PENYELESAIAN MODEL NONLINEAR MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING* DENGAN ALGORITMA GENETIKA PADA PRODUKSI TEMPE

SOLUTION OF NONLINEAR MODEL USING SEPARABLE PROGRAMMING BY GENETIC ALGORITHM IN TEMPE PRODUCTION

Oleh: Asep Indriana[1)], Eminugroho Ratna Sari[2)]
Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA UNY
asepindra14@gmail.com [1)], eminugroho@uny.ac.id [2)]

Abstrak

Optimisasi banyak diterapkan dalam masalah industri untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum atau biaya produksi yang minimum. Penelitian ini bertujuan untuk membentuk model matematika dalam pengoptimalan biaya produksi Tempe Murni selama satu bulan dan menyelesaikan model menggunakan *separable programming* dengan algoritma genetika. Model nonlinear dibentuk berdasarkan empat variabel harga tempe,yaitu harga Rp. 5.000,00 (A), harga Rp. 3.500,00 (B), harga Rp. 2.500,00 (C), harga Rp. 2.000,00 (D). Selanjutnya, model nonlinear diselesaikan menggunakan s*eparable programming* dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong menggunakan formulasi lambda yang menghasilkan pemrograman linear. Kemudian, pemrograman linear diselesaikan dengan algoritma genetika menggunakan *software* MATLAB. Permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini yaitu meminimumkan biaya produksi industri Tempe Murni berdasarkan data produksi selama tiga bulan sebelumnya yang diperoleh dari keterangan pemilik industri. Hasil perhitungan menunjukkan biaya produksi minimum Tempe Murni selama satu bulan berikutnya adalah Rp 32.650.307,8, dengan produksi A sebanyak 6300 bungkus, produksi B sebanyak 4200 bungkus, produksi C sebanyak 2100 bungkus dan produksi D sebanyak 2100 bungkus.

Kata kunci: optimisasi, *separable programming*, hampiran fungsi linear sepotong-sepotong, algoritma genetika.

Abstract

Optimization can be applied in the industry problems to obtain the maximum or minimum production cost. The aims of this research are to find mathematics model in optimizing Tempe Murni production costs for a month and solve the model using separable programming by genetic algorithms. Nonlinear model is formed by four variables of tempe price, that are IDR 5,000.00/pack (A), IDR 3,500.00/pack (B), IDR 2,500.00/pack (C) and IDR 2,000.00/pack (D).Furthermore, nonlinear model is solved using separable programming by piecewise linear function using lambda formulations which produces linear programming. Then, linear programming is solved by genetic algorithms using MATLAB. The problem which discussed in this research is minimizing production cost of Tempe Murni industry based on production result for the last three months were obtained from the industry owners information. The calculation shows Tempe Murni minimum production cost for next month is IDR 32,650,307.8, with 6300 packs for A production, 4200 packs for B production, 2100 packs for C production and 2100 packs for D production.

Keywords: Optimization, Separable Programming, Approximation Picewise Linear Function, Genetic Algorithm.

PENDAHULUAN

Optimisasi merupakan hal yang penting dalam penyelesaian masalah pengambilan pilihan yang terbaik dengan kritera tertentu. Kriteria yang umum digunakan yaitu untuk memaksimumkan atau meminimumkan sesuatu. Model masalah optimisasi dapat berupa pemrograman linear atau pemrograman nonlinear. Permasalahan optimisasi dalam kehidupan manusia seringkali diselesaikan dengan menggunakan pemrograman nonlinear karena banyaknya permasalahan optimisasi yang tidak dapat dimodelkan dalam bentuk pemrograman linear. Bentuk masalah nonlinear dapat diselesaikan dengan menggunakan beberapa metode, diantaranya *Lagrange Multiplier*, pendekatan kondisi *Karush-Kuhn-Tucker, Quadratic Programming,* dan *Separable Programming.*

Separable programming merupakan salah satu pendekatan yang digunakan dalam masalah pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. Konsep dasar yang lebih mudah dipahami membuat *separable programming* dipilih sebagai metode penyelesaian masalah nonlinear pada penulisan skripsi ini. *Separable programming* dapat diselesaikan dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong (Winston, 2004 : 688). Keakuratan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong dipengaruhi oleh banyaknya titik partisi/titik kisi. Jika titik kisi bertambah, maka variabel pada masalah hampiran pemrograman linear akan bertambah (Bazaraa, 2006:694).

Beberapa penelitian mengenai *separable programming* pernah dibahas oleh Desi Mariani (2003) dimana penyelesaian masalah *separable programming* diselesaikan dengan metode simpleks, Budi Marpaung (2012) membahas tentang perbandingan pendekatan *separable programming* dengan *the Karush-Kuhn-Tucker conditions* dalam pemecahan masalah nonlinear yang menyimpulkan bahwa keduanya dapat memberikan solusi optimal yang sama dan hasilnya akan semakin baik jika jumlah titik kisinya ditambah, Jain (2012) membahas tentang teknik eliminasi Gauss pada penyelesaian *separable programming* yang menyimpulkan bahwa teknik tersebut membutuhkan sedikit waktu dalam perhitungan dan lebih sederhana daripada dengan metode simpleks, Rini Nurcahyani (2014) membahas tentang penyelesaian masalah nonlinear menggunakan *separable programming* pada portofolio optimal dan Yuni Embriani (2015) membahas tentang efektivitas penyelesaian model nonlinear menggunakan pendekatan *quadratic programming* dan *separable programming* untuk optimisasi biaya produksi pada bakpia 716.

Berdasarkan beberapa penelitian tentang *separable programming* yang telah disebutkan di atas dapat diketahui bahwa penyelesaian model nonlinear dengan *separable programming* menghasilkan model linear yang selanjutnya diselesaikan menggunakan metode simpleks. Selain metode simpleks terdapat metode lain yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear, salah satunya yaitu menggunakan algoritma genetika

Secara garis besar langkah dalam AG dimulai dengan menetapkan suatu himpunan solusi potensial dan melakukan perubahan dengan beberapa iterasi dengan algoritma genetika untuk mencapai solusi terbaik. Himpunan solusi potensial ini ditetapkan diawal dan disebut dengan kromosom. Kromosom ini dibentuk secara random yang di-*generate* dan dipilih. Keseluruhan himpunan dari kromosom yang diobservasi mewakili suatu populasi.

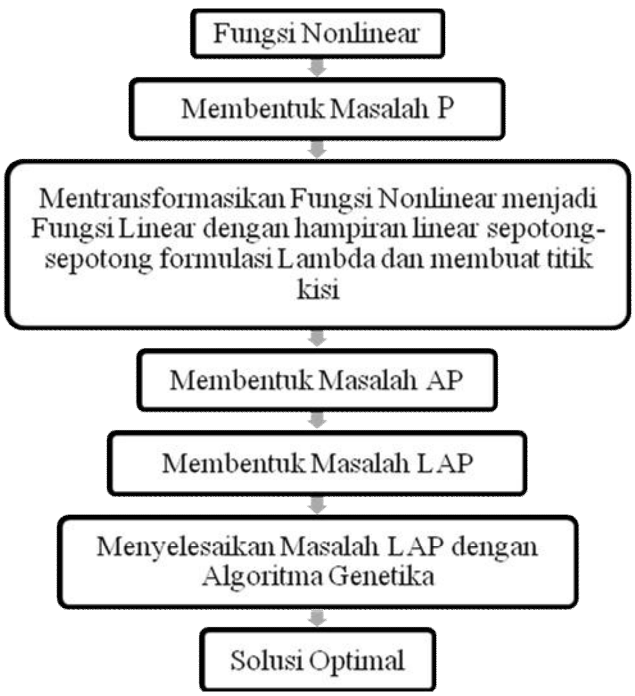
Kemudian, kromosom-kromosom tersebut akan berevolusi dalam beberapa tahap iterasi yang disebut dengan generasi. Generasi baru (*offsprings*) di*generate* dengan teknik pindah silang (*crossover*) dan mutasi (*mutation*) sampai didapatkan hasil terbaik (Achmad Basuki, 2003 : 11). Kromosom-kromosom ini selanjutnya berevolusi dengan suatu kriteria kesesuaian (*fitness*) yang ditetapkan dan hasil terbaik akan dipilih sementara yang lainnya diabaikan. Selanjutnya, proses dilakukan berulang-ulang sampai dengan suatu kromosom yang mempunyai kesesuaian terbaik (*best fitness*) yang akan diambil sebagai solusi terbaik dari permasalahan.

Beberapa penelitian tentang algoritma genetika pernah dibahas antara lain oleh Supriyanto (2010) yang membahas penerapan algoritma genetika untuk optimisasi fungsi linier, Datta (2012) membahas tentang efisiensi algoritma genetika pada pemrograman linear, Gupta (2013) membahas penyelesaian TSP menggunakan algoritma genetika, Verma & Kumar (2014) membahas gambaran umum dan penerapan algoritma genetika, Premalatha (2015) yang membahas algoritma genetika untuk masalah optimisasi.

Salah satu penerapan *separable programming* yang sangat membantu adalah pada bidang industri, misalnya dalam hal optimisasi biaya produksi. Banyak industri yang sedang berkembang di daerah Yogyakarta, salah satunya adalah industri tempe. Tempe merupakan makanan berbahan dasar kedelai yang sangat familiar bagi masyarakat Yogyakarta. Rasanya yang enak dan harganya yang relatif murah membuat tempe menjadi makanan yang sangat dicari oleh masyarakat. Salah satu industri tempe yang sedang berkembang di daerah Yogyakarta adalah industri Tempe Murni. Industri yang bertempat di daerah Nologaten ini merupakan industri rumahan yang masih sederhana dalam hal perencanaan produksinya. Walaupun tergolong kecil namun industri Tempe Murni terletak di daerah pemasaran yang ramai dan luas sehingga sangat memungkinkan untuk dapat dikembangkan menjadi lebih besar.

Berdasarkan latar belakang tersebut maka tujuan penulisan penelitian ini adalah membentuk model nonlinear produksi Tempe Murni kemudian menyelesaikannya menggunakan *separable programming* dengan algoritma genetika.

Berikut ditampilkan *flowchart* langkah penyelesaian pemrograman nonlinear menggunakan pendekatan *separable programming* dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi lambda menggunakan algoritma genetika.



Gambar 1. Bagan penyelesaian model nonlinear menggunakan *separable programming* metode hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi lambda dengan Algoritma Genetika

KAJIAN PUSTAKA

Pemrograman Nonlinear

Banyak kasus dalam penyelesaian masalah optimisasi mempunyai model yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk linear. Jika tidak dapat dinyatakan dalam bentuk linear maka bentuk yang didapat adalah nonlinear. Permasalahan pemrograman nonlinear secara umum dapat didefinisikan sebagai berikut (Bradley, 1976 : 410).

Memaksimumkan/meminimumkan fungsi tujuan, dalam hal ini f merupakan fungsi nonlinear

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{1}$$

dengan fungsi kendala dapat berbentuk linear atau nonlinear .

$$g_i(\mathbf{x}) \leq bi, \text{untuk setiap } i=1,2,\ldots,m \text{ dan } x \geq 0 \tag{2}$$

dan batasan nonnegatif pada variabel dengan menambahkan kendala

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0 \tag{3}$$

$f(x)$ merupakan fungsi tujuan dan $g_i(x)$ merupakan fungsi kendala dengan b_i menunjukkan nilai syarat kendala tersebut. $f(x)$ dan $g_i(x)$ merupakan fungsi yang kontinu dan *differensiable.*

Separable Programming

Separable Programming atau yang sering disebut pemrograman terpisah merupakan salah satu metode dalam penyelesaian pemrograman nonlinear dengan cara mentransformasikan bentuk fungsi nonlinear menjadi fungsi-fungsi linear yang hanya memuat satu variabel saja.

Masalah separable programming dapat dituliskan sebagai berikut *(Bazaraa, 2006:684) Diberikan fungsi f_j merupakan fungsi tujuan berbentuk nonlinear dan g_{ij} merupakan fungsi kendala yang dapat berbentuk linear atau nonlinear dengan b_i menunjukkan nilai syarat kendala tersebut, dalam hal ini x_j merupakan variabel bebas,*

Memaksimumkan/meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \tag{4}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} g_{ij}(x_j) \; (\leq, =, \geq) b_j, i = 1, 2, \ldots, m \tag{5}$$

$$x_j \geq 0; (j = 1,2, \ldots, n) \tag{6}$$

Penyelesaian dalam masalah *separable programming* dapat dilakukan dengan metode hampiran linear sepotong-sepotong dengan membuat beberapa titik kisi. Didefinisikan $f(x)$ merupakan fungsi nonlinear yang kontinu, dengan x pada interval [a,b]. Akan didefinisikan fungsi linear sepotong-sepotong $\hat{f}$ yang merupakan hampiran fungsi f pada interval [a,b]. Selanjutnya interval [a,b] dipartisi menjadi interval-interval yang lebih kecil, dengan titik partisi (*titik kisi*) $a = x_1, x_2, \ldots, x_k = b$. Titik-titik kisi tidak harus mempunyai jarak yang sama.

Bentuk baru variabel keputusan dapat dinyatakan sebagai berikut

$$x = \sum_{v=1}^{k} x_v \lambda_v, \text{untuk } v = 1, 2, \ldots, k \tag{7}$$

dengan hampiran linear dari fungsi *f(x)* untuk titik-titik kisi $x_1, x_2, \ldots, x_k$ didefinisikan sebagai berikut

$$\hat{f}(x) = \sum_{v=1}^{k} \hat{f}(x_v) \lambda_v, \sum_{v=1}^{k} \lambda_v = 1, \lambda_v \geq 0 \tag{8}$$

dan terdapat paling sedikit satu λ_v tidak nol atau paling banyak dua λ_v, λ_{v+1} tidak nol dan berdampingan.

Berikut adalah langkah-langkah penyelesaian model nonlinear menggunakan separable programming :

a. Membentuk model nonlinear berdasarkan data yang diperoleh dari objek penelitian.

b. Membentuk Masalah P (Fungsi *Separable)*

Memaksimumkan/meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \qquad (9)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} g_{ij}(x_j)(\leq, =, \geq) b_j, i = 1, 2, \dots, m \qquad (10a)$$

$$x_j \geq 0; (j = 1,2, \dots, n) \qquad (10b)$$

c. Mentransformasikan fungsi nonlinear menjadi fungsi linear dengan hampiran linear sepotong-sepotong formulasi Lambda dan membuat titik kisi. Hampiran linear dari fungsi *f(x)* untuk titik-titik kisi $x_1, x_2, \dots, x_k$ didefinisikan sebagai berikut

$$\hat{f}_j(x_j) = \sum_{v=1}^{kj} f_j(x_{vj}) \lambda_{vj} \; untuk \; j \notin L \qquad (11)$$

$$\widehat{g_{ij}}(x_j) = \sum_{v=1}^{kj} g_{ij}(x_{vj}) \lambda_{vj} \; untuk \; i = 1,2, \dots, m; \; j \notin L \qquad (12)$$

dengan

$$\sum_{v=1}^{kj} \lambda_{vj} = 1 \qquad (13a)$$

$$\lambda_{vj} \geq 0 \; untuk \; v = 1,2, \dots, k_j; \; j \notin L \qquad (13b)$$

dan

$$x_j = \sum_{v=1}^{kj} \lambda_{vj} (x_{vj}) \qquad (14)$$

d. Membentuk masalah AP

Memaksimumkan/meminimumkan

$$Z = \sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_j) \qquad (15)$$

terhadap kendala

$$\sum_{j \notin L} \widehat{g_{ij}}(x_j)(\leq, =, \geq) b_i, (i = 1, 2, \dots, m) \qquad (16a)$$

$x_j \geq 0$ untuk $j = 1, 2, \dots, n$ dan $j \notin L$ (16b)

Perhatikan bahwa fungsi tujuan dan fungsi kendala pada masalah AP adalah fungsi linear sepotong-sepotong.

e. Membentuk masalah LAP

Memaksimumkan/meminimumkan

$$Z = \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^{kj} f_j(x_{vj}) \lambda_{vj} \qquad (17)$$

Terhadap kendala

$$\sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^{kj} g_{ij}(x_{vj}) \lambda_{vj} (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1, 2, \dots, m) \qquad (18a)$$

$$\sum_{v=1}^{kj} \lambda_{vj} = 1 \qquad (18b)$$

$$\lambda_{vj} \geq 0 \; untuk \; v = 1,2, \dots, k_j; \; j \notin L \qquad (18c)$$

dan terdapat paling sedikit satu λ_{vj} tidak nol atau paling banyak dua $\lambda_{vj}, \lambda_{(v+1)j}$ tidak nol dan berdampingan.

f. Menyelesaikan masalah LAP.

Masalah LAP yang diperoleh merupakan pemrograman linear yang selanjutnya akan diselesaikan menggunakan Algoritma Genetika dengan bantuan software Matlab.

Algoritma Genetika

Algoritma genetika adalah simulasi dari proses evolusi Darwin. Teknik pencarian algoritma genetika dilakukan sekaligus atas sejumlah solusi yang mungkin, dikenal dengan istilah populasi. Individu yang terdapat dalam satu populasi disebut dengan istilah kromosom. Kromosom ini merupakan suatu solusi yang masih berbentuk simbol. Populasi awal dibangun secara acak, sedangkan populasi berikutnya merupakan hasil evolusi kromosom-kromosom melalui iterasi yang disebut dengan generasi.

Pada setiap generasi, kromosom akan melalui proses evaluasi dengan menggunakan alat ukur yang disebut dengan fungsi *fitness* (kebugaran). Nilai *fitness* dari suatu kromosom akan menunjukkan kualitas dari kromosom dalam populasi tersebut (Zainudin Zukhri, 2014 : 23).

Struktur umum dari suatu algoritma genetika terdiri dari langkah-langkah:

a. Membangkitkan Populasi Awal
b. Seleksi
c. Mutasi
d. Evaluasi Solusi

Pada umumnya dalam proses Algoritma Genetika untuk mendapatkan hasil optimal membutuhkan proses pengulangan yang cukup panjang. Oleh karena itu, selanjutnya penyelesian optimisasi dengan Algoritma Genetika akan dilakukan dengan bantuan *Software* Matlab.

PEMBAHASAN

Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan Separable Programming Penerapan Model Nonlinear pada Produksi Tempe Murni

Penerapan Separable Programming digunakan untuk menyelesaikan masalah nonlinear penetapan jumlah produksi maksimal selama satu bulan di industri Tempe Murni untuk mengoptimumkan biaya produksi. Data yang digunakan yaitu data produksi tetap, data pemesanan dan data biaya produksi selama periode April 2016 – Juni 2016 yang tercantum dalam Tabel 1 – Tabel 3 berikut.

Tabel 1. Data Produksi Tetap

Bulan	Jenis Produk (dengan satuan bungkus)			
	A (5.000/bungkus)	B (3.500/bungkus)	C (2.500/bungkus)	D (2.000/bungkus)
April 2016	6000	3600	1000	1500
Mei 2016	6000	3600	900	1800
Juni 2016	6000	3600	900	1800

Tabel 2. Data Pesanan

Bulan	Jenis Produk (dengan satuan bungkus)			
	A (5.000/bungkus)	B (3.500/bungkus)	C (2.500/bungkus)	D (2.000/bungkus)
April 2016	120	150	240	300
Mei 2016	200	150	240	320
Juni 2016	300	180	210	360

Tabel 3. Data Biaya Produksi

Bulan	Jenis Produk (dengan satuan bungkus)			
	A (5.000/bungkus)	B (3.500/bungkus)	C (2.500/bungkus)	D (2.000/bungkus)
April 2016	Rp 17.433.500,00	Rp7.518.500,00	Rp1.802.900,00	Rp1.980.000,00
Mei 2016	Rp 17.665.200,00	Rp7.518.500,00	Rp1.657.600,00	Rp2.332.000,00
Juni 2016	Rp 17.957.000,00	Rp7.578.200,00	Rp1.616.800,00	Rp2.378.500,00

Dalam penelitian ini diasumsikan beberapa hal, yaitu :

1. Produksi tetap setiap bulan selalu habis terjual.
2. Pola jumlah pemesanan tidak berbeda secara signifikan.
3. Tidak ada perubahan biaya modal.

Selanjutnya, berdasarkan tujuan yang ingin dicapai yaitu meminimumkan biaya produksi Tempe Murni untuk empat varian harga, maka dibentuk variabel keputusan yang akan digunakan yaitu :

x_1 = banyak produksi tempe varian A yaitu tempe dengan harga Rp 5.000,00/bungkus dalam satu bulan (satuan bungkus).

x_2 = banyak produksi tempe varian B yaitu tempe dengan harga Rp 3.500,00/bungkus dalam satu bulan (satuan bungkus).

x_3 = banyak produksi tempe varian C yaitu tempe dengan harga Rp 2.500,00/bungkus dalam satu bulan (satuan bungkus).

x_4 = banyak produksi tempe varian D yaitu tempe dengan harga Rp 2.000,00/bungkus dalam satu bulan (satuan bungkus).

Fungsi tujuan dibentuk dengan menjadikan jumlah produksi total tiap varian sebagai nilai x, dan biaya produksi setiap varian produk sebagai nilai $f(x)$. Fungsi biaya yang dikeluarkan untuk memproduksi setiap varian tempe diperoleh dengan mencari regresi polynomial yang akan ditentukan dengan *software* Geogebra melalui perintah *Fitpoly*, sehingga didapatkan fungsi tujuan adalah meminimumkan :

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = 0{,}12x_1^2 + 2408{,}07x_1 + 0{,}19x_2^2 + 1378{,}58x_2 + 0{,}72x_3^2 - 249{,}62x_3 + 0{,}17x_4^2 + 419{,}44x_4 + 5593508{,}8 \quad (19)$$

Fungsi kendala dari permasalahan ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$x_1 \geq 6200 \quad (20a)$$

$$x_2 \geq 3760 \quad (20b)$$

$$x_3 \geq 1180 \quad (20c)$$

$$x_4 \geq 2100 \quad (20d)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \quad (20e)$$

Jadi, permasalahan industri Tempe Murni dapat dimodelkan menjadi model nonlinear dengan fungsi tujuan sesuai dengan Persamaan (19) dan fungsi kendala sesuai Persamaan (20).

Penyelesaian Model Nonlinear Produksi Tempe Murni Menggunakan Separable Programming Metode Hampiran Fungsi Linear Sepotong-sepotong

Langkah – langkah penyelesaiannya yaitu sebagai berikut :

a. Membentuk Masalah P

Berdasarkan Persamaan (9), maka Persamaan (19) disusun menjadi fungsi separable, yaitu :

$$f_1(x_1) = 0{,}12x_1^2 + 2408{,}07x_1 \quad (21a)$$

$$f_2(x_2) = 0{,}19x_2^2 + 1378{,}58x_2 \quad (21b)$$

$$f_3(x_3) = 0{,}72x_3^2 - 249{,}62x_3 \quad (21c)$$

$$f_4(x_4) = 0{,}17x_4^2 + 419{,}44x_4 + 5593508{,}8 \quad (21d)$$

yang selanjutnya dapat dinyatakan sebagai fungsi separable untuk j = 1,2,3,4 yaitu :

$$f(X) = \sum_{j=1}^{4} f_j(x_j) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3) + f_4(x_4) \quad (22)$$

Berdasarkan Persamaan (10), maka Persamaan (20) juga dapat diubah menjadi sebagai berikut :

$$g_{11}(x_1) = x_1; \quad g_{21}(x_2) = 0 \; ; \quad g_{31}(x_3) = 0 \; ; \quad g_{41}(x_4) = 0 \quad (23a)$$

$$g_{12}(x_1) = 0; \quad g_{22}(x_2) = x_2 \; ; \quad g_{32}(x_3) = 0 \; ; \quad g_{42}(x_4) = 0 \quad (23b)$$

$$g_{13}(x_1) = 0; \quad g_{23}(x_2) = 0 \; ; \quad g_{33}(x_3) = x_3 \; ; \quad g_{43}(x_4) = 0 \quad (23c)$$

$$g_{14}(x_1) = 0; \quad g_{24}(x_2) = 0 \; ; \quad g_{34}(x_3) = 0 \; ; \quad g_{44}(x_4) = x_4 \quad (23d)$$

Pada pembentukan fungsi kendala dengan pendekatan *separable programming* perlu ditambahkan satu kendala lagi yaitu interval nilai x_j untuk $j = 1,2,3,4$. Berdasarkan kendala pada Persamaan (20) maka kendala baru yang ditambahkan yaitu $0 \leq x_j \leq 6300$ (23e)

b. Menentukan Titik Kisi

Pada perhitungan awal untuk masalah ini ditetapkan jumlah titik kisi yang digunakan sebanyak empat $(v = 1,2,3,4)$. Interval setiap titik kisi pada masalah ini dibuat sama agar memudahkan dalam perhitungan. Berdasarkan Persamaan (23e) maka nilai x_{vj} untuk permasalahan ini adalah sebagai berikut :

$$x_{11} = 0, x_{21} = 2100, x_{31} = 4200, x_{41} = 6300 \quad (24a)$$

$$x_{12} = 0, x_{22} = 2100, x_{32} = 4200, x_{42} = 6300 \quad (24b)$$

$$x_{13} = 0, x_{23} = 2100, x_{33} = 4200, x_{43} = 6300 \quad (24c)$$

$$x_{14} = 0, x_{24} = 2100, x_{34} = 4200, x_{44} = 6300 \quad (24d)$$

Selanjutnya untuk mendapatkan nilai fungsi titik kisi, setiap nilai x_{vj} disubstitusikan ke Persamaan (21) dan Persamaan (23).

c. Membentuk Masalah AP

Pembentukan masalah AP diperoleh dengan cara membentuk model linear dari masalah P yang dilakukan dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi lambda. Berdasarkan Persamaan (15) dan Persamaan (16) maka diperoleh hampiran linearnya yaitu :

$$\hat{f}_1(x_1) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v1} f_1(x_{v1}) \quad (25a)$$

$$\hat{f}_2(x_2) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v2} f_2(x_{v2}) \quad (25b)$$

$$\hat{f}_3(x_3) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v3} f_3(x_{v3}) \quad (25c)$$

$$\hat{f}_4(x_4) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v4} f_4(x_{v4}) \quad (25d)$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{11}(x_1) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v1} g_{11}(x_{v1}) \quad (26a)$$

$$\hat{g}_{12}(x_2) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v2} g_{12}(x_{v2}) \quad (26b)$$

$$\hat{g}_{13}(x_3) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v3} g_{13}(x_{v3}) \quad (26c)$$

$$\hat{g}_{14}(x_4) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v4} g_{14}(x_{v4}) \quad (26d)$$

$$\hat{g}_{21}(x_1) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v1} g_{21}(x_{v1}) \quad (26e)$$

$$\hat{g}_{22}(x_2) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v2} g_{22}(x_{v2}) \quad (26f)$$

$$\hat{g}_{23}(x_3) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v3} g_{23}(x_{v3}) \quad (26g)$$

$$\hat{g}_{24}(x_4) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v4} g_{24}(x_{v4}) \quad (26h)$$

$$\hat{g}_{31}(x_1) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v1} g_{31}(x_{v1}) \quad (26i)$$

$$\hat{g}_{32}(x_2) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v2} g_{32}(x_{v2}) \quad (26j)$$

$$\hat{g}_{33}(x_3) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v3} g_{33}(x_{v3}) \quad (26k)$$

$$\hat{g}_{34}(x_4) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v4} g_{34}(x_{v4}) \quad (26l)$$

$$\hat{g}_{41}(x_1) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v1} g_{41}(x_{v1}) \quad (26m)$$

$$\hat{g}_{42}(x_2) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v2} g_{12}(x_{42}) \quad (26n)$$

$$\hat{g}_{43}(x_3) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v3} g_{13}(x_{43}) \quad (26o)$$

$$\hat{g}_{44}(x_4) = \sum_{v=1}^{4} \lambda_{v4} g_{14}(x_{44}) \quad (26p)$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} = 1 \quad (27a)$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} = 1 \quad (27b)$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} = 1 \quad (27c)$$

$$\lambda_{14} + \lambda_{24} + \lambda_{34} + \lambda_{44} = 1 \quad (27d)$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3}, \lambda_{v4} \geq 0 \text{ untuk } v = 1,2,3,\ldots,4. \quad (27e)$$

dengan x_j yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (14) dan Persamaan (24) yaitu :

$$x_1 = 0\lambda_{11} + 2100\lambda_{21} + 4200\lambda_{31} + 6300\lambda_{41} \quad (28a)$$

$$x_2 = 0\lambda_{12} + 2100\lambda_{22} + 4200\lambda_{32} + 6300\lambda_{42} \quad (28b)$$

$$x_3 = 0\lambda_{13} + 2100\lambda_{23} + 4200\lambda_{33} + \backslash 6300\lambda_{43} \quad (28c)$$

$$x_4 = 0\lambda_{14} + 2100\lambda_{24} + 4200\lambda_{34} + 6300\lambda_{44} \quad (28d)$$

d. Membentuk Masalah LAP

Berdasarkan langkah – langkah sebelumnya didapatkan masalah pemrograman linear sebagai berikut :

Meminimumkan

$$\hat{f}_j(x_{vj}) - 0\,\lambda_{11} + 3486147\lambda_{21} + 8030694\lambda_{31} + 13633641\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 3732918\lambda_{22} + 9141636\lambda_{32} + 16226154\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 2650998\lambda_{23} + 11652396\lambda_{33} + 27004194\lambda_{43} + 5593508{,}8\lambda_{14} + 7224032{,}8\lambda_{24} + 10353956{,}8\lambda_{34} + 14983280{,}8\lambda_{44} \quad (29)$$

dengan kendala :

$$0\,\lambda_{11} + 2100\lambda_{21} + 4200\lambda_{31} + 6300\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda + 0\lambda_{13} + 0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 0\lambda_{24} + 0\lambda_{34} + 0\lambda_{44} \geq 6200 \quad (30a)$$

$$0\,\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 2100\lambda_{22} + 4200\lambda_{32} + 6300\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 0\lambda_{24} + 0\lambda_{34} + 0\lambda_{44} \geq 3760 \quad (30b)$$

$$0\,\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 2100\lambda_{23} + 4200\lambda_{33} + 6300\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 0\lambda_{24} + 0\lambda_{34} + 0\lambda_{44} \geq 1180 \quad (30c)$$

$$0\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 2100\lambda_{24} + 4200\lambda_{34} + 6300\lambda_{44} \geq 2100 \quad (30d)$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} = 1 \quad (30e)$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} = 1 \quad (30f)$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} = 1 \quad (30g)$$

$$\lambda_{14} + \lambda_{24} + \lambda_{34} + \lambda_{44} = 1 \quad (30h)$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3}, \lambda_{v4} \geq 0 \text{ dengan } v = 1, 2, 3, 4 \quad (30i)$$

dan terdapat paling sedikit satu λ_{vj} tidak nol atau paling banyak dua $\lambda_{vj}, \lambda_{(v+1)j}$ tidak nol dan berdampingan.

Penyelesaian Model Linear dengan Algoritma Genetika

Model linear yang diperoleh yaitu pada Persamaan (29) dan Persamaan (30) kemudian diselesaikan menggunakan algoritma genetika. Langkah – langkah penyelesaiannya sebagai berikut :

a. Pengkodean Fungsi *Fitness*

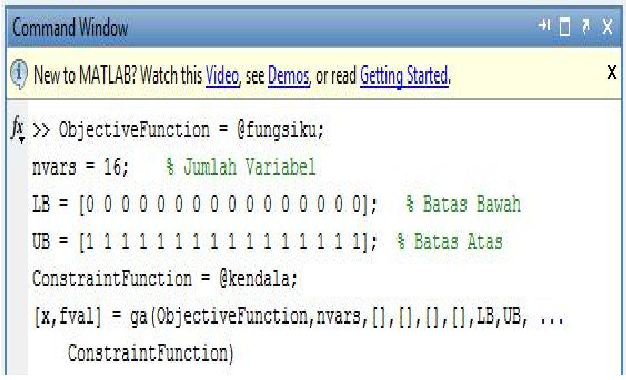
Fungsi *fitness* merupakan fungsi tujuan linear yang akan dicari nilai optimalnya. Nilai optimal yang dicari dalam Matlab adalah nilai minimum dari fungsi *fitness*. Fungsi *fitness* diinput dalam *script* Matlabdisimpan dengan nama fungsiku.m.

b. Pengkodean Fungsi Kendala

Fungsi kendala diinput dalam *script* Matlab dan disimpan dengan nama kendala.m.

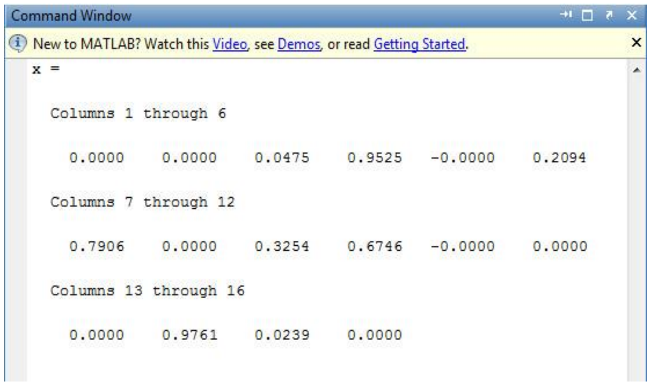
c. Minimasi dengan Algoritma Genetika

Langkahnya yaitu melakukan input perintah pada *command window* untuk mengoptimalkan fungsi tujuan dengan kendala yang sudah diinput dan disimpan dengan nama fungsiku.m dan kendala.m tadi, tampilannya sebagai berikut :



Gambar 2. Input Perintah Minimasi pada Command Window

dengan menekan enter diperoleh hasil nilai lambda sebagai berikut :



Gambar 3. Nilai Lambda hasil Perhitungan Minimasi dengan Algoritma Genetika Matlab

Berdasarkan Gambar 3, tampak bahwa nilai-nilai lambda masih belum merupakan bilangan bulat. Padahal, permasalahan ini membahas tentang produksi tempe yang dinyatakan dalam satuan bungkus, sehingga lambda yang diperoleh harus merupakan bilangan bulat.

Langkah selanjutnya yaitu melakukan pemrograman bulat untuk mengubah lambda yang telah diperoleh menjadi bilangan bulat. Pemrograman bulat dilakukan menggunakan *software* WinQSB dan diperoleh hasil sebagai berikut :

	06:52:41		Wednesday	October	05	2016		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	0	0	0	at bound	-M	M
2	X2	0	3,486,147.0000	0	3,486,147.0000	at bound	-M	M
3	X3	0	8,030,694.0000	0	0	basic	-M	-M
4	X4	1.0000	13,633,640.0000	13,633,640.0000	0	basic	8,030,694.0000	M
5	X5	0	0	0	0	at bound	-M	M
6	X6	0	3,732,918.0000	0	0	basic	-M	-M
7	X7	1.0000	9,141,636.0000	9,141,636.0000	0	basic	3,732,918.0000	M
8	X8	0	16,226,150.0000	0	16,226,150.0000	at bound	-M	M
9	X9	0	0	0	0	basic	-M	-M
10	X10	1.0000	2,560,998.0000	2,560,998.0000	0	basic	0	M
11	X11	0	11,652,400.0000	0	11,652,400.0000	at bound	-M	M
12	X12	0	27,004,190.0000	0	27,004,190.0000	at bound	-M	M
13	X13	0	55,935,090.0000	0	55,935,090.0000	at bound	-M	M
14	X14	1.0000	7,224,033.0000	7,224,033.0000	0	basic	M	-M
15	X15	0	10,353,960.0000	0	0	basic	M	-M
16	X16	0	14,983,280.0000	0	14,983,280.0000	at bound	-M	M
	Objective	Function	(Min.) =	32,560,310.0000				

Gambar 4. Nilai Lambda Hasil Pemrograman Bulat dengan *Software* WinQSB

Langkah selanjutnya yaitu mensubstitusikan nilai-nilai lambda yang telah didapatkan untuk mendapatkan nilai $x_1, x_2, x_3,$ dan x_4 sehingga didapatkan :

$$x_1 = 0\lambda_{11} + 2100\lambda_{21} + 4200\lambda_{31} + 6300\lambda_{41}$$
$$=(0)(0) + (2100)(0) + (4200)(0) + (6300)(1)$$
$$= 6300$$

$$x_2 = 0\lambda_{12} + 2100\lambda_{22} + 4200\lambda_{32} + 6300\lambda_{42}$$
$$= (0)(0) + (2100)(0) + (4200)(1) + (6300)(0)$$
$$=4200$$

$$x_3 = 0\lambda_{13} + 2100\lambda_{23} + 4200\lambda_{33} + 6300\lambda_{43}$$
$$= (0)(0) + (2100)(1) + (4200)(0) + (6300)(0)$$
$$= 2100$$

$$x_4 = 0\lambda_{14} + 2100\lambda_{24} + 4200\lambda_{34} + 6300\lambda_{44}$$
$$= (0)(0) + (2100)(1) + (4200)(0) + (6300)(0)$$
$$= 2100$$

Hasil yang diperoleh yaitu jumlah produksi x_1(varian A) sebanyak 6300 bungkus, x_2 (varian B) sebanyak 4200 bungkus, x_3(varian C) sebanyak 2100 bungkus dan x_4(varian D) sebanyak 2100 bungkus.

Sehingga nilai minimum untuk fungsi f nonlinear (biaya total produksi bulan Juli) yaitu :

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = 0{,}12x_1^2 + 1408{,}07x_1 + 0{,}19x_2^2 + 1378{,}58x_2 + 0{,}72x_3^2 - 249{,}62x_3 + 0{,}17x_4^2 + 419{,}44x_4 + 5593508{,}8$$

$$= (0{,}12)(6300)^2 + (1408{,}07)(6300) + (0{,}19)(4200)^2 + (1378{,}58)(4200) + (0{,}72)(2100)^2 - (249{,}62)(2100) + (0{,}17)(2100)^2 + (419{,}44)(2100) + 5593508{,}8$$

$$= 32.650.307{,}8$$

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

1. Model matematika dalam pengoptimalan biaya produksi di Tempe Murni merupakan model nonlinear, yaitu meminimumkan fungsi tujuan

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = 0{,}12x_1^2 + 1408{,}07x_1 + 0{,}19x_2^2 + 1378{,}58x_2 + 0{,}72x_3^2 - 249{,}62x_3 + 0{,}17x_4^2 + 419{,}44x_4 + 5593508{,}8$$

dengan kendala

$$x_1 \geq 6200$$
$$x_2 \geq 3760$$
$$x_3 \geq 1180$$
$$x_4 \geq 2100$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

2. Setelah permasalahan *separable programming* telah teridentifikasi, maka langkah penyelesaian model menggunakan *separable programming* dengan algoritma genetika adalah

a. Membentuk Masalah P, yaitu $f_1(x_1), f_2(x_2), f_3(x_3), f_4(x_4)$ dan $g_{11}(x_1), \ldots, g_{41}(x_4), g_{12}(x_1), \ldots, g_{42}(x_4), \ldots, g_{44}(x_4)$.

b. Menentukan jumlah titik kisi. Pada permasalahan ini diambil 4 titik kisi untuk selanjutnya dihitung nilai fungsinya.

c. Membentuk Masalah AP, yaitu $\hat{f}_1(x_1), \hat{f}_2(x_2), \hat{f}_3(x_3), \hat{f}_4(x_4)$ dan

$\hat{g}_{11}(x_1), \ldots, \hat{g}_{14}(x_4), \hat{g}_{21}(x_1), \ldots, \hat{g}_{24}(x_4), \ldots, \hat{g}_{44}(x_4)$
serta $x_1, \ldots, x_4 \geq 0$.

d. Membentuk Masalah LAP, yaitu

Meminimumkan

$$\hat{f}_j(x_{vj}) = 0\,\lambda_{11} + 3486147\lambda_{21} + 8030694\lambda_{31} + 13633641\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 3732918\lambda_{22} + 9141636\lambda_{32} + 16226154\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 2650998\lambda_{23} + 11652396\lambda_{33} + 27004194\lambda_{43} + 5593508{,}8\lambda_{14} + 7224032{,}8\lambda_{24} + 10353956{,}8\lambda_{34} + 14983280{,}8\lambda_{44}$$

dengan kendala :

$$0\,\lambda_{11} + 2100\lambda_{21} + 4200\lambda_{31} + 6300\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda + 0\lambda_{13} + 0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 0\lambda_{24} + 0\lambda_{34} + 0\lambda_{44} \geq 6200$$

$$0\,\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 2100\lambda_{22} + 4200\lambda_{32} + 6300\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 0\lambda_{24} + 0\lambda_{34} + 0\lambda_{44} \geq 3760$$

$$0\,\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 2100\lambda_{23} + 4200\lambda_{33} + 6300\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 0\lambda_{24} + 0\lambda_{34} + 0\lambda_{44} \geq 1180$$

$$0\,\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{13} + 0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{14} + 2100\lambda_{24} + 4200\lambda_{34} + 6300\lambda_{44} \geq 2100$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} = 1$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} = 1$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} = 1$$

$$\lambda_{14} + \lambda_{24} + \lambda_{34} + \lambda_{44} = 1$$

$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3}, \lambda_{v4} \geq 0$ dengan v =1, 2, 3, 4

e. Menyelesaikan model linear dengan algoritma genetika.

Berdasarkan perhitungan, didapatkan hasil yaitu total biaya produksi bulan juli 2016 sebesar Rp 32.650.307,8 dengan variasi produk varian A sebanyak 6300 bungkus, varian B sebanyak 4200 bungkus, varian C sebanyak 2100 bungkus dan varian D sebanyak 2100 bungkus.

Saran

Permasalahan yang dibahas dalam skripsi ini masih terbatas pada penyelesaian optimum model nonlinear menggunakan *separable programming* dengan pendekatan fungsi linear sepotong-sepotong. Setelah didapatkan fungsi linearnya selanjutnya diselesaikan dengan algoritma genetika. Penulis berharap ada pembaca yang tertarik untuk meneliti dan mengkaji penyelesaian pemrograman nonlinear yang lain. Selain itu untuk penggunaan algoritma genetika dalam skripsi ini juga masih sederhana. Bagi pembaca yang tertarik hendaknya dapat mengkaji lebih dalam tentang penggunaan algoritma genetika dalam matematika.

DAFTAR PUSTAKA

Achmad Basuki. 2003. *Strategi Menggunakan Algoritma Genetika*. Surabaya : PENS-ITS.

Bazaraa M. S., H. D. Sherali and C. M. Shetty. 2006. *Nonlinear Programming*. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons Inc.

Bradley, Hax and Magnanti. 1976. *Applied Mathematical Programming*. Cambridge : Addison-Wesley Publishing Company.

Budi Marpaung. 2012. Perbandingan Pendekatan Separable *Programming* dengan *The Kuhn-Tucker Conditions* dalam Pemecahan Masalah Nonlinear. *Jurnal Teknik dan Ilmu Komputer*. Vol. 01 No. 2.

Datta, S., Garai, C. and Das, C. 2012. Efficient Genetic Algorithm on Linear Programming Problem for Fittest Chromosomes. *Journal of Global Research in Computer Science*. Vol. 3, No. 6, 1-7.

Desi Mariani. 2003. Pemrograman Terpisahkan (*Separable Programming*). Bogor: *Skripsi FMIPA IPB*.

Gupta, S., & Panwar, P. 2013. Solving Travelling Salesman Problem Using Genetic Algorithm. *International Journal of Research in computer Science and Software Engineering.* Vol. 3, 376-380.

Jain, S. 2012. Modified Gauss Elimination Technique for Separable Nonlinear Programming Problem. *International Journal Industrial Mathematics*. Vol. 4, No. 3.

Premalatha, C. 2015. Genetic Algorithm for Optimization Problems. *International Journal of Research and Current Development*. Vol. 1(1): 30-37.

Rini Nurcahyani. 2014. Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan *Separable Programming* pada Portofolio Optimal. *Skripsi* : UNY.

Supriyanto. 2010. *Penerapan Algoritma Genetika untuk Optimasi Fungsi Sederhana*. Bogor : Departemen Ilmu Komputer Sekolah Pascasarjana IPB.

Verma, V. K., & Kumar, B. 2014. Genetic Algorithm: An Overview and Its Application. *International Journal of advanced studies in Computer Science and Engineering IJASCSE.* Volume 3, Issue 2.

Winston, W. L. 2004. *Operations Research : Applications and Algorithms*. Cengange Learning India Pvt Ltd.

Yuni Embriani Dwi Utami. 2015. Efektivitas Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan Pendekatan *Quadrataic Programming* dan *Separable Programming* Untuk Optmasi Biaya Produksi Pada Industri Bakpia 716. *Skripsi*: FMIPA UNY.

Zainudin Zukhri. 2014. *Algoritma Genetika*. ANDI : Yogyakarta.