ANALISA SISTEM ANTRIAN M/M/1/N DENGAN RETENSI PELANGGAN YANG MEMBATALKAN ANTRIAN

ANALYSIS OF M/M/1/N QUEUEUING SYSTEM WITH RETENTION OF RENEGED CUSTOMERS

Oleh: Ayi Umar Nawawi[1)], Nikenasih Binatari[2)]
Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY
[1)]ayiunawawi26@gmail.com, [2)]nikenasih@uny.ac.id

Abstrak

Pelanggan dalam antrian suatu sistem antrian dibagi menjadi dua yaitu pelanggan sabar dan tidak sabar. Salah satu tipe perilaku pelanggan tidak sabar yang sering ditemui dalam antrian adalah pelanggan yang membatalkan antrian. Sistem antrian yang dibahas pada penelitian ini adalah sistem antrian M/M/1/N dengan memperhatikan pelanggan yang membatalkan antrian. Pelanggan yang membatalkan antrian adalah pelanggan yang keluar dari antrian setelah menunggu beberapa saat dalam antrian. Berdasarkan analisa, diperoleh formula probabilitas dan ukuran-ukuran keefektifan sistem yang diimplementasikan ke dalam contoh kasus antrian di sebuah sarana jasa pembersihan mobil dengan laju kedatangan 2 mobil/jam, laju pelayanan 3 mobil/jam, kapasitas sistem sebanyak 10 mobil, peluang pelanggan bertahan dalam antrian 0.6 dan *reneging time*-nya 0.1 jam. Diperoleh kesimpulan bahwa ukuran-ukuran keefektifan sistem antrian M/M/1/N dengan memperhatikan pelanggan yang membatalkan antrian lebih rendah jika dibandingkan dengan ukuran-ukuran keefektifan sistem antrian M/M/1/N sederhana.

Kata kunci : antrian, pelanggan yang keluar dari antrian, ukuran keefektifan.

Abstract

Queueing system categorizes customers into patient customers and impatient customers. One type of behavior impatient customers who frequently encountered in the queue is reneged customers. The type of queue that is going to be discussed in this study is M / M / 1 / N queuing system with retention of reneged customers. Retention of reneged customers is customer who out from the queue after waiting in a given time (regening time). According to the analysis, the probability formula and effectivity measures of the system have been obtained and were implemented into a sample queueing case of a queue at a facility cleaning services cars with arrival rate of 2 cars per hour, service rate of 3 cars per hour, system capacity of 10 cars, retention probability of 0.6 and reneging time of 0.1 hour. The result showed that the effectivity measures of M/M/1/N queueing system with retention of reneged customers are lower compared to the effectivity measures of simple M/M/1/N queueing system.

Keyword : queue, reneged customers, effectivity measures.

PENDAHULUAN

Salah satu fenomena yang sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari adalah fenomena menunggu. Hal ini terjadi karena kebutuhan akan suatu pelayanan melebihi kapasitas yang tersedia untuk penyelenggara pelayanan tersebut. Di sektor jasa, bagi sebagian orang antri merupakan hal yang membosankan dan sebagai akibatnya terlalu lama antri, akan menyebabkan pelanggan kabur yang akan menimbulkan kerugian bagi penyedia jasa tersebut. Untuk mempertahankan pelanggan, sebuah perusahaan atau penyedia jasa selalu berusaha untuk memberikan pelayanan yang terbaik. Pelayanan yang terbaik tersebut diantaranya adalah memberikan pelayanan yang cepat sehingga pelanggan tidak dibiarkan menunggu (mengantri) terlalu lama. Pelayanan yang cepat akan sangat membantu untuk mempertahankan pelanggan, yang dalam jangka panjang tentu saja akan meningkatkan keuntungan perusahaan. Namun demikian, dampak pemberian layanan yang cepat ini akan menimbulkan biaya penambahan fasilitas layanan bagi perusahaan, karena harus menambah fasilitas layanan.

Pelanggan dalam antrian dibagi menjadi dua yaitu pelanggan sabar dan tidak sabar. Pelanggan tidak sabar sering ditemui dalam antrian dengan tiga tipe perilaku, yaitu *balking, reneging*, dan *jockeying* (Gross, D, & Harris, C. M., 1974:95). Pelanggan dikatakan tak sabar jika ia cenderung bergabung dengan antrian hanya ketika ekspektasi menunggu sebentar dan cenderung untuk tetap berada di antrian jika waktu menunggunya telah dekat (Kumar, R, & Sharma, S.K., 2012:1).

Retensi pelanggan yang membatalkan antrian merupakan perkembangan dari *reneging*, yaitu bahwa setiap pelanggan yang datang dalam antrian akan menunggu dalam rentang waktu tertentu (*reneging time*). Jika pelayanan belum dimulai juga, bisa saja setiap pelanggan kehilangan kesabarannya bahkan pergi meninggalkan antrian dengan probabilitas p atau mungkin tetap dalam antriannya sampai mendapatkan pelayanan dengan probabilitas $q = (1 - p)$. *Reneging times* terdistribusi eksponensial dengan parameter ξ (Kumar, R, & Sharma, S.K, 2012:4). Dalam penelitian ini dibahas karakteristik model antrian M/M/1/N yang mempertimbangkan adanya pelanggan yang tidak sabar, yaitu retensi pelanggan yang membatalkan antrian dengan pola kedatangan berdistribusi Poisson, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, tersedia satu pelayanan dan disiplin antrian *First In First Out (FIFO)* serta kapasitas sistem yang terbatas untuk mengetahui berapa besar peluang terdapat n pelanggan dalam sistem dan untuk mengetahui bagaimana kinerja dari sistem antrian tersebut.

PEMBAHASAN

Pada bagian pembahasan akan dibahas tentang penurunan sistem persamaan lengkap untuk sistem antrian M/M/1/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian. Sistem persamaan lengkap tersebut terdiri dari persamaan probabilitas dan ukuran-ukuran keefektifan sistem antrian M/M/1/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian.

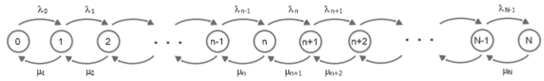
A. Probabilitas Model Antrian M/M/1/N dengan Retensi Pelanggan yang Membatalkan Antrian

Langkah pertama yang dilakukan dalam menentukan karakteristik model antrian M/M/1/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian adalah menentukan probabilitas kejadian terdapat n pelanggan dalam sistem (P_n), yaitu:

1. Probabilitas ada satu kedatangan dari t sampai $t + \Delta t$, dinyatakan dengan
   $P\left(\left(X(t+\Delta t) - X(t)\right) = 1\right) = \lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$

2. Probabilitas tidak ada kedatangan dari t sampai $t + \Delta t$, dinyatakan dengan
   $P\left(\left(X(t+\Delta t) - X(t)\right) = 0\right) = 1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$
3. Probabilitas ada satu kepergian dari t sampai $t + \Delta t$, dinyatakan dengan
   $P\left(\left(X(t+\Delta t) - X(t)\right) = 1\right) = \mu_n \Delta t + o(\Delta t)$
4. Probabilitas tidak ada kepergian dari t sampai $t + \Delta t$, dinyatakan dengan
   $P\left(\left(X(t+\Delta t) - X(t)\right) = 0\right) = 1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t)$
5. Probabilitas ada satu *customer reneging* dari t sampai $t + \Delta t$, dinyatakan dengan
   $P\left(\left(X(t+\Delta t) - X(t)\right) = 1\right) = n\xi p \Delta t + 0(\Delta t)$
6. Probabilitas tidak ada *customer reneging* dari t sampai $t + \Delta t$, dinyatakan dengan
   $P\left(\left(X(t+\Delta t) - X(t)\right) = 0\right) = 1 - (n - 1)\xi p \Delta t + 0(\Delta t)$
7. Probalititas terjadi lebih dari satu kejadian pada selang waktu yang sangat pendek adalah sangat kecil sehingga dapat diabaikan, dapat dinyatakan dengan
   $$P\left(\left(X(t+\Delta t) - X(t)\right) > 1\right) = o(\Delta t$$

Dari probabilitas-probabilitas yang telah didapatkan, probabilitas-probabilitas tersebut dapat digambarkan dalam bentuk *state flow* sebagai berikut:



Gambar 1 Proses kedatangan dan kepergian dalam sistem antrian M/M/1/N

Berdasarkan gambar 1 diatas, terdapat 3 kondisi yang berbeda pada *state flow* tersebut sehingga kemungkinan - kemungkinan kejadian saling bebas yang dapat terjadi jika terdapat n pelanggan dalam sistem pada waktu $t + \Delta t$ dapat dibagi menjadi 3 kasus kemungkinan kejadian, yaitu :

1. Probabilitas terdapat n pelanggan dalam sistem dengan $1 \leq n \leq N - 1$ pada saat $(t + \Delta t)$ dinyatakan dengan:
   1) Probabilitas kasus 1 =
   Tidak ada kedatangan, tidak ada kepergian dan tidak ada *reneging*
   $P_n(t)\left(1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t)\right)\left(1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t)\right)\left(1 - (n-1)\xi p \Delta t + o(\Delta t)\right).$ (1)
   2) Probablitas kasus 2 =
   Ada kedatangan, ada kepergian dan tidak ada *reneging*
   $P_n(t)\left(\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)\right)\left(\mu_n \Delta t + o(\Delta t)\right)\left(1 - (n-1)\xi p \Delta t + o(\Delta t)\right) = o(\Delta t).$ (2)
   3) Probabilitas kasus 3 =
   Ada kedatangan, tidak ada kepergian dan ada *reneging*
   $P_n(t)\left(\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)\right)\left(1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t)\right)\left(n\xi p \Delta t + o(\Delta t)\right) = o(\Delta t).$ (3)
   4) Probabilitas kasus 4 =
   Tidak ada kedatangan, ada kepergian dan tidak ada *reneging*

$P_{n+1}(t)\big(1-\lambda_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(\mu_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(1-(n-1)\xi p\Delta t+o(\Delta t)\big).$ (4)

5) Probabilitas kasus 5 =

Tidak ada kedatangan, tidak ada kepergian da nada *reneging*

$P_{n+1}(t)\big(1-\lambda_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(1-\mu_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(n\xi p\Delta t+o(\Delta t)\big).$ (5)

6) Probabilitas kasus 6 =

Tidak ada kedatangan, ada kepergian dan ada *reneging*

$P_{n+2}(t)\big(1-\lambda_{n+2}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(\mu_{n+2}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(n\xi p\Delta t+o(\Delta t)\big)=o(\Delta t).$ (6)

7) Probabilitas kasus 7 =

Ada kedatangan, tidak ada kepergian dan tidak ada *reneging*

$P_{n-1}(t)\big(\lambda_{n-1}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(1-\mu_{n-1}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(1-(n-1)\xi p\Delta t+o(\Delta t)\big).$ (7)

$P_n(t+\Delta t)=$(Probabilitas kasus 1 + Probabilitas kasus + Probabilitas kasus 2 + Probabilitas kasus 3 + Probabilitas kasus 4 + Probabilitas kasus 5 + Probabilitas kasus 6 + Probabilitas kasus 7) (8)

Persamaan (1), (2), (3), (4), (5), (6) dan (7) disubstitusikan ke persamaan (8), sehingga didapatkan:

$$P_n(t+\Delta t)=P_n(t)-P_n(t)(\lambda_n\Delta t)-P_n(t)(\mu_n\Delta t)-P_n(t)((n-1)\xi p\Delta t)+P_{n+1}(t)(\mu_{n+1}\Delta t)+P_{n+1}(t)(n\xi p\Delta t)+P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1}\Delta t)+o(\Delta t)$$

$$\frac{P_n(t+\Delta t)-P_n(t)}{\Delta t}=-P_n(t)(\lambda_n)-P_n(t)(\mu_n)-P_n(t)((n-1)\xi p)+P_{n+1}(t)(\mu_{n+1})+P_{n+1}(t)(n\xi p)+P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1})$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt}=-(\lambda_n+\mu_n+(n-1)\xi p)P_n(t)+(\mu_{n+1}+n\xi p)P_{n+1}(t)+(\lambda_{n-1})P_{n-1}(t). \quad (9)$$

2. Probabilitas terdapat n pelanggan dalam sistem dengan $n=0$ pada saat $(t+\Delta t)$ adalah :

1) Probabilitas kasus 1 =

Tidak ada kedatangan, tidak ada kepergian dan tidak ada *reneging*

$P_n(t)\big(1-\lambda_n\Delta t+o(\Delta t)\big)(1)(1).$ (10)

2) Probablitas kasus 2 =

Ada kedatangan, ada kepergian dan tidak ada *reneging*

$P_n(t)\big(\lambda_n\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(\mu_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)(1)=o(\Delta t).$ (11)

3) Probabilitas kasus 3 =

Tidak ada kedatangan, ada kepergian dan tidak ada *reneging*

$P_{n+1}(t)\big(1-\lambda_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)\big(\mu_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)(1).$ (12)

4) Probabilitas kasus 4 =

Tidak ada kedatangan, tidak ada kepergian da nada *reneging*

$P_{n+1}(t)\big(1-\lambda_{n+1}\Delta t+o(\Delta t)\big)(1)\big(n\xi p\Delta t+o(\Delta t)\big).$ (13)

$P_n(t+\Delta t)$ =(Probabilitas kasus 1 + Probabilitas kasus 2 + Probabilitas kasus 3 + Probabilitas kasus 4) (14)

Persamaan (10), (11), (12) dan (13) disubstitusikan ke persamaan (14), sehingga didapatkan:

$$P_n(t+\Delta t) = P_n(t)\big(1-\lambda_n\Delta t + o(\Delta t)\big) + P_{n+1}(t)(\mu_{n+1}\Delta t + o(\Delta t)) + P_{n+1}(t)\big(n\xi p\Delta t + o(\Delta t)\big) + o(\Delta t). \quad (15)$$

Pada persamaan (15), disubstitusi $n = 0$ diperoleh :

$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t) - (\lambda_0\Delta t)P_0(t) + (\mu_1\Delta t)P_1(t) + o(\Delta t)$$

$$\frac{P_0(t+\Delta t)-P_0(t)}{\Delta t} = -(\lambda_0)P_0(t) + (\mu_1)P_1(t)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda_0)P_0(t) + (\mu_1)P_1(t). \quad (16)$$

3. Probabilitas terdapat n pelanggan dalam sistem dengan $n = N$ dalam waktu $(t+\Delta t)$ adalah:
   1) Probabilitas kasus 1 =
   Tidak ada kedatangan, tidak ada kepergian dan tidak ada *reneging*
   $$P_n(t)(1)\big(1-\mu_n\Delta t + o(\Delta t)\big)(1-(n-1)\xi p\Delta t + o(\Delta t)). \quad (17)$$
   2) Probablitas kasus 2 =
   Ada kedatangan, ada kepergian dan tidak ada *reneging*
   $$P_n(t)\big(\lambda_n\Delta t + o(\Delta t)\big)\big(\mu_n\Delta t + o(\Delta t)\big)\big(1-(n-1)\xi p\Delta t + o(\Delta t)\big) = o(\Delta t). \quad (18)$$
   3) Probabilitas kasus 3 =
   Ada kedatngan, tidak ada kepergian da nada *reneging*
   $$P_n(t)\big(\lambda_n\Delta t + o(\Delta t)\big)\big(1-\mu_n\Delta t + o(\Delta t)\big)\big(n\xi p\Delta t + o(\Delta t)\big) = o(\Delta t). \quad (19)$$
   4) Probabilitas kasus 4 =
   Ada kedatangan, tidak ada kepergian dan tidak ada *reneging*
   $$P_{n-1}(t)\big(\lambda_{n-1}\Delta t + o(\Delta t)\big)\big(1-\mu_{n-1}\Delta t + o(\Delta t)\big)(1-(n-1)\xi p\Delta t + o(\Delta t)). \quad (20)$$

$P_n(t+\Delta t)$ =(Probabilitas kasus 1 + Probabilitas kasus 2 + Probabilitas kasus 3 + Probabilitas kasus 4) (21)

Persamaan (27), (18), (19) dan (20) disubstitusikan ke persamaan (21), sehingga didapatkan:

$$P_n(t+\Delta t) = P_n(t) - (\mu_n\Delta t)P_n(t) - \big((n-1)\xi p\Delta t\big)P_n(t) + (\lambda_n\Delta t)P_{n-1}(t) + o(\Delta t)$$

$$\frac{P_n(t+\Delta t)-P_n(t)}{\Delta t} = -(\mu_n)P_n(t) - \big((n-1)\xi p\big)P_n(t) + (\lambda_n)P_{n-1}(t).$$

$$\frac{dP_N(t)}{dt} = (\lambda_N)P_{N-1}(t) - (\mu_N - (N-1)\xi p)P_N(t). \quad (22)$$

Dari ke tiga persamaan yang telah diperoleh, yaitu persamaan (9), (16) dan (22) didapatkan sistem persamaan diferensial sebagai berikut

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = -(\lambda + \mu + (n-1)\xi p)P_n(t) + (\mu + n\xi p)P_{n+1}(t) + (\lambda)P_{n-1}(t) \quad ; \quad 1 \le n \le N-1 \quad (23)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = \mu P_1(t) - \lambda P_0(t) \quad ; n = 0 \quad (24)$$

$\frac{dP_N(t)}{dt} = \lambda P_{N-1}(t) - (\mu - (N-1)\xi p)P_N(t)$

$;n = N$ (25)

Dalam kondisi *steady-state* $\lim_{t\to\infty} P_n(t) = P_n$, oleh karena itu $\frac{dP_n(t)}{dt} = 0$ untuk $t \to \infty$. Sehingga sistem persamaan diferensialnya menjadi:

$(\lambda + \mu + (n-1)\xi p)P_n = (\mu + n\xi p)P_{n+1} + (\lambda)P_{n-1}$. (26)

$\lambda P_0 = P_1\mu$

$P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0$. (27)

$(\mu - (N-1)\xi p)P_N = (\lambda)P_{N-1}$

$P_N = \frac{(\lambda)}{(\mu-(N-1)\xi p)} P_{N-1}$. (28)

Untuk mencari solusi rekursif dari kondisi *steady-state*,

substitusi $n = 1$ pada persamaan (26), sehingga:

$(\mu + \xi p)P_2 = \lambda P_1 + (\mu P_1 - \lambda P_0)$. (29)

Dengan menggunakan persamaan (27) yaitu $\mu P_1 - \lambda P_0 = 0$, persamaan (29) menjadi

$(\mu + \xi p)P_2 = \lambda P_1$. (30)

Kemudian persamaan (30) dibagi dengan $(\mu + \xi p)$ menjadi

$P_2 = \frac{\lambda P_1}{(\mu+\xi p)}$. (31)

Persamaan (27) disubstitusikan pada persamaan (31) sehingga diperoleh

$P_2 = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu+(1-1)\xi p}\right)\left(\frac{\lambda}{(\mu+(2-1)\xi p)}\right)$. (32)

Dengan menggunakan notasi sigma, maka persamaan (32) menjadi

$P_2 = P_0 \prod_{k=1}^{2} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}$. (33)

Untuk $n = 2$ yang disubstitusikan pada persamaan (26), diperoleh

$P_3 = P_0 \prod_{k=1}^{3} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}$. (34)

Untuk $n = 3$ yang disubstitusikan pada persamaan (26), diperoleh

$P_4 = P_0 \prod_{k=1}^{4} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}$. (35)

Untuk $4 \le n \le N-1$ dengan menggunakan cara yang sama, maka diperoleh:

$P_n = P_0 \prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p} \quad ; 1 \le n \le N-1$. (36)

Untuk $= N$, substitusikan persamaan (36) pada persamaan (28)

$P_N = \frac{\lambda}{[\mu+(N-1)\xi p]} P_0 \prod_{k=1}^{N-1} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}$. (37)

Dengan menggunakan notasi sigma, maka persamaan (37) menjadi,

$P_N = P_0 \prod_{k=1}^{N} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}$. (38)

Selanjutnya, akan dicari probabilitas nol pelanggan dalam sistem. Jumlah kumpulan dari berbagai kemungkinan terjadinya probabilitas terdapat n pelanggan dalam sistem (P_n) adalah sama dengan 1.

$\sum_{n=0}^{N} P_n = 1$.

Oleh karena itu dapat dicari probabilitas nol pelanggan dalam sistem, yaitu

$P_0 = \frac{1}{1+\sum_{n=1}^{N} \prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}}$. (39)

Jadi persamaan rekursif kondisi *steady-state* dari model adalah:

$P_n = P_0 \prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p} \quad ; 0 \le n \le N$. (40)

dengan

$P_0 = \frac{1}{1+\sum_{n=1}^{N} \prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}}$.

B. Ukuran Keefektifan Sistem Antrian M/M/1/N dengan Retensi Pelanggan yang Membatalkan Antrian

Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem (L_s) mempunyai hubungan sederhana antara jumlah pelanggan yang antri (n) dan berbagai kemungkinan P_n dengan batas maksimum tempat antrian sebesar N.

$$L_s = \sum_{n=0}^{N} nP_n. \quad (41)$$

Persamaan (40) disubstitusikan pada persamaan (41) sehingga

$$L_s = \sum_{n=0}^{N} n\, P_0 \left(\prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}\right). \quad (42)$$

Rata-rata waktu tunggu dalam sistem (W_s) yaitu jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem dibanding tingkat kedatangan dalam sistem.

$$W_s = \frac{\sum_{n=0}^{N} nP_0\left(\prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}\right)}{\lambda}. \quad (43)$$

Rata-rata waktu tunggu dalam antrian (W_q) dipengaruhi oleh rata-rata waktu menunggu dalam sistem dengan waktu pelayanan.

$$W_q = \frac{\sum_{n=0}^{N} nP_0\left(\prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}\right)}{\lambda} - \frac{1}{\mu}. \quad (44)$$

Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam antrian (L_q) berkaitan erat dengan lamanya tingkat kedatangan dikali rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam antrian.

$$L_q = \sum_{n=0}^{N} n\, P_0 \left(\prod_{k=1}^{n} \frac{\lambda}{\mu+(k-1)\xi p}\right) - \frac{\lambda}{\mu}. \quad (45)$$

C. SIMULASI

Simulasi yang dilakukan adalah membandingkan hasil perhitungan probabilitas terdapat n pelanggan dalam sistem serta perhitungan ukuran keefektifan pada sistem antrian M/M/1/N dengan sistem antrian M/M/1/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian.

Contoh kasus sistem antrian M/M/1/N

Dalam sebuah sarana jasa pembersihan mobil, informasi yang dikumpulkan menunjukan bahwa kedatangan mobil terdistribusi Poisson dengan rata-rata 2 mobil perjam. Waktu untuk mencuci mobil bervariasi, tetapi mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata 20 menit per mobil. Sarana pelayanan hanya dapat menangani satu mobil setiap saat serta tempat pakir yang tersedia hanya dapat memuat sebanyak 9 mobil. Tentukan ukuran keefektifan dari sistem antrian sarana jasa pembersihan mobil tersebut jika diketahui probabilitas dari *retention* adalah sebesar 0.6 dan *reneging times* 0.1 jam.

Tabel Perbandingan Probabilitas dan Ukuran-ukuran Keefektifan Sistem Antrian M/M/1/N dengan Sistem Antrian M/M/1/N dengan Retensi Pelanggan yang Membatalkan Antrian

	L_s	L_q	W_s	W_q
M/M/1/N	1.87134	1.20857	0.94118	0.60784
M/M/1/N dengan Retensi Pelanggan yang Membatalkan Antrian	1.71929	1.05253	0.85960	0.53637

Berdasarkan hasil perhitungan yang disajikan dalam tabel diatas dapat disimpulkan bahwa adanya *reneging* pada sistem antrian berpengaruh terhadap ukuran sistem yang diharapkan dan ukuran-ukuran keefektifan pada sistem antrian

M/M/1/N lebih tinggi daripada ukuran-ukuran keefektifan sistem antrian M/M/1/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Persamaan probabilitas dan ukuran-ukuran keefektifan dari sistem antrian dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian dalam penulisan ini diperoleh dengan menggunakan metode *differensial* dan formula *Little Law*. Untuk ukuran-ukuran keefektifan sistem, adanya *reneging* pada sistem antrian berpengaruh terhadap ukuran sistem yang diharapkan serta ukuran-ukuran keefektifan pada sistem antrian M/M/1/N lebih tinggi daripada ukuran-ukuran keefektifan sistem antrian M/M/1/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian.

Saran

Berdasarkan hasil pengkajian sistem antrian M/M/1/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian dapat dikembangkan lebih lanjut sampai dengan perbandingan relatif pada model antrian M/M/1/N dengan *retention*, M/M/1/N dengan *reneging* dan antrian M/M/1/N sederhana. Selain itu juga dapat dikembangkan sistem antrian M/M/c/N dengan retensi pelanggan yang membatalkan antrian.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bain, L, & Engelhardt. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. California: Wadsworth Publishing Company.

[2] Bartle, R. G, & Sherbert, D. R. (2000). *Introduction to Real Analysis*. New York: John Wiley & Sons.

[3] Djauhari, M. (1997). Statistika Matematika. Bandung: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, ITB.

[4] Ecker, J, & Kupferschimd, M. (1988). *Introduction to Operation Research*. New York: John Wiley & Sons.

[5] Gross, D, & Harris, C. M. (1998). *Fundamental of Queuing Theory 3rd*. New York: John Wiley & Sons.

[6] Hiller,F.S, & Lieberman, G.J. (2005). *Introduction to Operations Research*. New York: McGraw-Hill.

[7] Hogg, R. V, & Tanis, E. A. (2001). *Probability and Statistical Inference. 6th. ed*. New Jersey: Prentice Hall International, Inc.

[8] Kumar, R, & Sharma, S.K. (2012). *M/M/1/N Queuing System with Retention of Reneged Customers. Journal Pak.j.stat.oper.res.* (Volume 8 Nomor 4 Tahun 2012). Hlm 859-866.

[9] Ross, S. M. (1983). *Stochastic Processes*. New York: John Wiley & Sons.

[10] Varberg, D, & Purcell, E. J. (2001). *Kalkulus Jilid 1. (Terjemahan 1 Nyoman Susila)*. Batam: Interaraksa.