



Analisis Model SITR (Susceptible, Infected, Treatment, Recovered) pada Penyebaran Penyakit Kanker Serviks di Daerah Istimewa Yogyakarta

Analysis of The SITR Model on The Spread of Cervical Cancer in Special Region of Yogyakarta

Rihhadatul Aisy, Prodi Matematika FMIPA UNY
Husna Arifah*, Prodi Matematika FMIPA UNY
*e-mail: husna_arifah@uny.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model matematika *SITR (Susceptible, Infected, Treatment, Recovered)* pada penyebaran penyakit kanker serviks, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kestabilan titik kesetimbangan dan hasil simulasi numerik dengan bantuan *software* MAPLE. Tahapan penelitian ini adalah menentukan model *SITR* pada penyebaran penyakit kanker serviks, menentukan titik kesetimbangan, menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0), menganalisis kestabilan titik kesetimbangan, dan melakukan simulasi numerik pada model dengan *software* MAPLE. Hasil yang diperoleh adalah terdapat dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik. Titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik apabila $R_0 < 1$, sedangkan titik kesetimbangan bebas endemik stabil asimtotik apabila $R_0 > 1$. Simulasi yang dilakukan menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik yang artinya penyakit kanker serviks di Daerah Istimewa Yogyakarta tidak akan mewabah.

Kata kunci: model *SITR*, kanker serviks, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kestabilan.

Abstract

This study aims to determine the SITR (Susceptible, Infected, Treatment, Recovered) mathematical model on the spread of cervical cancer, equilibrium point, basic reproduction number, stability of equilibrium point and numerical simulation results with the help of MAPLE software. The stages of this research are determining the SITR model on the spread of cervical cancer, determining the equilibrium point, determining the basic reproduction number (R_0), analyzing the stability of the equilibrium point, and performing numerical simulations on the model with MAPLE software. The results obtained are that there are two equilibrium points, namely disease-free and endemic equilibrium points. The disease-free equilibrium point is asymptotically stable if $R_0 < 1$, while the endemic-free equilibrium point is asymptotically stable if $R_0 > 1$. The simulation shows that the disease-free equilibrium point is asymptotically stable, which means that cervical cancer in the Special Region of Yogyakarta will not outbreak.

Keywords: *SITR model, cervical cancer, equilibrium point, basic reproduction.*

PENDAHULUAN

Kanker serviks adalah kanker yang terjadi pada serviks seorang perempuan yang berasal dari metaplasia epitel di daerah sambungan skuamo kolumnar (SSK) yaitu daerah peralihan mukosa vagina dan mukosa kanalis servikalis. Penyakit ini merupakan jenis kanker kedua terbanyak yang diderita wanita di seluruh dunia, umumnya menyerang perempuan yang berusia 35-55 tahun (Sulistiowati, *et al.*, 2014). Penyebab utama dari kanker serviks adalah *Human Papilloma Virus* (HPV). Virus tersebut menyerang selaput pada mulut, kerongkongan, dan anus serta dapat menyebar melalui hubungan seksual terutama pada hubungan seksual yang tidak aman (Ridayani, 2016). Terdapat faktor-faktor yang mempengaruhi infeksi HPV sebagai penyebab terjadinya kanker serviks yaitu: usia, usia hubungan seksual dini, merokok, jumlah paritas yang tinggi, penggunaan pil KB jangka panjang, *multiple partner sexual*, riwayat keputihan, dan pekerjaan suami. Faktor-faktor risiko tersebut sangat berkaitan erat dengan terjadinya kanker serviks (Departemen Kesehatan RI, 2015).

Sebanyak 80% kematian wanita akibat kanker di negara-negara berkembang disebabkan oleh kanker serviks. Secara global terdapat 600.000 kasus baru dan 300.000 kematian setiap tahunnya. Hal tersebut membuat kanker serviks menempati urutan pertama kanker terbanyak di negara berkembang (Nurlelawati, *et al.*, 2018). Sampai saat ini, di Indonesia kanker serviks masih merupakan masalah kesehatan perempuan sehubungan dengan angka kejadian dan angka kematiannya yang tinggi.

Dinas Kesehatan melaporkan pada 31 Januari 2019, kasus kanker serviks terjadi pada 23,4 per 100.000 penduduk dengan rata-rata kematian mencapai 13,9 per 100.000 penduduk. Tahun 2019, penderita kanker serviks terbanyak di Indonesia adalah di Daerah Istimewa Yogyakarta. Kepala Bidang Pengendalian Penyakit Dinas Kesehatan DIY, Trisno Agung Wibowo menjelaskan prevelensi kanker di DIY mencapai 4,5 per mill, sementara angka prevelensi nasional 1,4 per mill yang artinya dari 1000 penduduk ada empat hingga lima orang yang terinfeksi kanker serviks di DIY. Berdasarkan fakta-fakta yang ada, diperlukan analisis khusus terkait penyakit kanker serviks sebagai awal dari pencegahan penyebaran penyakit. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah menggunakan model matematika epidemik. Model epidemik pertama kali yang menjelaskan masalah penyebaran penyakit adalah model SIR klasik yang terdiri atas tiga kompartemen yaitu S (*susceptible*), I (*infective*), dan R (*recovered*) (Ferdinand, 2015).

Penelitian dengan model epidemik telah banyak dilakukan diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Nur Fajri pada tahun 2017 yang menganalisis dan mensimulasikan model SITR (*Susceptible, Infected, Treatment, Recovered*) pada penyebaran penyakit tuberkulosis di Kota Makassar. Nur Fajri menggunakan data sekunder penderita tuberkulosis yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2015 untuk menentukan titik ekuilibrium, menganalisis kestabilannya, menentukan nilai bilangan reproduksi dasar, membuat simulasi model, dan menginterpretasikannya sehingga diperoleh hasil yang menunjukkan bahwa tuberkulosis berstatus epidemik.

Pada tahun 2020, Noor Azizah juga melakukan analisis model SIR pada penyebaran penyakit kanker serviks di Kota Palopo. Penelitian yang Noor Azizah lakukan adalah simulasi numerik menggunakan *software* MAPLE untuk mengetahui tingkat penularan kanker yang ada di Kota Palopo. Hasil analisis yang didapatkan hanya ada satu diantara dua titik keseimbangan yang stabil asimtotik yaitu pada titik keseimbangan bebas penyakit atau penyakit kanker serviks di Kota Palopo berangsur-angsur akan hilang.

Penelitian ini menggunakan model epidemik SITR untuk model penyebaran penyakit kanker serviks. Pada penulisan Noor Azizah analisis yang dilakukan menggunakan model SIR yang terdiri atas tiga kelas yaitu S (*susceptible*), I (*infective*), dan R (*recovered*). Dalam penulisan ini, terdapat penambahan kelas *Treatment* pada model yang merupakan pengembangan dari model klasik SIR. Model SITR merupakan model penyebaran penyakit

yang membagi populasi menjadi empat subpopulasi, yaitu subpopulasi individu rentan (*Susceptive*), subpopulasi individu terinfeksi (*Infective*), subpopulasi individu melakukan pengobatan (*Treatment*), dan subpopulasi individu sembuh (*Recovered*). Model epidemik SIR mengasumsikan bahwa individu yang terinfeksi penyakit akan sembuh, sedangkan model SITR mewakili suatu situasi ketika individu yang terinfeksi harus melakukan pengobatan untuk sembuh (Side, Sanusi dan Setiawan, 2016).

Penambahan *Treatment* pada model penyebaran penyakit sudah banyak dilakukan seperti pada penyebaran penyakit TBC dan HIV. Maka dari itu, keterbaruan pada penelitian ini terkhusus pada penambahan *Treatment* terhadap model penyakit kanker serviks. Hal tersebut dilakukan karena para penderita kanker serviks akan melalui tahap pengobatan dan hal tersebut sangat berpengaruh terhadap pasien untuk dapat sembuh. Analisis yang dilakukan pada penelitian ini berfokus di wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta karena Daerah Istimewa Yogyakarta sempat menduduki peringkat pertama penderita kanker serviks terbanyak di Indonesia pada tahun 2019. Maka berdasarkan latar belakang masalah di atas, akan dilakukan penelitian dengan judul “Analisis Model SITR pada Penyebaran Penyakit Kanker Serviks di Daerah Istimewa Yogyakarta”. Penelitian ini dilakukan dengan menganalisis bentuk model penyebaran penyakit, menentukan titik kesetimbangan, kemudian mensimulasikan model penyebaran penyakit menggunakan *software* MAPLE berdasarkan nilai-nilai parameter yang ada.

METODE

Data yang digunakan dalam penelitian ini bersumber pada data sekunder yang didapatkan dari Dinas Kesehatan Daerah Istimewa Yogyakarta. Data tersebut diperoleh pada 18 Agustus 2022 sampai dengan 18 September 2022. Adapun variabel dan parameter yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Variabel dan parameter yang digunakan

Variabel dan Parameter	Keterangan
S	Banyaknya individu yang sehat dan rentan terkena kanker serviks pada saat t . (<i>Susceptible</i>)
I	Banyaknya individu yang terinfeksi kanker serviks pada saat t . (<i>Infected</i>)
T	Banyaknya individu yang melakukan pengobatan pada saat t . (<i>Treatment</i>)
R	Banyaknya individu yang sembuh dari penyakit kanker serviks. (<i>Recovered</i>)
b	Angka kelahiran
μ	Angka kematian alami
δ	Angka kematian akibat terinfeksi
β	Laju penyebaran
α	Pemberian <i>treatment</i>
γ	Angka kesembuhan
N	Jumlah populasi

Prosedur atau tahapan penelitian yang diterapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membangun model SITR untuk penyebaran penyakit kanker serviks dengan mengasumsikan variabel dan parameter.
2. Menganalisis model SITR untuk penyebaran penyakit kanker serviks dengan menentukan titik kesetimbangan, kestabilan titik kesetimbangan, dan bilangan reproduksi dasar pada model.
3. Mensimulasikan model penyebaran penyakit kanker serviks menggunakan aplikasi MAPLE.
4. Menganalisis hasil simulasi lalu menarik kesimpulan.

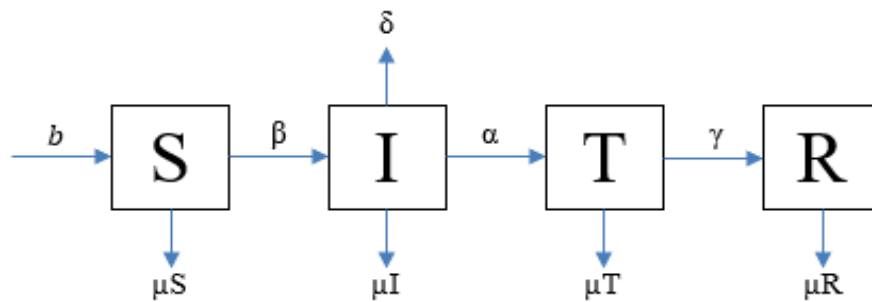
HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Matematika

Terdapat 4 pembagian individu dalam model matematika pada penyebaran penyakit kanker serviks, yaitu individu yang rentan/*susceptible*(*S*) terinfeksi penyakit, individu yang terinfeksi/*infected*(*I*) penyakit, individu yang menjalani pengobatan/*treatment*(*T*), dan individu yang dinyatakan sembuh/*recovered*(*R*) dari penyakit. Berdasarkan hal tersebut, kemudian muncul asumsi-asumsi yang digunakan dalam penelitian, yaitu:

1. Populasi penduduk bersifat konstan.
2. Terjadi proses kelahiran dan kematian di dalam populasi dengan angka kelahiran dan kematian sama.
3. Setiap individu yang rentan pasti terinfeksi.
4. Individu yang terinfeksi melakukan pengobatan/*treatment*.
5. Individu yang sembuh adalah individu yang telah melakukan proses pengobatan.

Pola penyebaran penyakit kanker serviks dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir model matematika kanker serviks

Diagram alir model matematika kanker serviks juga dapat dituliskan dalam bentuk sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= b - \beta SI - \mu S \\
 \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \delta I - \mu I - \alpha I \\
 \frac{dT}{dt} &= \alpha I - \mu T - \gamma T \\
 \frac{dR}{dt} &= \gamma T - \mu R
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Persamaan (1) apat dituliskan juga sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= b - (\beta I + \mu)S \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - (\delta + \mu + \alpha)I \\ \frac{dT}{dt} &= \alpha I - (\mu + \gamma)T \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma T - \mu R\end{aligned}\tag{2}$$

Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan merupakan solusi konstan yang tidak bergantung pada waktu yang artinya, pada saat $t = 1, 2, \dots, n$. nilai titik tersebut tidak berubah. Maka titik kesetimbangan diperoleh apabila

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dT}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0.$$

Terdapat dua jenis titik kesetimbangan yaitu, titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik penyakit. Apabila didapati suatu titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik, hal tersebut terjadi pada kondisi di mana penyakit tersebut akan hilang. Sedangkan apabila didapati suatu titik kesetimbangan endemik penyakit stabil asimtotik, pada saat itulah suatu penyakit mewabah.

1. Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah solusi kondisi tidak ada penyakit dalam suatu populasi, maka $I(t) = 0$. Apabila tidak ada populasi yang sakit, maka tidak ada populasi yang berobat dan sembuh, maka $T(t) = R(t) = 0$.

Untuk $\frac{dS}{dt} = 0$ maka

$$\begin{aligned}b - \beta SI - \mu S &= 0 \\ b - \beta S(0) - \mu S &= 0 \\ b - \mu S &= 0 \\ b &= \mu S \\ S &= \frac{b}{\mu}\end{aligned}$$

Sehingga pada Persamaan (1) diperoleh

$$E_0(S, I, T, R) = \left(\frac{b}{\mu}, 0, 0, 0\right)\tag{3}$$

2. Titik Kesetimbangan Endemik Penyakit (E_1)

Titik kesetimbangan endemik penyakit merupakan solusi kondisi adanya penyakit dalam suatu populasi atau $I(t) \neq 0$.

Untuk $\frac{dS}{dt} = 0$ maka

$$\begin{aligned}\beta SI - (\delta + \mu + \alpha)I &= 0 \\ S &= \frac{(\delta + \mu + \alpha)I}{\beta I} \\ S^* &= \frac{(\delta + \mu + \alpha)}{\beta}\end{aligned}$$

Untuk $\frac{dI}{dt} = 0$ maka

$$b - \beta SI - \mu S = 0$$

$$\begin{aligned}
 b - \beta \left(\frac{(\delta + \mu + \alpha)}{\beta} \right) I - \mu \left(\frac{(\delta + \mu + \alpha)}{\beta} \right) I &= 0 \\
 \beta \left(\frac{(\delta + \mu + \alpha)}{\beta} \right) I &= b - \mu \left(\frac{(\delta + \mu + \alpha)}{\beta} \right) I \\
 (\delta + \mu + \alpha) I &= b - \frac{\mu\delta + \mu^2 + \mu\alpha}{\beta} \\
 (\delta + \mu + \alpha) I &= \frac{b\beta - \mu\delta + \mu^2 + \mu\alpha}{\beta} \\
 I &= \frac{b\beta - \mu\delta + \mu^2 + \mu\alpha}{(\delta + \mu + \alpha)\beta} \\
 I^* &= \frac{b\beta - \mu(\delta + \mu + \alpha)}{(\delta + \mu + \alpha)\beta}
 \end{aligned}$$

Untuk $\frac{dT}{dt} = 0$ maka

$$\begin{aligned}
 \alpha I - (\mu + \gamma) T &= 0 \\
 (\mu + \gamma) T &= \alpha I \\
 T^* &= \frac{\alpha}{(\mu + \gamma)} I^*
 \end{aligned}$$

Untuk $\frac{dR}{dt} = 0$ maka

$$\begin{aligned}
 \gamma T - \mu R &= 0 \\
 \mu R &= \gamma T \\
 R &= \frac{\gamma T}{\mu} \\
 R^* &= \frac{\gamma \alpha}{\mu(\mu + \gamma)} I^*
 \end{aligned}$$

Sehingga pada Persamaan (2) diperoleh

$$E_1(S^*, I^*, T^*, R^*) = \left(\frac{(\delta + \mu + \alpha)}{\beta}, \frac{b\beta - \mu(\delta + \mu + \alpha)}{(\delta + \mu + \alpha)\beta}, \frac{\alpha}{(\mu + \gamma)} I^*, \frac{\gamma \alpha}{\mu(\mu + \gamma)} I^* \right) \quad (4)$$

Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) merupakan batas sebuah penyakit akan hilang atau malah menjadi wabah dan dapat dicari dengan menggunakan beberapa metode salah satunya metode matriks *next generation*. Persamaan yang akan digunakan adalah persamaan pada kelas terinfeksi yaitu:

$$\begin{aligned}
 \frac{dI}{dt} &= \beta SI - (\delta + \mu + \alpha) I \\
 \frac{dT}{dt} &= \alpha I - (\mu + \gamma) T
 \end{aligned} \quad (5)$$

Kemudian menentukan nilai ϕ sebagai laju yang memengaruhi kelas infeksi dan ω merupakan laju yang mengurangi kelas infeksi. Maka diperoleh:

$$\phi = \begin{bmatrix} \beta SI \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \omega = \begin{bmatrix} (\delta + \mu + \alpha) I \\ -\alpha I + (\mu + \gamma) T \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, ϕ dan ω dilinearisasikan agar mendapat nilai F dan V. Hasil dari linearisasi sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} \beta S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } V = \begin{bmatrix} (\delta + \mu + \alpha) & 0 \\ -\alpha & (\mu + \gamma) \end{bmatrix}$$

Setelah itu mencari invers dari V, didapat

$$V^{-1} = \left[\frac{1}{V} \right], \quad V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\delta + \mu + \alpha)} & 0 \\ \frac{\alpha}{(\mu + \gamma)(\delta + \mu + \alpha)} & \frac{1}{(\mu + \gamma)} \end{bmatrix}$$

Apabila $K = FV^{-1}$, maka

$$K = \begin{bmatrix} \beta S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{(\delta + \mu + \alpha)} & 0 \\ \frac{\alpha}{(\mu + \gamma)(\delta + \mu + \alpha)} & \frac{1}{(\mu + \gamma)} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta S}{\delta + \mu + \alpha} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Kemudian substitusikan $E_0(S, I, T, R) = (\frac{bN}{\mu}, 0, 0, 0)$, sehingga diperoleh

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta S}{\delta + \mu + \alpha} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta \frac{b}{\mu}}{\delta + \mu + \alpha} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta b}{\mu(\delta + \mu + \alpha)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dari matriks K diambil nilai eigen terbesar. Diperoleh Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\beta b}{\mu(\delta + \mu + \alpha)} \tag{6}$$

Kestabilan Titik Kesetimbangan

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial T} & \frac{\partial f_1}{\partial R} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial T} & \frac{\partial f_2}{\partial R} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial T} & \frac{\partial f_3}{\partial R} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial I} & \frac{\partial f_4}{\partial T} & \frac{\partial f_4}{\partial R} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -\beta I - \mu & -\beta S & 0 & 0 \\ \beta I & \beta S - (\delta + \mu + \gamma) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix}$$

Untuk $E_0 = (\frac{b}{\mu}, 0, 0, 0)$ didapatkan matriks Jacobian

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & -\beta \frac{b}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix}$$

Kemudian akan dicari nilai eigen dari determinan pada matriks jacobian di atas

$$|J(E_0) - \lambda I| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} -\mu & -\beta \frac{b}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} -\mu & -\beta \frac{b}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} -\mu - \lambda & -\beta \frac{b}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\mu + \gamma + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu - \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$(-\mu - \lambda) \left| \begin{bmatrix} \beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) - \lambda & 0 & 0 \\ \alpha & -(\mu + \gamma + \lambda) & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu - \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$(-\mu - \lambda)(-\mu - \lambda) \left| \begin{bmatrix} \beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) - \lambda & 0 \\ \alpha & -(\mu + \gamma + \lambda) \end{bmatrix} \right| = 0$$

Diperoleh persamaan karakteristiknya sebagai berikut

$$(-\mu - \lambda)(-\mu - \lambda) \left(\beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) - \lambda \right) (-\mu - \gamma - \lambda) = 0$$

$$(-\mu - \lambda) = 0, \left(\beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) - \lambda \right) = 0, (-\mu - \gamma - \lambda) = 0, (-\mu - \lambda) = 0$$

Sehingga diperoleh nilai eigen (λ) yaitu

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\mu \\ \lambda_2 &= \beta \frac{b}{\mu} - (\delta + \mu + \gamma) \\ \lambda_3 &= -(\mu + \gamma) \\ \lambda_4 &= -\mu \end{aligned}$$

Terdapat tiga nilai eigen yang bernilai negatif yaitu $-\mu$, $-(\mu + \gamma)$, dan $-\mu$. Berdasarkan hal tersebut, maka $R_0 < 1$ apabila $\lambda_2 < 0$. Kemudian apabila $\lambda_2 > 0$, maka $R_0 > 1$. Sehingga dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Titik kesetimbangan bebas penyakit dapat dikatakan stabil asimtotik pada saat $R_0 < 1$.
2. Titik kesetimbangan bebas penyakit dapat dikatakan tidak stabil pada saat $R_0 > 1$.

Simulasi Numerik

Pada penelitian ini, simulasi model dilakukan menggunakan *software* MAPLE. Syarat awal melakukan simulasi model untuk model SITR adalah nilai $S(0), I(0), T(0), R(0)$ dapat ditentukan pada Tabel 2.

Tabel 2. Syarat awal model

Variabel	Nilai
$S(0)$	$\frac{267}{1041} = 0,256$
$I(0),$	$\frac{267}{1041} = 0,256$
$T(0),$	$\frac{267}{1041} = 0,256$
$R(0)$	$\frac{240}{1041} = 0,231$

Nilai-nilai pada Tabel 2 merupakan data yang diambil dari Dinas Kesehatan Daerah Istimewa Yogyakarta pada tahun 2021. Individu yang rentan merupakan individu terinfeksi dan individu yang telah terinfeksi akan melakukan pengobatan/*treatment*. Maka variabel $S(0), I(0)$ dan $T(0)$ memiliki data yang sama yaitu 267 jiwa serta individu yang sembuh sebanyak 240 jiwa yang diasumsikan bahwa sebanyak 90% individu yang melakukan pengobatan akan sembuh. Kemudian parameter-parameter pada Tabel 1 dapat diestimasi menggunakan langkah-langkah berikut.

1. Angka kematian alami (μ) dapat dihitung berdasarkan angka harapan hidup masyarakat pada satuan waktu tertentu. Badan Pusat Statistik (BPS) mencatat bahwa angka harapan hidup di Daerah Istimewa Yogyakarta pada saat lahir mencapai 75,04 tahun pada 2021. Jadi angka kematian alami adalah:

$$\mu = \frac{1}{\text{angka harapan hidup}}$$

$$\mu = \frac{1}{75 \text{ tahun}}$$

$$\mu = \frac{1}{75/\text{tahun}}$$

$$\mu = 0,001$$

2. Angka kelahiran (b) diasumsikan bernilai sama dengan angka kematian alami sehingga diperoleh angka kelahiran adalah $b = 0,001$.

3. Nilai dari angka kematian infeksi (δ) dapat ditentukan dengan mengestimasi bahwa terdapat kematian sebanyak 30 jiwa per tahun yang disebabkan oleh penyakit. Maka,

$$\delta = \frac{30}{267/\text{tahun}}$$

$$\delta = 0,009$$

4. Laju penyebaran (β) diambil dari banyaknya individu yang terinfeksi kanker serviks di Daerah Istimewa Yogyakarta pada tahun 2021 dibagi dengan total individu yang ada pada kelas rentan, individu yang terinfeksi, individu yang melakukan pengobatan serta individu yang sembuh. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\beta = \frac{267}{1041}$$

$$\beta = 0,256$$

5. Pengobatan/pemberian *treatment* (α) dapat dihitung dengan banyaknya individu yang melakukan pengobatan kanker serviks dengan asumsi bahwa individu yang terkena penyakit pasti melakukan pengobatan, kemudian dibagi dengan total individu yang ada pada kelas rentan, individu yang terinfeksi, individu yang melakukan pengobatan serta individu yang sembuh. Jadi, nilai untuk parameter *alpha* adalah:

$$\alpha = \frac{267}{1041}$$

$$\alpha = 0,256$$

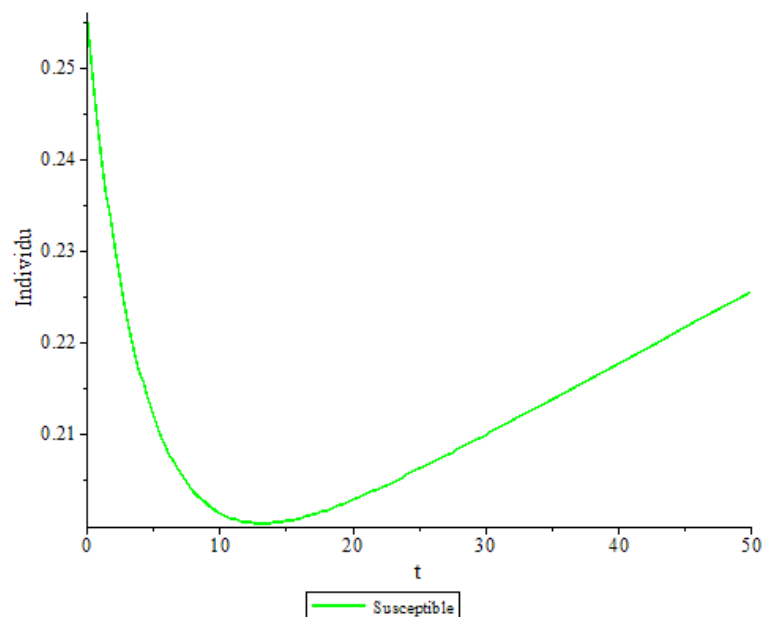
6. Angka kesembuhan (γ) didapatkan dari banyaknya individu yang sembuh dibagi dengan total individu yang ada pada kelas rentan, individu yang terinfeksi, individu yang melakukan pengobatan serta individu yang sembuh. Nilai tersebut dapat dihitung sebagaimana berikut:

$$\alpha = \frac{240}{1041}$$

$$\alpha = 0,2305$$

Berdasarkan model matematika penyebaran penyakit kanker serviks di Daerah Istimewa Yogyakarta pada Persamaan (1) dengan nilai-nilai syarat awal pada Tabel 2 yang telah dihitung menggunakan *software* MAPLE diperoleh plot sebagai berikut.

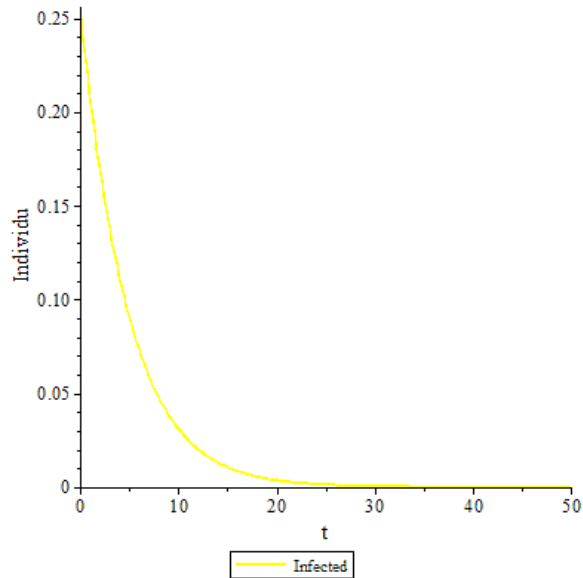
1. Kurva pada kelas *susceptible*



Gambar 2. Kurva pada kelas *susceptible*

Pada Gambar 2 terlihat bahwa individu pada kelas *susceptible* terus mengalami penurunan hingga bulan ke-14. Kemudian mulai mengalami kenaikan pada bulan ke-15 hingga ke bulan-bulan berikutnya.

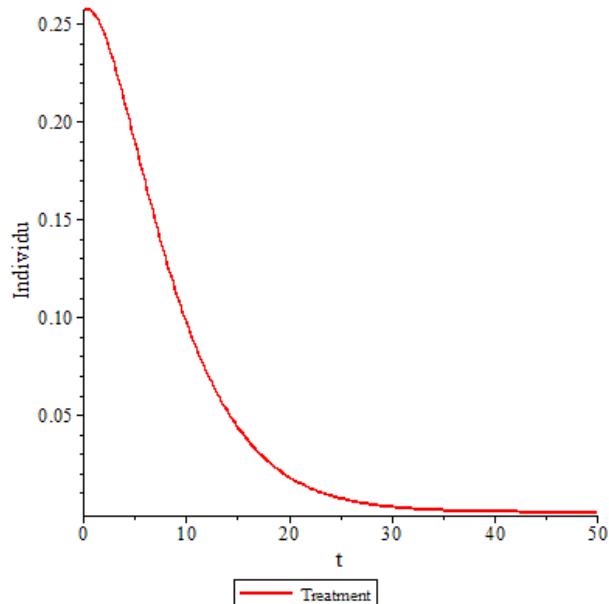
2. Kurva pada kelas *infected*



Gambar 3. Kurva pada kelas *infected*

Pada Gambar 3 memperlihatkan individu pada kelas *infected* yang mengalami penurunan hingga bulan ke-25. Memasuki bulan ke-30, jumlah proporsi individu yang terinfeksi penyakit pada keadaan stabil tanpa perubahan yaitu 0.

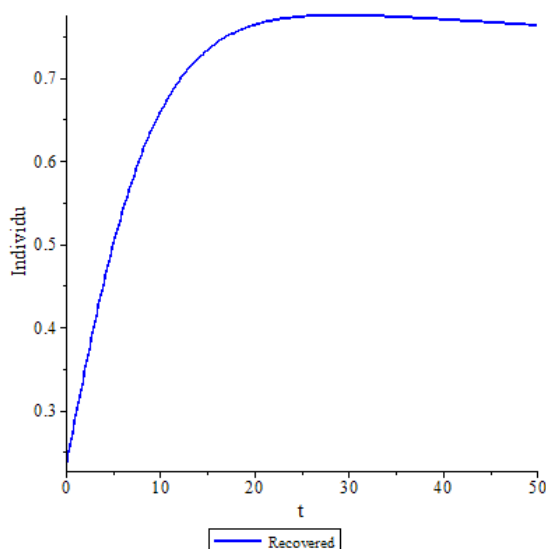
3. Kurva pada kelas *treatment*



Gambar 4. Kurva pada kelas *treatment*

Pada Gambar 4 menunjukkan bahwa individu yang melakukan pengobatan pada setiap bulannya terus menurun hingga di bulan ke-42 dan mulai menjadi stabil pada bulan ke-43.

4. Kurva pada kelas *recovered*



Gambar 4. Kurva pada kelas *recovered*

Pada Gambar 5 terlihat bahwa individu pada kelas *recovered* mengalami kenaikan hingga di bulan ke-30 seiring dengan berkurangnya individu pada kelas *infected* dan *treatment*.

Berdasarkan Persamaan (2) menggunakan *software* MAPLE dengan memasukkan nilai-nilai parameter yang ada, maka diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0) sebesar 0.9624060150. Nilai (R_0) < 1 yang artinya titik kesetimbangan stabil asimtotik atau dapat dikatakan bahwa penyakit tidak akan mewabah dan akan menghilang.

SIMPULAN

Berdasarkan kurva yang ada, dapat disimpulkan bahwa individu pada kelas *susceptible* mengalami penurunan pada 14 bulan pertama hingga kemudian kembali meningkat bersamaan dengan menurunnya individu pada kelas *infected* dan kelas *treatment*. Penurunan individu yang terjadi pada kelas terinfeksi dan melakukan pengobatan menyebabkan individu yang sembuh meningkat drastis di 30 bulan pertama. Berdasarkan perhitungan pada *software* MAPLE, diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0) sebesar 0.9624060150 yang artinya titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik. Maka dapat dikatakan bahwa penyebaran penyakit kanker serviks di Daerah Istimewa Yogyakarta tidak akan menjadi wabah.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan doa, dukungan, dan bimbingan sehingga artikel ini selesai.

DAFTAR PUSTAKA

- Amri, N. A. (2020). *Analisis Model SIR (Susceptible Infected Recovered) dalam Penyebaran Penyakit Kanker Serviks di Kota Palopo*. Skripsi. Palopo: Universitas Cokroaminoto Palopo.
- Departemen Kesehatan Republik Indonesia. (2015). *Panduan Pelayanan Klinik Kanker Serviks*. Komite Penanggulangan Penanganan Kanker (KPPK).
- Dinas Kesehatan Kabupaten Pacitan. (2022). *Cegah Dini Kanker Serviks Melalui iVA*. Diakses dari Dinas Kesehatan Kabupaten Pacitan: <https://dinkes.pacitankab.go.id/cegah-dini-kanker-serviks-melalui-iva/>.

- Driessche & Watmough. (2002). Reproduction Number and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Model of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*, 180, 29-48.
- Nurlelawati, E., Devi, T. E. R., & Sumiati, I. (2018). Faktor yang Berhubungan dengan Kejadian Kanker Serviks di RS Pusat Pertamina Jakarta. *Midwife Journal*, 5(01), 8–16.
- Olsder, G. J., & J. W. van der Woude. (2004). *Mathematical Systems Theory intermediatethird edition*. The Netherlands: VSSD.
- Perko, L. (1991). *Differential Equation and Dynamical System*. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Ridayani, M. S. (2016). *Analisis Implementasi Program Deteksi Dini Kanker Serviks dengan Metode Inspeksi Visual Asam Asetat (IVA) di Puskesmas Kota Semarang Tahun 2015. Skripsi*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Ross, Shepley L. (1984). *Differensial Equantions third edition*. New York: John Wiley & Sons.Inc.
- Setiawan, N. F. (2017). *Analisis dan Simulasi Model SITR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. Skripsi*. Makassar: Universitas Negeri Makassar.
- Side, Syafruddin, et al. (2016). Analisis dan Simulasi Model SITR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. *Jurnal Sainsmat*, 5(2), 191–204.
- Sinuhaji, Ferdinand. (2015). MODEL EPIDEMI SIRS DENGAN TIME DELAY. *Visipena*, 6(1), 77-88.
- Sulistiowati, et al. (2014). Pengetahuan tentang Faktor Risiko, Perilaku dan Deteksi Dini Kanker Serviks dengan Inspeksi Visual Asam Asetat (Iva) pada Wanita di Kecamatan Bogor Tengah, Kota Bogor. *Jurnal Kesehatan*, 43(2), 193-195.
- Vicka, Patricia. (2019). *Penderita Kanker Serviks di DIY Tertinggi di Indonesia*. Diakses dari medcom.id: <https://www.medcom.id/nasional/daerah/Wb7LLo2k-penderita-kanker-serviks-di-diy-tertinggi-di-indonesia>.