_\alpha = \textstyle\sum_{j=1}^n (\tilde{c}'_{sj})^L_\alpha . x_j, s = 1, \dots, r. \quad (14)$$

Berdasarkan persamaan (13) maka persamaan 10 dapat dinyatakan sebagai (Lee dan Li, 1993):

$$maks \left(\tilde{Z}_k\right)^U_\alpha = \textstyle\sum_{j=1}^n (\tilde{c}_{kj})^U_\alpha . x_j, k = 1, \dots, l,$$
$$min \left(\widetilde{W}_s\right)^L_\alpha = \textstyle\sum_{j=1}^n (\tilde{c}'_{sj})^L_\alpha . x_j, s = 1, \dots, r. \quad (15)$$

dengan kendala

$x \epsilon X = \{x \in \mathbb{R}^n | \tilde{A}x * \tilde{b}, x \geq 0\}$

Persamaan tujuan ganda (15) ekuivalen dengan persamaan satu tujuan (16) berikut :

$\max \gamma$

dengan kendala

$$\gamma \leq \mu_k^\alpha(\tilde{Z}_k)$$

$$\gamma \leq \mu_s^\alpha(\widetilde{W}_s) \tag{16}$$

$$\gamma \in [0,1]$$

$$x \in X_\alpha$$

dimana $\mu_k^\alpha(\tilde{Z}_k)$ dan $\mu_s^\alpha(\widetilde{W}_s)$ adalah tingkat realisasi fungsi objektif yang berbeda didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_k^\alpha(\tilde{Z}_k) = \frac{[\sum_{j=1}^n (\tilde{c}_{kj})_\alpha^U . x_j - (\tilde{Z}_k)_\alpha^-]}{[(\tilde{Z}_k)_\alpha^+ - (\tilde{Z}_k)_\alpha^-]} \tag{17}$$

$$\mu_s^\alpha(\widetilde{W}_s) = \frac{[(\widetilde{W}_s)_\alpha^- - \sum_{j=1}^n (\tilde{c}'{}'_{kj})_\alpha^L . x_j]}{[(\widetilde{W}_s)_\alpha^- - (\widetilde{W}_s)_\alpha^+]}$$

Berdasarkan persamaan (17) maka persamaan (16) diatas dapat dinyatakan kembali menjadi :

$\max \gamma$

dengan kendala,

$$\gamma \leq \frac{[\sum_{j=1}^n [c_{kj}^{(4)} - (c_{kj-}^{(4)} c_{kj}^{(3)})a].x_j - (\tilde{Z}_k)_\alpha^-]}{[(\tilde{Z}_k)_\alpha^+ - (\tilde{Z}_k)_\alpha^-]}$$

$$\gamma \leq \frac{[(\widetilde{W}_s)_\alpha^- - \sum_{j=1}^n [c_{sj}^{(1)} + (c_{sj-}^{(2)} c_{sj}^{(1)})a].x_j]}{[(\widetilde{W}_s)_\alpha^- - (\widetilde{W}_s)_\alpha^+]} \tag{18}$$

$$\gamma \in [0,1]$$

$$x \in X_\alpha$$

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Fuzzy Compromise Programming pada Model Black Litterman dirumuskan untuk penyelesaian masalah tujuan ganda dengan menggunakan fungsi ganda. Dari persamaan (10) dapat dinyatakan secara khusus untuk masalah portofolio yaitu keinginan investor untuk memperoleh hasil keuntungan. Dengan mendefinisikan keuntungan sebagai $\tilde{\mu}x$ dan risiko sebagai βx merujuk pada Mohsen Gharakhani & Seyed Djafar (2013) dapat dituliskan kembali sebagai berikut :

maks $\tilde{z} = \tilde{\mu}x$

$$\min w = \beta x \tag{19}$$

dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$$

$$x \geq 0$$

dengan vektor *fuzzy return* $\tilde{\mu}$ adalah sebagai berikut,

$$\tilde{\mu} = \tilde{\mu}^{FBL} = \pi + \tau\Sigma P'(\tau P\Sigma' + \Omega)^{-1}(\tilde{v} - P\pi) \tag{20}$$

dan β adalah ukuran risiko CAPM

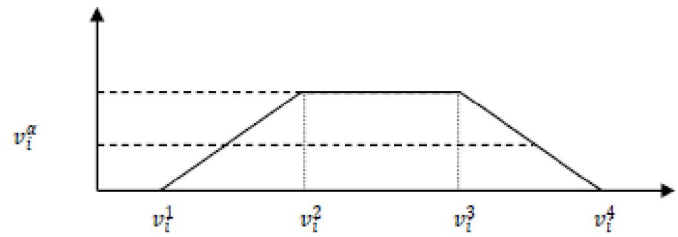
dengan mensubstitusikan persamaan (19) ke persamaan (16) maka diperoleh:

maks $\tilde{z} = \tilde{\mu}_1 x_1 + \tilde{\mu}_2 x_2 + \cdots + \tilde{\mu}_l x_l$

$$\min w = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_l x_l \tag{21}$$

Terdapat bilangan *fuzzy* yang berupa himpunan *fuzzy* trapesium $\tilde{V}$ yaitu ($v^{(1)}$, $v^{(2)}$, $v^{(3)}$, $v^{(4)}$) dengan fungsi keanggotaan berikut:

$$\mu_{\tilde{V}}[v] = \begin{cases} 0 & ; \quad v \leq v^{(1)}\ atau\ v \geq v^{(4)} \\ \frac{(v - v^{(1)})}{(v^{(2)} - v^{(1)})} & ; \quad v^{(1)} \leq v \leq v^{(2)} \\ 1 & ; \quad v^{(2)} \leq v \leq v^{(3)} \\ \frac{(v^{(4)} - v)}{(v^{(4)} - v^{(3)})} & ; \quad v^{(3)} \leq v \leq v^{(4)} \end{cases}$$



Gambar 1 Representasi Fungsi Keanggotaan trapesium

Pada prediksi *views* dalam model Black Litterman tersebut himpunan universal *views* didefinisikan sebagai **U**= **[0, 0.3]** yang berarti bahwa interval *return* saham adalah 0 – 30 % dan merupakan bilangan *fuzzy* trapesium sehinggan $\tilde{V} = [0, 0.1, 0.2, 0.3]$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut :

$$\mu_{\tilde{V}}[v] = \begin{cases} 0 & ; \quad v \leq 0 \; atau \; v \; \geq \; 0.3 \\ \dfrac{(v-0)}{(0.1-0)} & ; \quad 0 \; \leq \; v \; \leq \; 0.1 \\ 1 & ; \quad 0.1 \; \leq \; v \; \leq \; 0.2 \\ \dfrac{(0.3-v)}{(0.3-0.2)} & ; \quad 0.2 \; \leq \; v \; \leq 0.3 \end{cases}$$

Saat α diketahui maka fungsi tujuan $\tilde{z}$ yang akan dimaksimumkan dan w akan diminimumkan disubstitusikan oleh batas atas α -*cut* untuk kasus maksimasi dan batas bawah α -*cut* untuk kasus sehingga untuk kasus diatas menjadi (Lee dan Li):

$$(\tilde{z})_{\alpha}^{U} = \sum_{j=1}^{n} (\tilde{\mu}_j)_{\alpha}^{U} . x_j \tag{22}$$

$$\mathrm{w} = \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_j$$

Bilangan *fuzzy* adalah prediksi *views* investor yaitu $\tilde{v}$. Oleh karena itu, disubstitusikan *a-cut views* investor, sehingga diperoleh :

$$(\tilde{\mu}_j)_{\alpha}^{U} = \pi + \tau\Sigma\mathrm{P}'(\tau P\Sigma' + \Omega)^{-1}((v^{(4)} - (v^{(4)} - v^{(3)})a) - P\pi$$

Dengan mensubstitusikan nilai $v^{(4)}$ dan $v^{(3)}$ sesuai dengan yang diketahui yaitu 0.3 dan 0.2 sehingga diperoleh :

$$(\tilde{\mu}_j)_{\alpha}^{U} = \pi + \tau\Sigma\mathrm{P}'(\tau P\Sigma' + \Omega)^{-1}((0.3 - 0.1\,a) - P\pi$$

Sehingga permasalahan 16 menjadi :

$$maks\; (\tilde{z})_{\alpha}^{U} = \sum_{j=1}^{n} (\tilde{\mu}_j)_{\alpha}^{U} . x_j,$$

$$\min w = \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_j \tag{23}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$$

$$\alpha \in [0,1]$$

$$x_j \geq 0$$

Selanjutnya untuk setiap α dapat ditentukan tingkat kompromi yang optimum α dengan langkah menyelesaikan masalah pemrograman linear satu tujuan seperti berikut :

$$\max \gamma$$

dengan kendala

$$\gamma \leq \frac{[\sum_{j=1}^{n}[(v^{(4)} - (v^{(4)} - v^{(3)}))a].x_j - (\tilde{Z}_k)_{\alpha}^{-}]}{[(\tilde{Z}_k)_{\alpha}^{+} - (\tilde{Z}_k)_{\alpha}^{-}]}$$

$$\gamma \leq \frac{[(\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{-} - \sum_{j=1}^{n} \beta_j . x_j]}{[(\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{-} - (\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{+}]} \tag{24}$$

$$\gamma \in [0,1]$$

$$x \in X_{\alpha}$$

Terdapat empat jenis fungsi objektif yang berbeda untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Solusi ideal dan anti-ideal didefinisikan berdasarkan Lee dan Li (1993), yaitu menunjukkan solusi terbaik dan terburuk suatu permasalahan. Diasumsikan bahwa $(\tilde{Z}_k)_{\alpha}^{+}$, $(\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{+}$dan $(\tilde{Z}_k)_{\alpha}^{-}$, $(\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{-}$ secara berurutan adalah solusi ideal dan anti ideal yang dapat didapat melalui pemecahan setiap masalah pemrograman program linear satu tujuan untuk semua nilai *k* dan *s* yang memungkinkan.

$$\underset{x \in X_{\alpha}}{maks} (\tilde{Z}_k)_{\alpha}^{+} = \sum_{j=1}^{n} (\tilde{\mu}_j)_{\alpha}^{U} . x_j$$

$$\underset{x \in X_{\alpha}}{min} (\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{+} = \sum_{j=1}^{n} (\tilde{\mu}_j)_{\alpha}^{L} . x_j \tag{25}$$

$$\underset{x \in X_{\alpha}}{maks} (\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{-} = \sum_{j=1}^{n} \beta_j . x_j$$

$$\underset{x \in X_{\alpha}}{min} (\tilde{Z}_s)_{\alpha}^{-} = \sum_{j=1}^{n} \beta_j . x_j$$

Untuk menemukan tingkat kompromi yang optimum untuk setiap derajat α dengan langkah menyelesaikan masalah pemrograman linear satu tujuan berikut :

$$\max \gamma$$

dengan kendala

$$\gamma \leq \mu_k^{\alpha}(\tilde{Z}_k)$$

$$\gamma \leq \mu_s^{\alpha}(\widetilde{W}_s) \tag{26}$$

$$\gamma \in [0,1]$$

$$x \in X_{\alpha}$$

Selanjutnya, terdapat λ yaitu tingkat kepuasan secara keseluruhan untuk solusi $(x)_{\beta}^{\alpha}$ berdasarkan tujuan *fuzzy* dan koefisien. Menurut aturan Bellman-Zadeh λ dihitung sebagai $\lambda =$

min {α,γ} dimana α,γ adalah dua parameter yang tidak diketahui. Parameter α menunjukkan tingkat kemungkinan koefisien *fuzzy* dan parameter γ menunjukkan tingkat kompromi antara fungsi tujuan yang berbeda.

Pada portofolio Black Litterman tersebut, terdapat dua fungsi objektif yaitu fungsi tujuan *return* dan fungsi risiko dimana salah satunya adalah *fuzzy* dan non-*fuzzy*. Fungsi objektif *return* menggunakan *Fuzzy*-BL sedangkan fungsi risiko menggunakan portofolio beta. Karena portofolio beta dihitung berdasarkan data masa lampau, dan tidak berdasarkan *views* investor, oleh karena itu fungsi risiko tidak dianggap sebagai bilangan *fuzzy*.

Pandangan investor mengenai keuntungan investasi yang diharapkan akan mempengaruhi pemilihan saham dalam membentuk portofolio. Pandangan tersebut merupakan sesuatu yang tidak pasti, oleh karena itu *views* investor dianggap sebagai bilangan *fuzzy*. *Fuzzy Compromise Programming* digunakan untuk menyelesaikan persamaan program linier tujuan ganda untuk pada portofolio Black Litterman.

Saham yang digunakan adalah saham-saham yang tercatat dalam BEI khusunya yang tergabung dalam JII (Jakarta Islamic Index). Saham yang dianalisis adalah 5 saham terpilih yang tergabung dalam Jakarta Islamic Index pada periode November 2015 sampai dengan Maret 2017 yaitu sejumlah 72 periode. Selanjutnya menyelesaikan fuzzy program berikut ini:

$maks(\tilde{z})_\alpha^U$ =(0.171897 +0.076232α) x_1+(0.112552+ 0.03909 α)x_2+(0.146139+0.058179 α)x_3+(-0.04279 – 0.027516 α)x_4+(-0.14931 – 0.02950 α)x_5

$$\min\gamma = 0.49576x_1 + 0.48112x_2 + 0.62060x_3 + 0.44649x_4 + 0.812369x_5 \quad (27)$$

dengan kendala

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$x \geq 0$$

Selanjutnya untuk setiap α dapat ditentukan tingkat kompromi yang optimum α dengan langkah menyelesaikan masalah pemrograman linear satu tujuan seperti pada persamaan berikut:

$$\max\gamma$$

dengan kendala

$$\gamma \leq \frac{[\sum_{j=1}^{n}[(v^{(4)}-(v^{(4)}-v^{(3)}))a].x_j-(\tilde{Z}_k)_{\overline{\alpha}}]}{[(\tilde{Z}_k)_{\alpha}^{+}-(\tilde{Z}_k)_{\overline{\alpha}}]}$$

$$\gamma \leq \frac{[(\widetilde{W}_s)_{\overline{\alpha}}-\sum_{j=1}^{n}\beta_j.x_j]}{[(\widetilde{W}_s)_{\overline{\alpha}}-(\widetilde{W}_s)_{\alpha}^{+}]} \quad (28)$$

$$\gamma \in [0,1]$$

$$x \in X_\alpha$$

Tabel 1. Hasil untuk permasalahan FBL model (27) dan (28)

A	Z^+	Z^-	W^+	W^-	γ	$\widetilde{\mu_1}^{FBL}$	$\widetilde{\mu_2}^{FBL}$	$\widetilde{\mu_3}^{FBL}$	$\widetilde{\mu_4}^{FBL}$	$\widetilde{\mu_5}^{FBL}$
1	0.0703	-0.1100	0.8124	0.4665	0.7201	0.0703	0.0604	0.0686	-0.0061	-0.1100
0.9	0.0804	-0.1139	0.8124	0.4665	0.7748	0.0804	0.0656	0.0763	-0.0098	-0.1139
0.82	0.0885	-0.1171	0.8124	0.4665	0.7845	0.0885	0.0698	0.0825	-0.0127	-0.1171
0.815	0.0891	-0.1173	0.8124	0.4665	0.8179	0.0891	0.0701	0.0829	-0.0129	-0.1173
0.81	0.0896	-0.1174	0.8124	0.4665	0.8204	0.0896	0.0703	0.0833	-0.0131	-0.1174
0.8	0.0906	-0.1178	0.8124	0.4665	0.8251	0.0906	0.0709	0.0841	-0.0134	-0.1178
0.72	0.0987	-0.1210	0.8124	0.4665	0.8619	0.0987	0.0750	0.0903	-0.0164	-0.1210
0.7	0.1007	-0.1218	0.8124	0.4665	0.8707	0.1007	0.0761	0.0918	-0.0171	-0.1218
0.68	0.1028	-0.1226	0.8124	0.4665	0.8794	0.1028	0.0771	0.0934	-0.0178	-0.1226
0.005	0.1714	-0.1491	0.8124	0.4665	1	0.1714	0.1123	0.1458	-0.0426	-0.1491

Dari tabel 1 dipilih nilai α=0.815 dan γ=0.8179 merujuk pada Bellman-Zadeh bahwa nilai $\lambda = \min\{\alpha, \beta\}$. Selanjutnya akan dihitung bobot masing-masing saham berdasarkan He & Litterman 1999 yaitu menggunakan persamaan $w_{BL} = (\delta\Sigma)^{-1}{}_{BL}$, sehingga untuk permasalahan *fuzzy* Black Litterman analog dengan persamaan tersebut adalah : $w_{FBL} = (\delta\Sigma)^{-1}{}_{FBL}$ sehingga didapatkan bobot masing-masing saham yaitu :

Tabel 2. Bobot masing-masing saham

No	Kode Saham	w_{FBL}
1	WIKA	-0.661177152
2	SILO	-0.068432816
3	AALI	0.885480933
4	SSMS	0.065156324
5	ITMG	0.778972712

Pengukuran kinerja portofolio menggunakan nilai *sharpe ratio* merujuk pada William Sharpe (1966) yaitu menggunakan rumus $S_p^* = \frac{R_p}{\sigma_p}$, dengan R_p adalah *return* portofolio dan σ_p adalah risiko portofolio. Sehingga didapatkan nilai *sharpe ratio* yaitu sebesar 11.49.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil pembahasan Pendekatan *Fuzzy Compromise Programming* untuk *Views* dalam Portofolio Black Litterman dapat disimpulkan bahwa perbedaan dari proses pembentukan portofolio Black Litterman dengan pendekatan *Fuzzy Compromise Programming* terletak pada perhitungan *Expected Return* Black Litterman dimana *views* investor diwakili oleh bilangan *fuzzy* trapesium. Saham-saham dipilih berdasarkan beberapa kriteria sehingga terpilih lima saham yaitu WIKA, SILO, AALI, SSMS dan ITMG.

Berikut adalah hasil pembentukan portofolio yang digunakan dalam penelitian ini Portofolio saham dengan menggunakan model Black Litterman dengan pendekatan *Fuzzy Compromise Programming, d*ari 100% dana investasi yang dimiliki investor, diperoleh hasil pembobotan dana untuk masing-masing saham yaitu WIKA sebesar (-66.12%), SILO sebesar (-6.84%), AALI sebesar 88.54%, SSMS sebesar 6.51% dan ITMG sebesar 77.89%. Nilai *Sharpe ratio* untuk metode ini adalah sebesar 11.49.

Saran

Pada jurnal ini telah dibahas mengenai pendekatan *fuzzy compromise programming* untuk *views* dalam portofolio Black Litterman dengan fungsi keanggotaan trapesium. Bagi pembaca yang tertarik terhadap portofolio Black Litterman dan *fuzzy compromise programming* dapat mengembangkan permasalahan dengan menggunakan fungsi keanggotaan selain trapesium.

DAFTAR PUSTAKA

Bellman, R. E., & Zadeh, L. A. (1970). *Decision Making in a fuzzy environment.* Management Sciences. 17.

Dhoriva Urwatul Wutsqa, Retno Subekti dan Rosita Kusumawati. (2014). Radial Basis Function Neural Network for Views Prediction on Black-Litterman Model. Journal of Innovative Technology and Education, Vol. 3, 2016, no. 1, 71 - 78.

Edi Cahyono. (2013). Pemodelan Matematika Edisi Pertama. Yogayakarta : Graha Ilmu.

Eduardus Tandelilin. (2001). *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio.* Yogyakarta: BPPE-Yogyakarta.

He, G., and Litterman, R. (1999). The Intuition Behind Black Litterman Model Portofolio. *Investment Management Research.* Goldman, Sachs & Company

Jogiyanto Hartono. (2014). *Teori dan Praktik Portofolio dengsn Excel.* Jakarta: Salemba Empat.

Kenneth D Lawrence, dkk. (2009). A Fuzzy Programming Approach to Financial Model.

Klir, G. J, Clair St. Ute, dan Yuan Bo. (1997) . *Fuzzy Set Theory (Foundations and Applications)*. USA: Prentice-Hall International

Kusuma, Dewi. Purnomo, Hari. (2013). *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan.* Yogyakarta : Graha Ilmu.

Lee, E. Stanley., Li R.J. (1993). *Fuzzy Multiple Objective Programming and Compromise Programming with Pareto Optimum.* Fuzzy Sets and System (275-288)

Mohsen Gharakhani, Seyed Djafar Sadjadi. (2012). *A fuzzy Compromise Programmig approach for the Black-Litterman Portofolio Selection Model.* Decision Secience Letters, 11-22.

Retno Subekti. Purwati. (2014). Pembentukan Views dengan Pendekatan Time Series pada model Black Litterman. Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII - 2014. 11 - 14 Juni 2014. ITS : Surabaya.

Satchell, S., and Scowcroft, A. (2000). A Demystification of The Black Litterman: Managing Quantitive and Traditional Construction. *Journal of Asset Management* , 138-150.

Sara Haerunnisa & Retno Subekti. (2016). Kinerja Model Black Litterman dengan Strategi Diversivikasi Naïve dan Minimum Variance dalam Analisis Portofolio Saham Syariah. E – Journal Universitas Negeri Yogyakarta.Volume 5 No 3.

Sharpe, William. (1966). *Mutual Fund Performance*. The Journal of Business, vol 39, No 1 Part 2, 119-138.

Sunariyah. (2011). *Pengantar Pengetahuan Pasar Modal.* Yogyakarta: UPP-AMP YKPN.

Wang, Li-Xiin. (1997). *A Course in Fuzzy System and Control.* USA : Prentice – Hall International.