

# APLIKASI GRAF FUZZY DAN ALJABAR MAX-PLUS UNTUK PENGATURAN LAMPU LALU LINTAS DI SIMPANG EMPAT BERAN

## FUZZY GRAPH AND MAX-PLUS ALGEBRA APPLICATION FOR TRAFFIC LIGHT IN BERAN CROSSROADS

Oleh: Arifudin Prabowo Kurniawan,

Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA, UNY

e-mail: [arifudin3@gmail.com](mailto:arifudin3@gmail.com), [agusmaman@uny.ac.id](mailto:agusmaman@uny.ac.id) dan [musthofa@uny.ac.id](mailto:musthofa@uny.ac.id)

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan fase dan lama waktu lampu lalu lintas menggunakan teori graf *fuzzy* dan teori aljabar *max-plus*. Penelitian ini juga bertujuan untuk menganalisis perbandingan kedua aplikasi teori tersebut. Dalam penelitian ini digunakan sampel simpang empat Beran Kabupaten Sleman Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta. Data yang diambil adalah kepadatan lalu lintas, lebar jalan, dan pengaturan lampu lalu lintas yang diterapkan pada saat itu. Pengambilan data dilakukan secara manual dengan bantuan aplikasi *traffic counter*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa presentase lama lampu hijau menyala menggunakan teori graf *fuzzy* bertambah sebanyak 31% dan presentase lama lampu merah menyala berkurang sebanyak 9,8% dibanding pengaturan lampu lalu lintas yang diterapkan saat itu. Presentase lama lampu hijau menyala menggunakan teori aljabar *max-plus* bertambah sebanyak 3,6% tetapi presentase lama lampu merah menyala juga bertambah sebanyak 1,8% dibanding pengaturan lampu lalu lintas yang diterapkan saat itu. Oleh karena itu, peneliti lebih cenderung untuk menggunakan teori graf *fuzzy* dibanding dengan teori aljabar *max-plus* dalam pengaturan fase lampu lalu lintas di simpang empat Beran.

Kata kunci: Pengaturan lampu lalu lintas, graf *fuzzy*, aljabar *max-plus*

### Abstract

*The purpose of this research is to determine the phase and duration of the traffic light using fuzzy graph theory and using max-plus algebra theory, this research also to analyze the comparison of both theories. We use sample in Beran crossroads, Sleman, special region of Yogyakarta. The data that be observed are traffic density, width of the road, and the traffic light settings were applied at that time. The data obtained by observing crossroads and using traffic counter application. The results of applying fuzzy graph theory showed that the percentage of duration green light increased about 31% and the percentage of duration red lights decreased about 9.8% compared to the traffic light settings were applied at that time. While the result of applying max-plus algebra theory showed that the percentage of duration green light increased about 3.6% but the percentage of duration red lights also increased about 1.8% compared to the traffic light settings were applied at that time. Therefore, researcher prefer to apply fuzzy graph theory than max-plus algebra theory in traffic light setting at Beran crossroads.*

*Keywords: traffic light, fuzzy graph, max-plus algebra*

### PENDAHULUAN

Yogyakarta merupakan kota dengan tingkat kemacetan lalu lintas yang semakin meningkat. Kemacetan banyak menyebabkan kerugian. Hal ini terbukti dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Basuki & Siswadi (2008: 80) diperoleh hasil bahwa rata-rata kerugian akibat keterlambatan yang disebabkan oleh kemacetan

yang terjadi pada satu simpang di Yogyakarta sebesar Rp. 11.282.482,21 per jam. Kerugian ini berupa bertambahnya biaya operasional kendaraan yang semestinya tidak perlu dikeluarkan apabila kecepatannya bisa mencapai kecepatan desain perencanaan, yakni kecepatan pada saat jalan normal tidak macet. Kerugian

paling dasar dari kemacetan, yaitu adanya pemborosan bahan bakar.

Penyebab kemacetan yang terjadi dipengaruhi oleh banyak faktor yang saling berkaitan antara satu dengan yang lain. Padatnya arus kendaraan yang melewati suatu ruas jalan menjadi salah satu penyebabnya. Menurut Wibowo (2016: 1) terjadi kenaikan penggunaan kendaraan bermotor sebesar 7-10 persen pada 2015 dibanding tahun sebelumnya. Diperkirakan presentasi kenaikan kendaraan bermotor akan terus meningkat.

Penggunaan lampu lalu lintas menjadi salah satu solusi untuk mengatasi tingkat kemacetan yang terjadi di suatu simpang jalan. Namun, terkadang pemasangan lampu lalu lintas tidak dapat mengurangi kemacetan atau kepadatan kendaraan. Hal ini terjadi karena pembagian durasi waktu lampu lalu lintas yang tidak sesuai dengan volume kendaraan dan kondisi lalu lintas suatu jalan. Oleh karena itu perlu adanya pengaturan durasi lampu lalu lintas yang dinamis agar masing masing simpang jalan memperoleh durasi yang sesuai dengan kepadatan dan kondisi lalu lintas yang terjadi di suatu simpang jalan.

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu dalam matematika yang mempelajari himpunan titik dan himpunan garis. Suatu graf merupakan diagram yang terdiri dari titik-titik tidak kosong yang disebut simpul (*vertex*) dan dihubungkan oleh garis yang disebut sisi (*edge*) (Munir, 2010: 353). Menurut Nurshiami et al (2014: 2-3) salah satu cabang ilmu dari graf ialah graf *fuzzy*. Graf *fuzzy* merupakan pelabelan atau pembobotan simpul, sisi ataupun simpul dan sisi graf dengan himpunan *fuzzy*. Graf *fuzzy*

merupakan pengembangan dari teori graf yang saat ini banyak mendapat perhatian. Seperti Myna (2015), Tobunggu (2016), Siamak & Mostafa (2011) telah melakukan penelitian graf *fuzzy* yang diterapkan pada pengaturan simpang lalu lintas dalam mempermudah mengidentifikasi lokasi kepadatan lalu lintas yang terjadi.

Pada tahun 1965, Prof Lofti A. Zadeh dari California University USA memberikan sumbangan yang berharga dalam pengembangan teori himpunan *fuzzy*. Teori himpunan *fuzzy* diterapkan ke berbagai macam disiplin ilmu. Sehingga aplikasi teori ini dapat ditemukan dalam ilmu komputer, kecerdasan buatan, teknik pengambilan keputusan, teknik kendali, ilmu manajemen, robotika, dan lain sebagainya. Menurut Kusumadewi (2003:154) ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan teori himpunan *fuzzy*, antara lain :

1. Konsep mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran *fuzzy* sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Sangat fleksibel.
3. Memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.

Menurut Rudhito (2016: 13) aljabar *max-plus* ialah himpunan  $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  dengan  $\mathbb{R}$  merupakan himpunan semua bilangan riil yang dilengkapi dengan operasi maksimum, dinotasikan dengan  $\oplus$  dan operasi penjumlahan yang dinotasikan dengan  $\otimes$ . Diberikan  $\mathbb{R}_{\max} = (\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \oplus, \otimes)$  dengan  $\varepsilon := -\infty$  dan  $e := 0$ .

*Aplikasi Graf Fuzzy .... (Arifudin Prabowo Kurniawan) 74*  
dilakukan untuk mengambil sampel data kemacetan berdasarkan banyak motor dan mobil yang melewati setiap arus di simpang empat dan untuk mengambil data waktu lama waktu lampu hijau, lama waktu lampu kuning, lama waktu lampu merah, lama fase *clear*, waktu tempuh dari lampu lalu lintas sebelum simpang empat Beran, yakni simpang empat Denggung.

### **Teknik Analisis Data**

Dengan data yang dikumpulkan melalui survei langsung di lapangan, didapatkan data-data yang dibutuhkan berupa:

1. Gambar simpang empat Beran, Kabupaten Sleman, Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta. Data gambar simpang empat digunakan untuk analisis awal masalah kemacetan di simpang empat tersebut
2. Fase arus lalu lintas yang diterapkan saat ini. Data ini digunakan dalam pembentukan graf kompatibel untuk pembentukan fase arus lalu lintas yang baru.
3. Banyak kendaraan motor dan mobil yang melewati simpang empat. Data ini digunakan sebagai *input fuzzy* dalam menganalisa tingkat kemacetan yang terjadi pada setiap arus lalu lintas di simpang empat.
4. Lama waktu lampu hijau, lampu kuning, fase *clear* antar simpang, serta lama waktu tempuh kendaraan dari simpang empat sebelum Beran menuju ke simpang empat Beran. Data ini digunakan dalam pembentukan model aljabar *max-plus*.

### **Penyelesaian Masalah**

Penyelesaian masalah dilakukan dengan membandingkan dua teori, yakni teori graf *fuzzy*

Penelitian tentang teori aljabar *max-plus* dan aplikasinya sudah dilakukan oleh Ariyanti (2011) sedangkan dalam pengaturan lampu lalu lintas sudah dilakukan oleh Nurmantoko dan Lazuardi. Nurmantoko (2013) melakukan penelitian tentang teori aljabar *max-plus* dalam pengaturan lampu lalu lintas di simpang Sentul dan Pakualam Yogyakarta. Lazuardi (2013) melakukan penelitian tentang teori aljabar *max-plus* dalam pengaturan lampu lalu lintas di simpang Gondomanan Yogyakarta. Kemudian dalam penelitian ini akan membandingkan teori graf *fuzzy* dan teori aljabar *max-plus* dalam pengaturan lampu lalu lintas yang diterapkan pada simpang yang sama. Simpang lalu lintas yang dipilih ialah simpang empat Beran Kabupaten Sleman Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.

### **METODE PENELITIAN**

Metode penelitian yang digunakan dalam penyelesaian tugas akhir ini adalah:

#### **Studi Pustaka**

Mempelajari bahan-bahan atau penjelasan literatur-literatur mengenai graf *fuzzy* dan aljabar *max-plus*

#### **Studi Lapangan**

Pelaksanaan pengambilan data dilakukan dengan survei langsung di lokasi simpang empat dengan lampu lalu lintas. Simpang empat yang dipilih adalah simpang empat Beran, Kabupaten Sleman, Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta. Lokasi tersebut dipilih karena merupakan jalur lintas provinsi yang banyak dilewati oleh pengguna jalan. Survei pada simpang empat

dan teori aljabar *max-plus*. Langkah-langkah yang dilakukan untuk kedua teori tersebut ialah sebagai berikut:

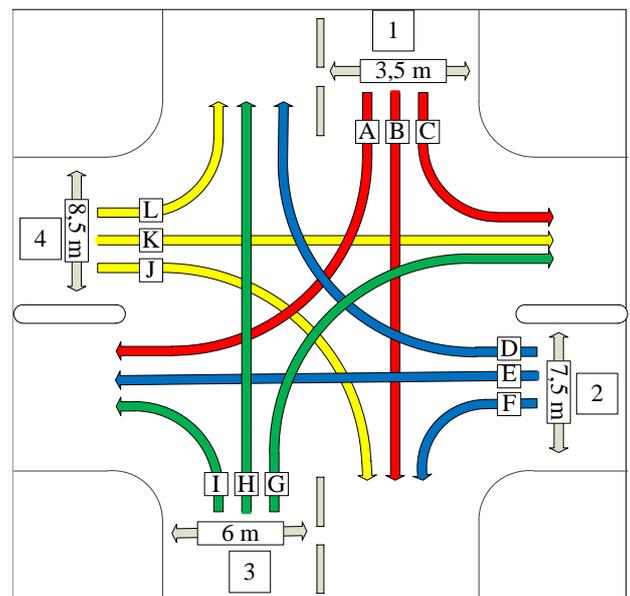
1. Menggunakan teori graf *fuzzy*
  - a. Identifikasi data kepadatan kendaraan motor dan mobil
  - b. Menentukan *input-output*
  - c. Menentukan fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* pada *input-output*
  - d. Membuat graf kompatibel dengan pelabelan *fuzzy* untuk masing masing arus pada simpang empat yang telah diamati
  - e. Membuat subgraf lengkap kompatibel dengan pelabelan *fuzzy* guna penentuan fase baru dan melihat kepadatan untuk masing-masing fase yang baru
  - f. Membentuk aturan *fuzzy* berdasarkan derajat keanggotaan
  - g. Melakukan inferensi *fuzzy*
  - h. Melakukan defuzzifikasi
  - i. Pembentukan lama lampu hijau dan fase baru
2. Menggunakan teori aljabar *max-plus*
  - a. Menentukan model matematika untuk pengaturan lampu lalu lintas
  - b. Membentuk matriks dari model matematika yang telah dibuat
  - c. Mencari nilai eigen dan vektor eigen matriks
  - d. Pembentukan lama lampu hijau dan fase baru
3. Perbandingan hasil lama waktu lampu hijau di simpang empat Beran menggunakan teori graf *fuzzy* dan teori aljabar *max-plus*

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini akan dibandingkan antara aplikasi teori graf *fuzzy* dan teori aljabar

*max-plus* dalam pengaturan lampu lalu lintas di simpang empat Beran Kabupaten Sleman Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.

Berdasarkan pengamatan yang dilakukan di lapangan, sistem arus lalu lintas yang diterapkan pada simpang empat Beran terdapat 4 fase, fase pertama yakni arus A, B, dan C yang berjalan secara bersama. Fase kedua yakni arus D, E, dan F. Fase ketiga yakni arus G, H, dan I. Fase keempat yakni arus J, K, dan L. Semua fase tersebut merupakan fase yang kompatibel karena dapat berjalan bersama tanpa menghasilkan perpotongan arus dengan masing-masing fase terdapat 3 arus yang berjalan secara bersama. Lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 1. berikut



**Gambar 1.** Sistem Lalu Lintas pada Simpang Empat Beran

Dari hasil pengamatan yang sudah dilakukan diperoleh siklus lampu lalu lintas pada simpang empat Beran seperti pada Tabel 1. Serta data banyaknya kendaraan motor dan mobil yang melewati simpang empat Beran, selama 1 jam terdapat sebanyak 26 siklus lampu hijau untuk setiap arus seperti pada Tabel 2.

Aplikasi Graf Fuzzy .... (Arifudin Prabowo Kurniawan) 76  
rata-rata panjang antrian. Rumus perhitungan tersebut didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{Panjang Antrian} = \frac{(\text{Jumlah Motor} \times \text{luas motor}) + (\text{Jumlah Mobil} \times \text{luas mobil})}{\text{banyak siklus lampu hijau dalam satu jam} \times \text{lebar jalan}}$$

Panjang antrian pada arus A

$$\text{Panjang Antrian A} = \frac{225 \times 2 + 56 \times 15}{26 \times 3,5} = \frac{450 + 840}{91} = 14,2 \text{ m}$$

kemudian dihitung untuk masing-masing arus dan didapat seperti pada Tabel 3. berikut

**Tabel 3.** Panjang Antrian Masing-masing Arus

No.	Arus Lalu Lintas	Panjang Antrian
1	A	14,2 m
2	B	11,8 m
3	C	4,7 m
4	D	3,1 m
5	E	50,5 m
6	F	1 m
7	G	2,1 m
8	H	5,8 m
9	I	10 m
10	J	10,4 m
11	K	58,6 m
12	L	4,1 m

**Penyelesaian Masalah Menggunakan Teori Graf Fuzzy**

Data pengamatan banyak kendaraan di simpang empat Beran diolah ke dalam fungsi keanggotaan (*membership function*), dengan fungsi keanggotaan menggunakan data *training* yang menyesuaikan data banyaknya kendaraan yang melewati simpang empat Beran, dengan fungsi keanggotaan ditentukan sebagai berikut :

$$\mu_{\text{sangat sepi}}(x; 0,0,20) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ \frac{20-x}{20-0}, & 0 \leq x \leq 20 \\ 0, & 20 \leq x \end{cases}$$

$$\mu_{\text{sepi}}(x; 10,30,50) = \begin{cases} 0, & x \leq 10 \\ \frac{x-10}{30-10}, & 10 \leq x \leq 30 \\ \frac{50-x}{50-30}, & 30 \leq x \leq 50 \\ 0, & 50 \leq x \end{cases}$$

**Tabel 1.** Lama Waktu Lampu Lalu Lintas Yang Diterapkan Sekarang (Detik)

Simpang	Lama lampu hijau	Lama lampu kuning	Lama fase clear	Lama Lampu Merah
1	17	3	4	120
2	38	3	4	99
3	16	3	4	121
4	41	3	4	96
<b>Total satu siklus</b>	140			

**Tabel 2.** Data Banyak Kendaraan Motor dan Mobil yang Melintas

No.	Arus Lalu Lintas	Banyak Motor	Banyak Mobil
1	A	225	56
2	B	318	29
3	C	115	13
4	D	101	27
5	E	966	528
6	F	21	10
7	G	79	11
8	H	301	20
9	I	78	195
10	J	379	102
11	K	2481	532
12	L	262	25

Dari data banyak kendaraan motor dan mobil kemudian dicari panjang rata-rata antrian untuk setiap satu kali fase lampu hijau. Rumus perhitungan panjang antrian kendaraan ditentukan sendiri oleh peneliti dengan asumsi luas mobil dan luas motor seperti yang dilakukan oleh Adhitya et al (2013: 60) luas mobil diasumsikan 5m x 3m dan luas motor diasumsikan 2m x 1m. Luas mobil dikalikan dengan banyak mobil ditambah banyak motor dikalikan dengan luas motor diperoleh luas jalan yang dipadati kendaraan. Luas jalan yang dipadati kendaraan tersebut dibagi dengan lebar jalan dan banyak siklus lampu hijau dalam satu jam didapatkan

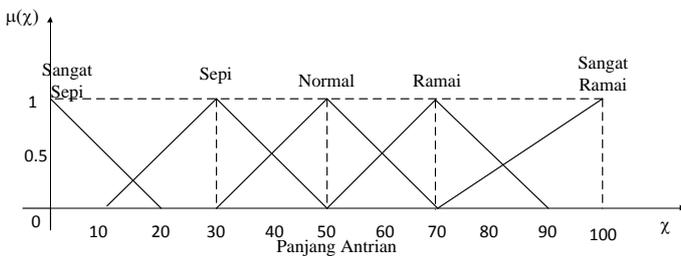
$$\mu_{normal}(x; 30,50,70) = \begin{cases} 0, & x \leq 30 \\ \frac{x-30}{50-30}, & 30 \leq x \leq 50 \\ \frac{70-x}{70-50}, & 50 \leq x \leq 70 \\ 0, & 70 \leq x \end{cases}$$

$$\mu_{ramai}(x; 50,70,90) = \begin{cases} 0, & x \leq 10 \\ \frac{x-50}{70-50}, & 50 \leq x \leq 70 \\ \frac{90-x}{90-70}, & 70 \leq x \leq 90 \\ 0, & 50 \leq x \end{cases}$$

$$\mu_{sangat\ ramai}(x; 70,100,100) = \begin{cases} 0, & x \leq 70 \\ \frac{x-70}{100-70}, & 70 \leq x \leq 100 \\ 1, & 100 \leq x \end{cases}$$

dengan :  $x$  = panjang antrian

Grafik fungsi keanggotaan untuk parameter panjang antrian ditunjukkan pada Gambar 2 berikut



**Gambar 2.** Fungsi Keanggotaan *Fuzzy* Variabel Panjang Antrian

Operasi yang berhubungan dengan operasi *union* atau operasi *or* pada himpunan, nilai keanggotaan diperoleh dengan mengambil nilai *maximum* antara kedua himpunan

$$\mu_{(A \cup B)} = \max\{\mu A(x), \mu B(x)\}$$

misal untuk nilai keanggotaan pada arus A dengan panjang antrian  $x = 14,2$  m adalah :

$$\mu_{sangat\ sepi} = \frac{20-14,2}{20-0} = \frac{5,8}{20} = 0,29$$

$$\mu_{sepi} = \frac{14,2-10}{30-10} = \frac{4,2}{20} = 0,21$$

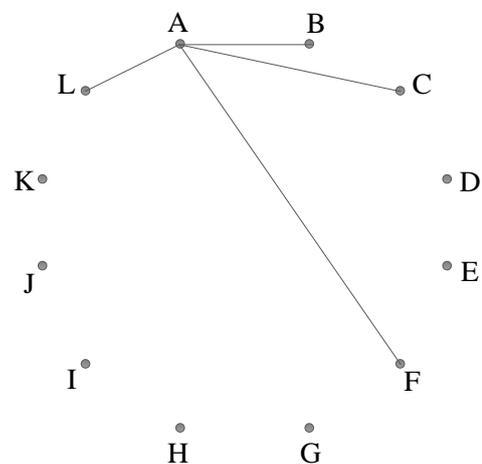
$$\mu_{sangat\ sepi} \cup \mu_{sepi} = \max(0,29, 0,21) = 0,29 = \text{sangat sepi}$$

Jadi A adalah sangat sepi dengan nilai keanggotaan 0,29. Kemudian untuk nilai keanggotaan pada setiap arus pada simpang empat Beran didapat seperti pada Tabel 4. berikut

**Tabel 4.** Nilai Keanggotaan Setiap Arus di Simpang Empat Beran

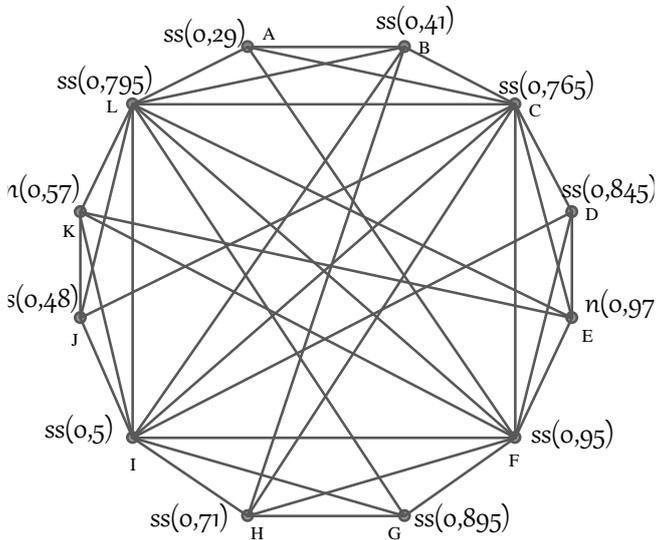
Arus	$\mu$	Arus	$\mu$
A	ss(0,29)	G	ss(0,895)
B	ss(0,41)	H	ss(0,71)
C	ss(0,765)	I	ss(0,5)
D	ss(0,845)	J	ss(0,48)
E	n(0,975)	K	n(0,57)
F	ss(0,95)	L	ss(0,795)

Pengaturan arus lalu lintas dioptimalkan dengan memodelkan arus lalu lintas ke dalam bentuk graf kompatibel. Suatu arus lalu lintas disebut kompatibel jika antara dua arus berjalan bersama tidak menghasilkan konflik. Misal pada Gambar 1, arus A, B, dan C kompatibel, sedangkan B dengan E tidak kompatibel karena jika berjalan pada satu fase dapat menyebabkan perpotongan atau konflik. Masing-masing arus A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, dan L dibuat graf kompatibel, seperti arus A pada gambar 3 berikut



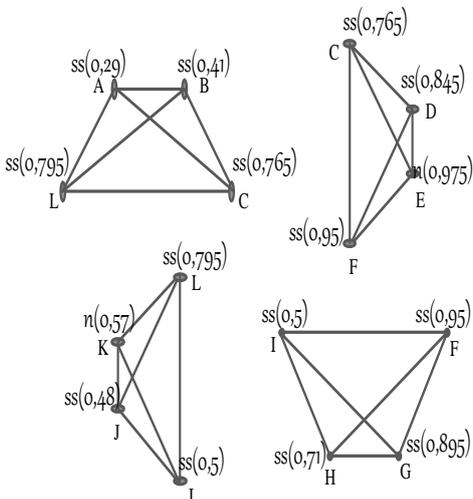
**Gambar 3.** Graf Kompatibel dari Arus A di Simpang Empat Beran

Graf kompatibel arus A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, dan L di simpang empat Beran digabung menjadi graf kompatibel untuk keseluruhan arus lalu lintas di simpang empat Beran dengan bobot untuk masing masing simpul sesuai pada Tabel 4. didapat seperti pada Gambar 4. berikut :



**Gambar 4.** Graf Kompatibel Berbobot untuk Seluruh Arus di simpang Empat Beran

Menurut Ririn et al (2013: 5) pengaturan arus lalu lintas pada simpang empat dapat dioptimalkan dengan mencari *subgraph* lengkap dari graf kompatibel arus lalu lintas. Pada simpang empat Beran diperoleh seperti Gambar 5. berikut



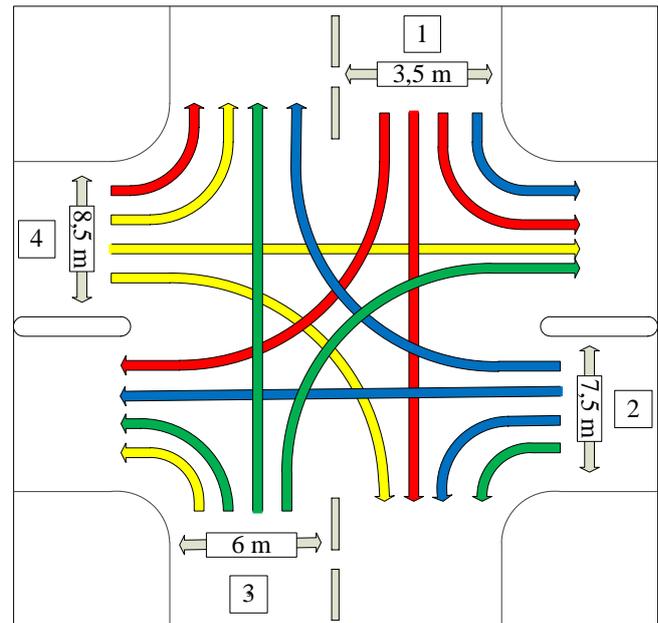
**Gambar 5.** *Subgraph* Lengkap Kompatibel untuk Simpang Empat Beran

*Subgraph* lengkap kompatibel pada Gambar 5. menyatakan lintasan yang tidak menimbulkan konflik terhadap arus kendaraan jika berjalan bersama. *Subgraph* lengkap kompatibel tersebut menunjukkan fase pengaturan arus lampu lalu lintas, sehingga diperoleh fase arus lalu lintas seperti pada Tabel 5. berikut

**Tabel 5.** Fase Arus Lalu Lintas Simpang Empat Beran

Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV
A,B,C,L	C,D,E,F	F,G,H,I	I,J,K,L

Fase arus lalu lintas dengan teori graf kompatibel tersebut diterapkan kembali pada simpang empat Beran dan diperoleh fase arus lalu lintas seperti pada Gambar 6. berikut



**Gambar 6.** Fase Sistem Lalu Lintas dengan Graf Kompatibel

Arah panah berwarna merah adalah fase pertama dengan 4 arus lalu lintas yang berjalan secara bersamaan, arah panah warna biru adalah fase kedua, arah panah warna hijau adalah fase ketiga, dan arah panah warna kuning adalah fase keempat.

## Perhitungan Waktu Lampu Lalu Lintas Menggunakan Graf Fuzzy

Waktu lampu lalu lintas diperoleh dengan menggunakan teori logika *fuzzy* untuk menghitung tingkat kemacetan dan lama lampu hijau untuk setiap simpang empat Beran. Simpang empat Beran merupakan simpang yang menghubungkan jalur lintas provinsi yakni dilewati oleh Jl. Magelang dari arah timur dan barat sedangkan dari arah utara dilewati Jl. Pendowoharjo, arah selatan Jl. Parasarnya. Logika *fuzzy* yang digunakan ialah *Fuzzy Inference System (FIS)* dengan tipe Mamdani. Dengan variabel linguistik *input* panjang antrian dan *output* lama lampu hijau. Domain dari variabel linguistik *input* dan *output* yang digunakan seperti pada Tabel 6. berikut

**Tabel 5.** Domain dari Variabel Linguistik *Input* dan *Output*

Fungsi	Variabel	Fuzzy	Domain
<i>Input</i>	Panjang Antrian	Sangat Sepi	[0,20]
		Sepi	[10,50]
		Normal	[30,70]
		Ramai	[50,90]
		Sangat Ramai	[70,100]
<i>Output</i>	Lama Waktu Lampu Hijau	Sangat Sebentar	[0,15]
		Sebentar	[5,25]
		Sedang	[20,40]
		Lama	[35,55]
		Sangat Lama	[50,60]

Fungsi keanggotaan yang digunakan ialah fungsi segitiga. Metode penalaran yang digunakan sebagai dasar untuk teknik implikasi *fuzzy* adalah sebagai berikut (Kusumadewi, 2003: 177)

$$\text{If } x \text{ is } A \text{ then } z \text{ is } B$$

dalam kasus ini terdapat 2 variabel, yakni 1 variabel *input*, panjang antrian dan 1 variabel, *output*, lama waktu lampu hijau. Variabel panjang antrian memiliki 5 nilai linguistik, sangat sedikit, sedikit, sedang, banyak, dan sangat banyak. Sedangkan variabel lama waktu lampu hijau memiliki 5 nilai linguistik, sangat sebentar, sebentar, sedang, lama, dan sangat lama. Aturan-aturan yang dapat terbentuk jika  $x$  dikaitkan dengan variabel panjang antrian dan  $A$  adalah nilai-nilai linguistiknya,  $z$  dikaitkan dengan variabel lama waktu lampu hijau dan  $B$  adalah nilai linguistiknya, seperti Tabel 6. berikut

**Tabel 6.** Aturan yang terbentuk pada inferensi *fuzzy*

Aturan	Panjang Antrian	Fungsi Implikasi	Lama Waktu Lampu Hijau
R1	Sangat Sedikit	$\Rightarrow$	Sangat Sebentar
R2	Sedikit	$\Rightarrow$	Sebentar
R3	Sedang	$\Rightarrow$	Sedang
R4	Banyak	$\Rightarrow$	Lama
R5	Sangat Banyak	$\Rightarrow$	Sangat Lama

Penyelesaian masalah untuk penentuan lama lampu hijau di simpang empat Beran menggunakan metode Mamdani, dipilih metode Mamdani karena lebih menyerupai pola pikir manusia. Pada simpang 1, langkah dengan metode Mamdani ialah sebagai berikut :

### 1. Langkah Pertama : Fuzzification

Panjang antrian terdiri atas 5 himpunan *fuzzy*, yakni sangat sepi, sepi, normal, ramai, dan sangat ramai. Dari data pengamatan panjang antrian pada simpang 1 yakni arus A, B, dan C didapat rata-rata panjang antrian 30,7 meter, maka:

$$\mu_{sepi} = \frac{50 - 30,7}{50 - 30} = \frac{19,3}{20} = 0,965$$

$$\mu_{normal} = \frac{30,7 - 30}{50 - 30} = \frac{0,7}{20} = 0,035$$

**Gambar 8.** Daerah Hasil Komposisi Komposisi Dengan Pewarnaan

Dengan demikian, fungsi keanggotaan untuk hasil komposisi ini, ialah :

$$\mu_{SF}(z) = \begin{cases} 0 & , z \leq 5 \text{ atau } z \geq 40 \\ \frac{z - 5}{15 - 5} & , 5 \leq z \leq 14,65 \\ 0,965 & , 14,65 \leq z \leq 15,35 \\ \frac{25 - z}{25 - 15} & , 15,35 \leq z \leq 25 \\ \frac{30 - 20}{z - 20} & , 20 \leq z \leq 20,35 \\ 0,035 & , 20,35 \leq z \leq 39,65 \\ \frac{40 - z}{40 - 30} & , 39,65 \leq z \leq 40 \end{cases}$$

**3. Langkah Ketiga : Defuzzification**

Metode *defuzzification* yang digunakan yakni *centroid*, dipilih metode *centroid* karena pergerakan nilai *defuzzification* lebih halus sehingga perubahan dari suatu himpunan *fuzzy* juga akan berjalan dengan halus. Domain kontinyu, sehingga menggunakan rumus sebagai berikut:

$$z^* = \frac{\int_z z\mu(z)dz}{\int_z \mu(z)dz} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + M_6}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6}$$

dengan  $M_i$  merupakan momen sedangkan  $A_i$  merupakan luas daerah (Nuraida et al, 2013: 546). Sebelum melakukan perhitungan untuk memperoleh hasil *defuzzification* dengan metode *centroid*. Berikut akan dicari momen untuk  $M_1$  dan luas daerah untuk  $A_1$  sebagai berikut

$$M_1 = \int_5^{14,65} \left(\frac{1}{10}z - \frac{1}{2}\right)zdz = \left[\frac{1}{30}z^3 - \frac{1}{4}z^2\right]_5^{14,65}$$

$$= [51,15 + 2,083] = 53,233$$

**2. Langkah Kedua : Inference Fuzzy**

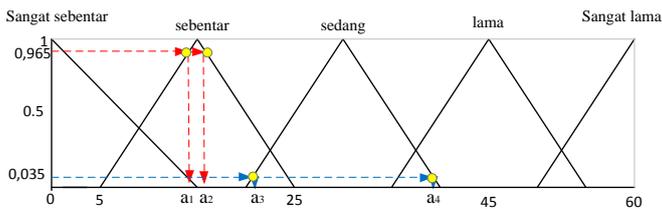
[R2] JIKA panjang antrian SEPI,  
 MAKA lama lampu merah SEBENTAR

$a - \text{predikat}_1 = \mu_{sepi} = 0,965$

[R3] JIKA panjang antrian NORMAL,  
 MAKA lama lampu merah SEDANG

$a - \text{predikat}_2 = \mu_{normal} = 0,035$

setelah nilai implikasi diperoleh, tahap selanjutnya ialah mengaplikasikan fungsi implikasi untuk R2 dan R3, didapat seperti pada Gambar 7. berikut



**Gambar 7.** Aplikasi Fungsi Implikasi R2 dan Fungsi Implikasi R3

[R2]

$$\frac{a_1 - 5}{15 - 5} = 0,965 \quad \frac{25 - a_2}{25 - 15} = 0,965$$

$$a_1 - 5 = 9,65 \text{ atau } 25 - a_2 = 9,65$$

$$a_1 = 14,65 \quad a_2 = 15,35$$

[R3]

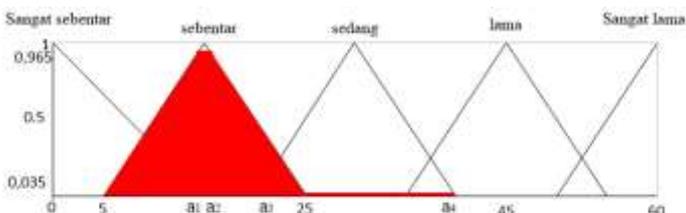
$$\frac{a_3 - 20}{30 - 20} = 0,035 \quad \frac{40 - a_4}{40 - 30} = 0,035$$

$$a_3 - 20 = 0,35 \text{ atau } 40 - a_4 = 0,35$$

$$a_3 = 20,35 \quad a_4 = 39,65$$

Setelah didapatkan nilai  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , dan  $a_4$ .

Digunakan maksimal dari nilai tersebut untuk



dan

$$A_1 = \int_5^{14,65} \left( \frac{1}{10}z - \frac{1}{2} \right) dz = \left[ \frac{1}{20}z^2 - \frac{1}{2}z \right]_5^{14,65}$$

$$= [3,406 + 1,25] = 4,656$$

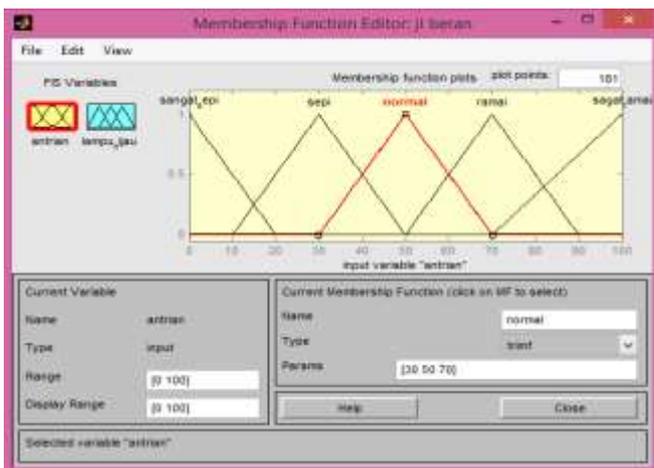
Titik pusat diperoleh dengan mensubstitusi semua momen dan semua luas daerah ke dalam  $z^*$

$$z^* = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + M_6}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6}$$

$$= \frac{53,233 + 10,133 + 86,449 + 0,123 + 20,265 + 0,244}{4,656 + 0,676 + 4,656 + 0,006 + 0,676 + 0,006}$$

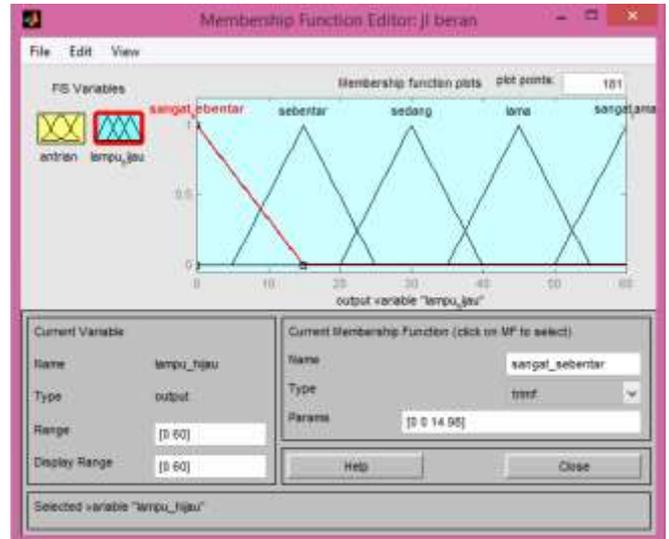
$$= \frac{169,447}{10,676} = 15,872$$

Selanjutnya untuk memudahkan dalam perhitungan *Fuzzy Inference System (FIS)* digunakan aplikasi MATLAB R2011b dengan bantuan GUI *fuzzy logic toolbox*. Fungsi keanggotaan yang akan digunakan ialah representasi segitiga dengan variabel *input*: panjang antrian seperti pada Gambar 9. berikut



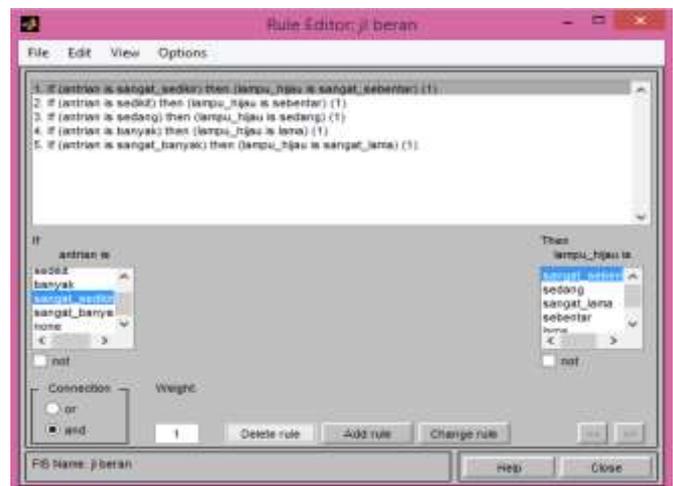
**Gambar 9.** Variabel *Input* MATLAB Panjang Antrian

Sedangkan variabel *output* ialah lama waktu lampu hijau untuk suatu simpang, dengan fungsi keanggotaan segitiga seperti pada Gambar 10. berikut



**Gambar 10.** Variabel *Output* MATLAB Lama Lampu Hijau

Proses implikasi dilakukan dengan bantuan program Matlab, yakni dengan pilih menu *Edit-Rule* (Naba, 2009:91). Dengan aturan pada Tabel 5. menggunakan program matlab didapatkan seperti pada Gambar 11. berikut

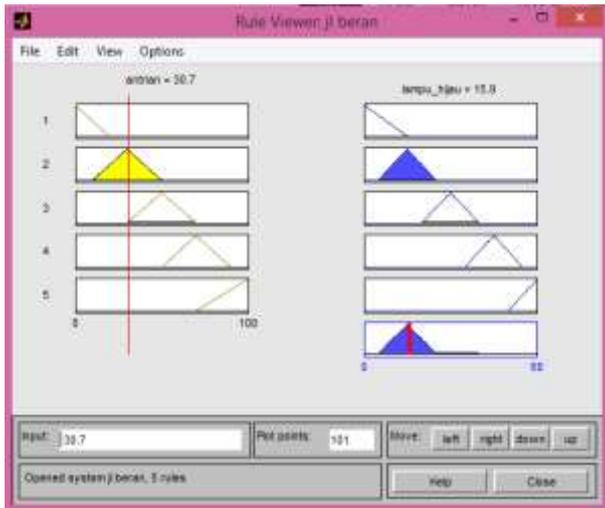


**Gambar 11.** *Rule Editor* MATLAB Simpang Empat Beran

Hasil *Fuzzy Inference System* untuk simpang 1 didapat seperti berikut:

- a. Simpang pertama yakni arus A, B, dan C didapat rata-rata panjang antrian adalah 30,7 meter. Dengan *input* 30,7 ke *Rule Viewer* diperoleh lama waktu lampu hijau 15,9 detik

(dibulatkan menjadi 16 detik) seperti pada Gambar 12. berikut



**Gambar 12.** Rule Viewer simpang 1

kemudian dicari untuk simpang 2, simpang 3, dan simpang 4. Didapat seperti pada Tabel 7 berikut

**Tabel 7.** Lama Waktu Lampu Hijau Setiap Simpang Menggunakan Logika *Fuzzy*

Arus	Lama Waktu Lampu Hijau
A, B, dan C	16 detik
D,E, dan F	34 detik
G, H, dan I	14 detik
J, K, dan L	46 detik

Dari Tabel 5. yakni fase arus lalu lintas yang terbentuk menggunakan graf fuzzy dan Tabel 7. yakni lama waktu lampu hijau setiap simpang menggunakan logika *fuzzy* diperoleh fase lalu lintas sebagai berikut:

- Simpul A, B, dan C mempunyai waktu lampu hijau 16 detik. Berdasar Tabel 5. arus lalu lintas C dapat berjalan bersamaan dengan arus lalu lintas D, E, dan F. Sehingga waktu lampu hijau untuk arus lalu lintas C menjadi  $16+34=50$  detik
- Simpul D, E, dan F mempunyai waktu lampu hijau 34 detik. Berdasar Tabel 5. arus lalu lintas F dapat berjalan bersamaan dengan arus

*Aplikasi Graf Fuzzy .... (Arifudin Prabowo Kurniawan) 82*  
 lalu lintas G, H, dan I. Sehingga waktu lampu hijau untuk arus lalu lintas F menjadi  $34+14=48$  detik

- Simpul G, H, dan I mempunyai waktu lampu hijau 14 detik. Berdasar Tabel 5. arus lalu lintas I dapat berjalan bersamaan dengan arus lalu lintas J, K, dan L. Sehingga waktu lampu hijau untuk arus lalu lintas I menjadi  $14+46 = 60$  detik
- Simpul J, K, dan L mempunyai waktu lampu hijau 46 detik. Berdasar Tabel 5. arus lalu lintas L dapat berjalan bersamaan dengan arus lalu lintas A, B, dan C. Sehingga waktu lampu hijau untuk arus lalu lintas L menjadi  $46+16= 62$  detik

### Penyelesaian Masalah Menggunakan Teori Aljabar *Max-Plus*

Pemodelan Matematika untuk pengaturan lampu lalu lintas pada simpang empat Beran dengan aljabar *max-plus* ialah sebagai berikut:

$$z_1(k+1) = \max(z_4(k) + t_4(k) + m_{4,1}, -\infty)$$

$$z_2(k+1) = \max(z_1(k) + t_1(k) + m_{1,2}, z_5(k) + t)$$

$$z_3(k+1) = \max(z_2(k) + t_2(k) + m_{2,3}, -\infty)$$

$$z_4(k+1) = \max(z_3(k) + t_3(k) + m_{3,4}, -\infty)$$

Keterangan:

$z_i(k)$  = waktu mulai lampu hijau menyala pada arus ke-  $i$  di siklus ke-  $k, i \in \{1,2,3,4,5\}$

$t_i(k)$  = lama waktu lampu hijau menyala pada arus ke-  $i$  di siklus ke-  $k, i \in \{1,2,3,4\}$

$t$  = lama waktu tempuh dari lampu lalu lintas sebelum simpang empat Beran sebesar 63 detik, yakni simpang empat Deggung menuju ke simpang simpang empat Beran

$m_{i,j}$  = waktu jeda antara akhir dari arus ke-  $i$  dan awal arus kendaraan ke-  $j$  menyala lampu hijau (*fase clear*),  $i \in \{1,2,3,4\}$ ,  $j \in \{1,2,3,4\}$

Dari model matematika yang dihasilkan dibentuk matriks untuk menemukan nilai eigen dan vektor eigen yang merupakan faktor utama dalam penentuan awal lampu hijau menyala pada setiap kaki simpang

$$F = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & t_4(k) + m_{4,10} & t \\ t_1(k) + m_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t_2(k) + m_{2,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_3(k) + m_{3,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Dari data waktu lampu lalu lintas menyala pada Tabel 1. dimasukan ke matriks didapat sebagai berikut :

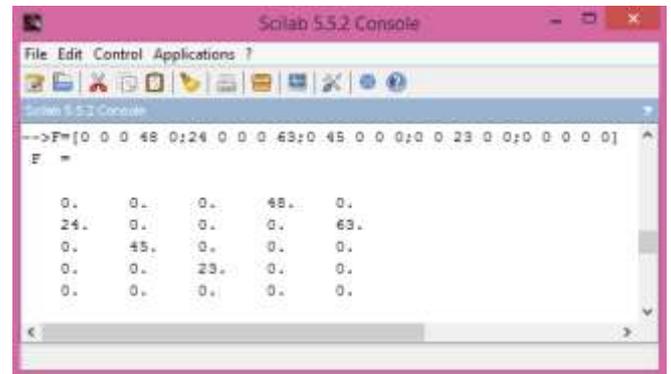
$$F = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 48 & 0 \\ 24 & 0 & 0 & 0 & 63 \\ 0 & 45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 23 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Kemudian dicari nilai eigen dan vektor eigen. Nilai eigen digunakan untuk patokan awal lama waktu siklus tiap fase sedangkan vektor eigen untuk patokan awal lampu hijau mulai menyala untuk setiap simpang karena dalam perhitungan nilai eigen menggunakan beberapa iterasi sampai didapatkan sebuah siklus. Dalam mempermudah perhitungan digunakan software scilab. Kemudian digunakan *toolbox-scilab* khusus untuk aljabar *max-plus* yang didapat dari internet dengan alamat sebagai berikut [www.atoms.scilab.org/toolboxes/maxplus\\_petrinet/1.1.0](http://www.atoms.scilab.org/toolboxes/maxplus_petrinet/1.1.0).

Untuk menjalankan *toolbox* khusus aljabar *max-plus* yakni buka file **Builder** dan **Loader**.

Langkahnya File – Execute – Builder – Open kemudian Langkah yang sama untuk file **Loader**, File – Execute – Loader – Open.

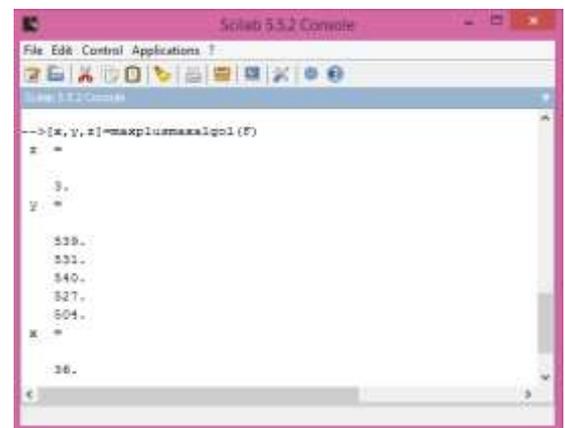
Pada Gambar 13. berikut merupakan perintah yang digunakan dalam penggunaan program scilab untuk mencari nilai eigen dan vektor eigen:



**Gambar 13.** Tampilan Perintah *Scilab* untuk Membentuk Matriks

Perintah untuk mendapatkan nilai eigen dan vektor eigen

$$[x,y,z] = \text{maxplusmaxalgol}(A)$$



**Gambar 14.** Tampilan Perintah dan Hasil Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Dari Gambar 14. diperoleh nilai  $y$  merupakan vektor eigen dan nilai  $x$  yang merupakan nilai eigen. Elemen-elemen vektor eigen disesuaikan dengan masing-masing aliran kendaraan seperti pada Tabel 8. berikut.

**Tabel 8.** Elemen Vektor Eigen Bersesuaian Dengan Tiap Simpang

	Lama Lampu Hijau	Lama Lampu Merah
Yang Diterapkan Sekarang	28	109
Graf <i>fuzzy</i>	36,7	98,3
Aljabar <i>Max-Plus</i>	29	111

Dengan nilai eigen diperoleh  $\lambda=36$

**Tabel 9.** Periodesasi lampu hijau menyala

1	00.35	01.11	01.47	02.23	02.59
2	00.27	01.03	01.39	02.15	02.51
3	00.36	01.12	01.48	02.24	03.00
4	00.23	00.59	01.35	02.11	02.47
5	00.00	00.36	01.12	01.48	02.24

Fase 1 lampu hijau menyala di simpang 1 pada detik ke-34 dan pada simpang 5 pada detik ke-0, fase II lampu hijau menyala pada simpang 2 pada detik ke 66 , fase III lampu hijau menyala pada simpang 3 pada detik ke 111, dan terakhir fase IV lampu hijau menyala pada simpang 4 pada detik ke 134. Setiap lampu hijau menyala di fase berikutnya melewati lampu kuning 3 detik dan fase *clear* 4 detik didapat waktu lampu hijau menyala untuk setiap simpang seperti pada Tabel 10. berikut

**Tabel 10.** Lama Lampu Hijau Menyala Tiap Simpang (Detik)

Simpang	Akhir lampu hijau	Awal lampu hijau	Lama lampu hijau
1	63	35	63-35-3-4=21
2	108	63	38
3	131	108	16
4	179	131	41
5	-	0	-

### Perbandingan Teori Graf Fuzzy dengan Aljabar *Max-Plus*

Dengan menggunakan teori graf *fuzzy* dan aljabar *max-plus* didapatkan rata-rata lama lampu hijau dan lama lampu merah menyala seperti pada Tabel 11. berikut:

Aliran Kendaraan	Elemen vektor eigen
1	539
2	531
3	540
4	527
5	504

**Tabel 11.** Rata-rata Lama Waktu Lampu hijau dan Lama Lampu Merah

Dengan hasil Tabel 11. perbandingan fase lampu lalu lintas untuk arus lalu lintas, dapat diketahui presentase bertambah atau berkurangnya fase lampu hijau dan lampu merah dengan menggunakan teori graf *fuzzy* dan teori aljabar *max-plus* dibandingkan dengan lampu lalu lintas yang diterapkan saat ini

**Tabel 12.** Presentase Bertambah, Berkurangnya Fase Hijau dan Fase Merah

Aplikasi Teori	Fase Hijau	Fase Merah
Graf <i>Fuzzy</i>	Bertambah 31%	Berkurang 9,8%
Aljabar <i>Max-Plus</i>	Bertambah 3,6%	Bertambah 1,8%

Dari Tabel 12. terlihat bahwa dari kedua teori yang digunakan presentase fase hijau bertambah lebih banyak dengan menggunakan teori graf *fuzzy*, yakni bertambah 31% dan presentase fase merah berkurang lebih banyak dengan menggunakan teori graf *fuzzy*, yakni berkurang 9,8%.

## SIMPULAN DAN SARAN

### Simpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai perbandingan pengaturan lampu lalu lintas di simpang empat Beran Kabupaten Sleman Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta menggunakan teori graf *fuzzy* dan teori aljabar *max-plus* dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Dari teori pertama yang digunakan untuk pengaturan lampu lalu lintas yakni teori graf *fuzzy* didapatkan empat fase dengan setiap fase terdapat empat arus yang berjalan bersama. Fase I yakni ruas A, B, C, dan L yang berjalan bersamaan. Fase II, yakni ruas C,D,E, dan F. Fase III, yakni Ruas F,G,H, dan I. Fase IV, yakni ruas I, J, K, dan L. Sedangkan lama lampu lalu lintas bertambah sebanyak 31% untuk fase lampu hijau dan berkurang sebanyak 9,8% untuk fase lampu merah.
2. Dari teori kedua yang digunakan untuk pengaturan lampu lalu lintas yakni teori aljabar *max-plus* didapatkan empat fase dengan setiap fase terdapat tiga arus yang berjalan bersama. Fase I yakni ruas A, B, dan C yang berjalan bersamaan. Fase II, yakni ruas D,E, dan F. Fase III, yakni Ruas G,H, dan I. Fase IV, yakni ruas J, K, dan L. Sedangkan lama lampu lalu lintas bertambah sebanyak 3,6% untuk fase lampu hijau tetapi juga bertambah untuk fase lampu merah, yakni sebesar 1,8%.
3. Dari kedua teori yang digunakan terlihat presentase banyaknya waktu lampu hijau menyala bertambah lebih banyak menggunakan teori graf *fuzzy*, yaitu sebanyak 31% dan presentase waktu lampu merah

menyala berkurang lebih banyak menggunakan teori graf *fuzzy*, yaitu sebanyak 9,8%. Oleh karena itu peneliti lebih cenderung menggunakan teori graf *fuzzy* dibanding dengan teori aljabar *max-plus* dalam pengaturan lampu lalu lintas di simpang empat Beran, Kabupaten Sleman, Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.

### Saran

Hasil penelitian ini diharapkan bisa menjadi bahan pertimbangan Dinas terkait yakni Dinas Perhubungan dalam pengaturan lampu lalu lintas. Melihat teori yang digunakan tidak terlalu rumit dan fleksibel dalam penerapannya. Pengembangan dan perbaikan yang hendaknya dilakukan guna memperoleh hasil yang lebih baik lagi dapat dilakukan hal-hal sebagai berikut

1. Model graf *fuzzy* maupun aljabar *max-plus* perlu disempurnakan dengan menambah asumsi-asumsi dan variabel-variabel yang digunakan, sehingga dapat diperoleh model yang lebih mendekati keadaan sebenarnya.
2. Menggunakan jenis keanggotaan *fuzzy* yang lain seperti fungsi keanggotaan kurva S, fungsi keanggotaan bentuk lonceng (kurva pi, kurva beta, kurva gauss).
3. Menggunakan metode *defuzzifikasi* yang lain seperti *Bisektor*, *Mean of Maximum* (MOM), *Largest of Maximum* (LOM), atau *Smallest of Maximum* (SOM).
4. Perbandingan pengaturan lampu lalu lintas dengan aplikasi teori yang lain.

### DAFTAR PUSTAKA

- Ariyanti, G. (2011). Aljabar Max-Plus : Suatu Kajian Teori dan Aplikasi Fundamentalnya.

- Widya Warta, No.02 Tahun XXXV, ISSN 0854-1981.
- Basuki, I. & Siswadi. (2008). Biaya Kemacetan Ruas Jalan Kota Yogyakarta. *Teknik Sipil, Vol 9 No. 1, ISSN 1411-660X*.
- Hardianti, R.D., Rochmad & Arifudin, R. (2013). Penerapan Graf Kompatibel pada Penentuan Waktu Tunggu Total Optimal di Persimpangan Jalan Kaligarang Kota Semarang. *UJM, 2(1), ISSN 2252-6943*.
- Kusumadewi, S. (2003). *Artificial Intelligence (Teknik dan Aplikasinya)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Lazuardi, R. (2013). Pengaturan Durasi Waktu Nyala Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Gondomanan dengan Menggunakan Aljabar *Max-Plus*. *Skripsi*, tidak diterbitkan. Universitas Negeri Yogyakarta.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit Edisi 3*. Bandung: Informatika.
- Myna, R. (2015). Application of Fuzzy Graph in Traffic. *International Journal of Scientific & Engineering Research, Vol 6 Issue 2, ISSN 2229-5518*.
- Naba, A. (2009). *Belajar Cepat Fuzzy Logic Menggunakan MATLAB*. Yogyakarta: Andi.
- Nurmantoko. (2013). Penerapan Aljabar *Max-Plus* dalam Pengaturan Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Sentul dan Persimpangan Pakualam Yogyakarta. *Skripsi*, tidak diterbitkan. Universitas Negeri Yogyakarta.
- Nuraida, Iryanto & Sebayang, D. (2013). Analisis Tingkat Kepuasan Konsumen Berdasarkan Pelayanan, Harga dan Kualitas Makanan Menggunakan Fuzzy Mamdani (Studi Kasus pada Restoran Cepat Saji CFC Marelان). *Saintia Matematika Vol. 1, No. 6, pp- 543-555*.
- Nurshiami, S.R., Suroto & Hoeruddin, F. (2014). Pelabelan Fuzzy pada Graf. *JMP, Vol 6 No.1, ISSN 2550-0422*.
- Nurwan. (2013). Solusi Sistem Persamaan Linear Max Plus Interval Bilangan Fuzzy Trapesium. *Sains dan Matematika II, ISBN 978-602-8824-49-1*.
- Ratnasari, L., Sumanto, Y.D. & Novia T.N. (2009). Komplemen Graf Fuzzy. *Prosiding Matematika dan Pendidikan Matematika, Yogyakarta, A-3, ISBN: 978-979-16353-3-2*.
- Rudhito, M.A. (2016). *Aljabar Max-Plus dan Penerapannya*. Yogyakarta: Sanata Dharma.
- Siamak, F. & Mostafa, N.J. (2011) Coloring Fuzzy Graphs and Traffic Light Problem. *The Journal of Mathematics and Computer Science, vol 2 No, 3, 431-435*.
- Tobunggu, H. (2016). Aplikasi Graf *Fuzzy* pada Pengaturan Lampu Lalu Lintas di Persimpangan Jalan Terban Kabupaten Sleman Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta. *Skripsi*, tidak diterbitkan. Universitas Negeri Yogyakarta
- Wibowo, S. (11 Oktober 2016). Mengapa Yogya Kian Macet Sekarang? Ribuan Motor itu. *Tempo*. Diakses pada 1 April 2017 dari [www.tempo.co/read/news/2016/10/11/058811212/mengapa-yogya-kian-macet-sekarang-ribuan-motor-itu](http://www.tempo.co/read/news/2016/10/11/058811212/mengapa-yogya-kian-macet-sekarang-ribuan-motor-itu).
- Yudanto, A.Y., Apriyadi, M. & Sanjaya, K. (2013). Optimalisasi Lampu Lalu Lintas dengan Fuzzy Logic. *Ultimatics, Vol. V, No. 2, ISSN 2085-4552*.