



---

**Model Sistem Antrian dan Analisis Keterlambatan Pesawat (Studi Kasus: Yogyakarta International Airport)**

*Model of Queuing System and Analysis of Aircraft Delay (Case Study: Yogyakarta International Airport)*

Muhammad Radinta Raihan Sasongko, Prodi Matematika FMIPA UNY  
Hartono\*, Prodi Matematika FMIPA UNY  
\*e-mail: hartono@uny.ac.id

**Abstrak**

Kejadian mengantri merupakan kejadian yang sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Fenomena antrian dapat terjadi di bandara, salah satunya pada lalu lintas udara (*take off* dan *landing*). Selain itu, terdapat juga masalah mengenai keterlambatan kedatangan dan keberangkatan pesawat. Selanjutnya akan dilakukan penelitian di Yogyakarta International Airport (YIA) untuk menganalisis sistem antrian dan keterlambatan pesawat secara matematis. Penelitian ini untuk mengetahui model antrian dan keefektifannya serta mengetahui kategori keterlambatan pesawat. Hasil analisis menunjukkan bahwa model antrian yang cocok untuk YIA guna mengatasi lalu lintas udaranya adalah  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  dengan ukuran keefektifannya yaitu ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem adalah 2 pesawat dengan waktu tunggu sebesar 1 jam, ekspektasi jumlah pelanggan dalam antrian adalah  $5,555166 \times 10^{-17} \approx 0$  pesawat dengan waktu tunggu sebesar  $2,777583 \times 10^{-17} \approx 0$  jam. Simulasi menggunakan rata-rata kedatangan 7 pesawat per jam dengan 12 apron yang beroperasi maupun menggunakan rata-rata kedatangan 5 pesawat per jam dengan 8 apron yang beroperasi, menunjukkan bahwa sistem antrian bekerja optimal. Rata-rata keterlambatan kedatangan pesawat di YIA sebesar 66,46 menit, hanya didominasi oleh salah satu maskapai, dan didominasi kategori 1 yaitu keterlambatan 30 menit sampai 60 menit. Sedangkan rata-rata keterlambatan keberangkatan pesawat sebesar 68,31 menit, hanya didominasi oleh satu maskapai, dan didominasi kategori 1 keterlambatan yaitu waktu keterlambatan antara 30 menit sampai 60 menit.

**Kata kunci:** model sistem antrian, antrian pesawat, analisis keterlambatan, dan Yogyakarta International Airport.

**Abstract**

*Queuing events are events that often occur in everyday life. Queuing phenomena can occur at airports, one of which is air traffic (take off and landing). In addition, there are also problems regarding delays in the arrival and departure of aircraft. Furthermore, research will be conducted at Yogyakarta International Airport (YIA) to analyze the queuing system and aircraft delays mathematically. This study is to determine the queuing model and its effectiveness and to determine the category of aircraft delays. The results of the analysis show that the queue model that is suitable for Yogyakarta International Airport to cope with air traffic is  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  with a measure of its effectiveness which is the expected number of customers in the system is 2 aircraft with a waiting time of 1 hour, the expected number of customers in the queue is  $5,555166 \times 10^{-17} \approx 0$  aircraft with a waiting time of  $2,777583 \times 10^{-17} \approx 0$  hours. Simulations using an average arrival of 7 aircraft per hour with 12 operating aprons and using an average arrival of 5 aircraft per hour with 8 operating aprons, indicate that the queuing system works optimally. The average delay in arrival of aircraft at Yogyakarta International Airport is 66.46 minutes, only dominated by one airline, and dominated by category 1, which is a delay of 30 minutes to 60 minutes. Meanwhile, the average flight departure delay is 68.31 minutes, only dominated by one airline, and dominated by category 1 delay, which is a delay of 30 minutes to 60 minutes.*

**Keywords:** queuing system model, aircraft queue, delay analysis, and Yogyakarta International Airport.

## PENDAHULUAN

Kejadian menunggu merupakan kejadian yang sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Kejadian ini mendasari adanya suatu antrian dalam suatu sistem pelayanan. Kejadian mengantri dapat dialami oleh manusia, barang, mesin, maupun komponen lain. Antrian disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan (kapasitas) fasilitas layanan, sehingga pengguna fasilitas yang tiba tidak bisa dengan segera mendapat layanan karena kesibukan layanan. Ketika bagian pelayan atau fasilitas layanan melayani pelanggan maka akan terjadi baris tunggu oleh pelanggan yang lain karena pelayan tidak mampu melayani semua pelanggan pada waktu yang bersamaan. Penambahan fasilitas layanan dapat mengurangi atau bahkan mencegah antrian, tapi hal tersebut memerlukan biaya yang berpengaruh pada pengurangan keuntungan. Di sisi lain, antrian yang panjang dapat mengakibatkan hilangnya pelanggan. Permasalahan yang terjadi pada antrian dapat diselesaikan menggunakan teori antrian. Teori antrian merupakan istilah untuk mendeskripsikan teori matematika yang khusus membahas garis tunggu (antrian) (Cooper, 1981). Pembahasan teori antrian lebih difokuskan pada upaya penguraian waktu tunggu yang terjadi dalam garis tunggu atau barisan antrian (Kakiay, 2004).

Antrian dapat dijumpai pada berbagai fasilitas pelayanan umum, salah satunya fasilitas pelayanan transportasi. Penduduk cenderung menginginkan transportasi yang cepat dan aman, sehingga transportasi udara menjadi pilihan yang tepat. Berdasarkan informasi yang didapat dari *website* [seleksiya.ap1.co.id](http://seleksiya.ap1.co.id), Yogyakarta International Airport (YIA) merupakan bandara terbesar ketiga di Indonesia setelah Bandara Soekarno-Hatta dan Bandara I Gusti Ngurah Rai. Bandara ini dibangun untuk menggantikan Bandara Internasional Adisutjipto Yogyakarta yang sudah melebihi kapasitas dan sudah tidak dapat dikembangkan kembali dengan alasan keterbatasan lahan. (Putra & Surachman, 2020). Pada Yogyakarta International Airport (YIA) terdapat beberapa peristiwa antrian, salah satunya yang menarik bagi penulis yaitu sistem antrian pesawat terbang dengan kapasitas parkirnya. Kapasitas parkir yang terbatas dapat menyebabkan antrian pesawat terbang untuk mendarat, sehingga menyebabkan keterlambatan pesawat dan jadwal penerbangan dapat terganggu. Dalam Peraturan Menteri Perhubungan Republik Indonesia Nomor PM 89 Tahun 2015 tentang Penanganan Keterlambatan Penerbangan (Delay Management) pada Badan Usaha Angkutan Udara Niaga Berjadwal di Indonesia disebutkan bahwa keterlambatan penerbangan merupakan suatu kejadian perbedaan waktu antara waktu keberangkatan atau kedatangan pesawat yang dijadwalkan dengan realisasi waktu keberangkatan atau kedatangan pesawat. Keterlambatan pesawat dapat disebabkan oleh beberapa faktor dengan waktu keterlambatan yang beragam. Jika keterlambatan terjadi dengan waktu yang cukup lama maka akan mengganggu jadwal penerbangan dan menghabiskan kapasitas area parkir pesawat. Oleh karena itu analisis keterlambatan pesawat perlu dilakukan agar tidak menyebabkan banyak kerugian dan diperlukan suatu keputusan berdasarkan penelitian mengenai sistem antrian beserta kapasitas parkir yang ideal untuk meningkatkan kualitas pelayanan dari bandara tersebut. Senada dengan hal itu, penelitian yang dilakukan oleh Jhala & Bhathawala (2017) menyatakan bahwa hasil teori antrian dapat digunakan untuk menganalisis sistem landasan pacu bandara. Penelitian yang dilakukan oleh Itoh, Mitici, & Schultz (2022) berhasil mengimplementasikan model antrian dengan waktu pelayanan yang konstan ke dalam antrian keberangkatan pesawat di runway 05 Bandara Internasional Tokyo. Penelitian lain dilakukan oleh Ratnakusuma, Hoyyi, & Sugito (2015) yang menyatakan bahwa model sistem antrian pesawat terbang yang cocok untuk Bandara Internasional Ahmad Yani Semarang adalah model  $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$  dengan  $c = 6$  apron sebagai server penerbangan komersial reguler.

## METODE

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan. Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa jadwal kedatangan dan keberangkatan

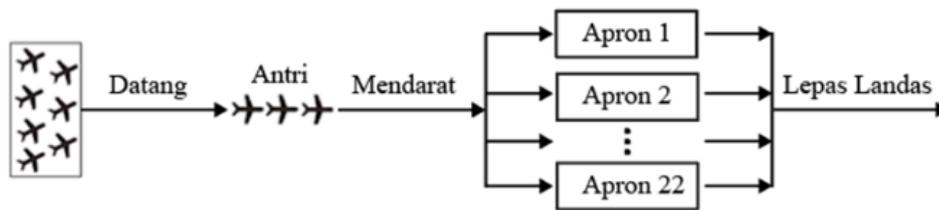
pesawat, realita waktu kedatangan dan keberangkatan pesawat, serta waktu *block on* dan *block off* pesawat pada bulan Mei 2022 yang diperoleh dari kantor AMC (*Apron Movement Control*) Yogyakarta International Airport PT Angkasa Pura I, serta menggunakan data primer mengenai banyaknya *runway* dan kapasitas *apron* yang diperoleh dengan mewawancarai salah satu petugas AMC (*Apron Movement Control*) Yogyakarta International Airport PT Angkasa Pura I. Adapun data yang digunakan untuk analisis sistem antrian adalah data pada tanggal 1 - 7 Mei 2022, sedangkan data yang digunakan untuk analisis keterlambatan pesawat adalah data 1 bulan yaitu bulan Mei 2022. Pelanggan yang dimaksud dalam penelitian ini adalah pesawat terbang yang beroperasi di *Yogyakarta International Airport* (YIA). Sedangkan pelayan yang dimaksud adalah *apron*. Sistem antrian dimulai dari pesawat mendarat, masuknya pesawat ke dalam area parkir sampai meninggalkan area parkir, lalu lepas landas. Penelitian ini dilakukan menggunakan bantuan *software* Microsoft Office Excel dan R Studio. Adapun Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Observasi berupa survei lapangan dan wawancara untuk menemukan masalah yang ada.
2. Mengumpulkan data primer dan sekunder dari kantor AMC PT Angkasa Pura I yang mengelola *Yogyakarta International Airport* (YIA) melalui wawancara dan meminta data yang dibutuhkan.
3. Melakukan pemeriksaan data untuk mengetahui apakah antrian tersebut sudah *steady state*. Pemeriksaan data dilakukan dengan mencari nilai  $\lambda$  untuk data jumlah kedatangan dan  $\mu$  untuk data jumlah pelayanan.
4. Melakukan uji kecocokan distribusi untuk masing-masing data menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.
  - a. Uji Distribusi Kedatangan  
Diasumsikan berdistribusi Poisson, jika tidak sesuai maka digunakan model G (model yang umum).
  - b. Uji Distribusi Pelayanan  
Diasumsikan berdistribusi eksponensial, jika tidak sesuai maka digunakan model G (model yang umum).
5. Menentukan model antrian.
6. Melakukan perhitungan dan analisis model antrian untuk menentukan ukuran kinerja atau keefektifan sistem antrian, yaitu menghitung  $W_q$ ,  $L_q$ ,  $L_s$ , dan  $W_s$ .
7. Pengambilan kesimpulan dan keputusan terhadap analisis yang dilakukan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

Area landasan parkir pesawat di Yogyakarta International Airport dapat menampung 11 pesawat dengan jenis *wide body* atau 22 pesawat dengan jenis *narrow body*. Namun untuk saat ini jenis pesawat yang beroperasi di Yogyakarta International Airport adalah *narrow body*. Bandara ini memiliki 1 landasan pacu (*runway*). Kedatangan pesawat di Yogyakarta International Airport dimulai dari pesawat mendarat (*landing*) di landasan pacu kemudian berjalan ke area parkir pesawat melalui area landasan penghubung (*taxiway*). Pelayanan pesawat dilakukan ketika pesawat memasuki *apron* (*block on*) hingga pesawat keluar dari *apron* (*block off*). Kemudian pesawat lepas landas (*take off*) keluar dari sistem. Kedatangan pesawat di Yogyakarta International Airport tidak terbatas, artinya pesawat yang akan mendarat di bandara ini tidak dibatasi karena proses mengantri berada di udara. Kedatangan pesawat di Yogyakarta International Airport membentuk suatu sistem antrian paralel.



**Gambar 1.** Sistem Antrian Pesawat Terbang di Yogyakarta International Airport

### Uji *Steady State*

Berdasarkan data yang telah diperoleh, didapatkan nilai rata-rata kedatangan dan nilai rata-rata pelayanan sebagai berikut:

$$\lambda = 2,2967 \approx 2 \text{ pesawat per jam}$$

$$\mu = 1,4541 \approx 1 \text{ pesawat per jam}$$

Sehingga didapatkan

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{2}{22 \times 1} = 0,0909$$

Menurut Taha (2017), kondisi *steady state* terpenuhi jika  $\rho < 1$ . Dapat dilihat bahwa  $\rho < 1$ , maka dapat disimpulkan bahwa sistem antrian pesawat terbang di Yogyakarta International Airport telah memenuhi kondisi *steady state*.

### Uji Distribusi Poisson

Kedatangan pesawat di Yogyakarta International Airport diasumsikan mengikuti distribusi Poisson. Untuk membuktikan bahwa asumsi tersebut benar, maka dilakukan uji distribusi melalui proses statistik menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Uji Kolmogorov-Smirnov merupakan salah satu uji kecocokan distribusi atau uji keselarasan (*goodness of fit test*) untuk menentukan apakah suatu populasi atau variabel acak mempunyai suatu distribusi teoritik tertentu dan bermanfaat untuk mengevaluasi seberapa jauh suatu model mampu mendekati situasi nyata. (Daniel, 1990). Adapun perhitungannya adalah sebagai berikut:

1. Hipotesis

$H_0$ : Kedatangan pesawat berdistribusi Poisson

$H_1$ : Kedatangan pesawat tidak berdistribusi Poisson

2. Taraf Signifikansi

$$\alpha = 0,05$$

3. Statistik Uji

$$D = \max |S(x) - F_0(x)|$$

4. Kriteria Keputusan

$H_0$  ditolak jika  $D > D_{(n;\alpha)}$  atau  $p - value < \alpha$

5. Perhitungan

Dilakukan perhitungan menggunakan bantuan *software* R Studio dengan hasil sebagai Gambar 2 berikut.

one-sample kolmogorov-smirnov test

```
data: kedatangan_per_jam
D = 0.13331, p-value = 0.07875
alternative hypothesis: two-sided
```

**Gambar 2.** Hasil Uji Distribusi Poisson Menggunakan Bantuan Software R Studio

6. Kesimpulan

Karena  $p - value > \alpha$  yaitu  $0,07875 > 0,05$ , maka  $H_0$  gagal ditolak pada taraf signifikansi 0,05. Hal tersebut berarti bahwa menggunakan tingkat kepercayaan 95%,

hasil pengujian distribusi kedatangan menunjukkan bahwa kedatangan pesawat di Yogyakarta International Airport mengikuti distribusi Poisson.

### Uji Distribusi Eksponensial

Waktu pelayanan pesawat di Yogyakarta International Airport diasumsikan mengikuti distribusi Eksponensial. Untuk membuktikan bahwa asumsi tersebut benar, maka dilakukan uji distribusi melalui proses statistik menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut:

1. Hipotesis  
 $H_0$ : Waktu Pelayanan pesawat berdistribusi Eksponensial  
 $H_1$ : Waktu Pelayanan pesawat tidak berdistribusi Eksponensial
2. Taraf Signifikansi  
 $\alpha = 0,05$
3. Statistik Uji  
 $D = \max|S(x) - F_0(X)|$
4. Kriteria Keputusan  
 $H_0$  ditolak jika  $D > D_{(n,\alpha)}$  atau  $p - value < \alpha$
5. Perhitungan  
Dilakukan perhitungan menggunakan bantuan *software* R Studio dan hasilnya dapat dilihat pada Gambar 3.

```
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: lama_pelayanan
D = 0.072134, p-value = 0.2269
alternative hypothesis: two-sided
```

**Gambar 3.** Hasil Uji Distribusi Eksponensial Menggunakan Bantuan Software R Studio

6. Kesimpulan  
Karena  $p - value = 0,2269 > \alpha$ , maka  $H_0$  gagal ditolak pada taraf signifikansi 0,05. Hal tersebut berarti bahwa dengan tingkat kepercayaan 95%, distribusi waktu pelayanan pesawat di Yogyakarta International Airport mengikuti distribusi Eksponensial.

### Penentuan Model Antrian Pesawat

Sistem antrian pada penerbangan pesawat di Yogyakarta International Airport menggunakan struktur model antrian *Multiple Channel Single Phase* dan dilayani berdasarkan aturan *First-Come-First-Served* (FCFS). Hal itu senada dengan penelitian yang dilakukan oleh Simaiakis & Balakrishnan (2016) yang menyatakan bahwa model antrian pada proses keberangkatan pesawat menggunakan asumsi bahwa pesawat dalam antrian keberangkatan dilayani berdasarkan *First-Come-First-Served* (FCFS). Berdasarkan analisis data kedatangan dan pelayanan pesawat, model antrian yang sesuai adalah  $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$ . M menunjukkan pola kedatangan pesawat berdistribusi Poisson dan pola pelayanan pesawat berdistribusi Eksponensial, c menunjukkan jumlah server atau fasilitas pelayanan yang pada kasus ini adalah kapasitas *apron* yaitu 22 pesawat, GD menunjukkan disiplin antrian yang bersifat umum, dan  $\infty$  menunjukkan kapasitas antrian dan jumlah pelanggan yang ingin memasuki sistem sebagai sumber adalah tak terbatas. Kapasitas antrian tidak terbatas karena proses mengantri berada di udara.

### Pengukuran Keefektifan Sistem Antrian

Menurut Taha (2017), ukuran keefektifan sistem antrian pada kondisi steady state meliputi Ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem ( $L_s$ ), Ekspektasi jumlah pelanggan dalam antrian

( $L_q$ ), Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem ( $W_s$ ), dan Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian ( $W_q$ ). Berdasarkan analisis yang telah dilakukan menggunakan bantuan *software* R Studio yang tertera pada Gambar 4, didapatkan ukuran keefektifan sistem antrian sebagai berikut:

$$L_s = 2 \text{ pesawat per jam}$$

$$L_q = 5,555166 \times 10^{-17} \approx 0 \text{ pesawat per jam}$$

$$W_s = 1 \text{ jam}$$

$$W_q = 2,777583 \times 10^{-17} \approx 0 \text{ jam}$$

Dengan tingkat utilitas (pemanfaatan fasilitas) sebesar 0,0909 atau 9,09%.

Menurut Samosir, Kuntohadi, Kurniawan, Sihombing, & Utomo (2020), tingkat utilitas dapat dikategorikan menjadi 4 yang tertera pada Tabel 1 berikut.

**Tabel 1.** Kategori Tingkat Utilitas

Tingkat Utilitas	Kategori
0% - <33,3%	Kurang
33,3% - <50%	Normal
50% - <66,6%	Optimal
66,6% - 100%	Over

Berdasarkan Tabel 1 dan nilai tingkat utilitas yang diperoleh melalui analisis pada Gambar 4, maka dapat disimpulkan bahwa pemanfaatan fasilitas atau *apron* di Yogyakarta International Airport masih kurang optimal.

```
The inputs of the model M/M/c are:
lambda: 2, mu: 1, c: 22, n: 0, method: Exact

The outputs of the model M/M/c are:

The probability (p0, p1, ..., pn) of the n = 0 clients in the system are:
0.1353353
The traffic intensity is: 2
The server use is: 0.0909090909090909
The mean number of clients in the system is: 2
The mean number of clients in the queue is: 5.55516590311358e-17
The mean number of clients in the server is: 2
The mean time spend in the system is: 1
The mean time spend in the queue is: 2.77758295155679e-17
The mean time spend in the server is: 1
The mean time spend in the queue when there is queue is: 0.05
The throughput is: 2
```

**Gambar 4.** Hasil Analisis Model Antrian Pesawat di Yogyakarta International Airport

Terlihat bahwa  $L_s - L_q = \frac{\lambda}{\mu}$  yaitu  $2 - 0 = \frac{2}{1}$ . Hal ini sesuai dengan definisi yang dikemukakan oleh Taha (2017), yang menyatakan bahwa selisih antara jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem ( $L_s$ ) dan jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian ( $L_q$ ) harus sama dengan jumlah rata-rata pelayan yang sibuk ( $\bar{c} = \frac{\lambda_{eff}}{\mu}$ ).

**Simulasi Model Antrian Pesawat**

Dilakukan simulasi model antrian menggunakan skenario penambahan jumlah kedatangan menjadi 7 pesawat per jam dan pengurangan apron yang beroperasi, yaitu hanya 12 apron yang beroperasi. Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 5 dan menunjukkan bahwa menggunakan skenario tersebut maka sistem bekerja optimal dengan tingkat utilitas sebesar 58,33%.

```
The inputs of the model M/M/c are:
lambda: 7, mu: 1, c: 12, n: 0, method: Exact

The outputs of the model M/M/c are:

The probability (p0, p1, ..., pn) of the n = 0 clients in the system are:
0.0009029518
The traffic intensity is: 7
The server use is: 0.5833333333333333
The mean number of clients in the system is: 7.087668452664
The mean number of clients in the queue is: 0.0876684526640003
The mean number of clients in the server is: 7
The mean time spend in the system is: 1.01252406466629
The mean time spend in the queue is: 0.0125240646662858
The mean time spend in the server is: 1
The mean time spend in the queue when there is queue is: 0.2
The throughput is: 7
```

**Gambar 5.** Hasil Analisis Simulasi Model Antrian Menggunakan  $\lambda = 7$  dan  $c = 12$

Dilakukan simulasi model antrian menggunakan skenario penambahan jumlah kedatangan menjadi 5 pesawat per jam dan pengurangan apron yang beroperasi, yaitu hanya 8 apron yang beroperasi. Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 6 dan menunjukkan bahwa menggunakan skenario tersebut maka sistem bekerja optimal dengan tingkat utilitas sebesar 62,5%.

```
The inputs of the model M/M/c are:
lambda: 5, mu: 1, c: 8, n: 0, method: Exact

The outputs of the model M/M/c are:

The probability (p0, p1, ..., pn) of the n = 0 clients in the system are:
0.006474418
The traffic intensity is: 5
The server use is: 0.625
The mean number of clients in the system is: 5.27877751110293
The mean number of clients in the queue is: 0.278777511102928
The mean number of clients in the server is: 5
The mean time spend in the system is: 1.05575550222059
The mean time spend in the queue is: 0.0557555022205856
The mean time spend in the server is: 1
The mean time spend in the queue when there is queue is: 0.3333333333333333
The throughput is: 5
```

**Gambar 6.** Hasil Analisis Simulasi Model Antrian Menggunakan  $\lambda = 5$  dan  $c = 8$

### Analisis Keterlambatan Kedatangan Pesawat

Dalam Peraturan Menteri Perhubungan Republik Indonesia Nomor PM 89 Tahun 2015 tentang Penanganan Keterlambatan Penerbangan (Delay Management) pada Badan Usaha Angkutan Udara Niaga Berjadwal di Indonesia disebutkan bahwa keterlambatan penerbangan dikelompokkan ke dalam 6 kategori keterlambatan, yaitu

1. Kategori 1, yaitu waktu keterlambatan antara 30 menit sampai 60 menit
2. Kategori 2, yaitu waktu keterlambatan antara 61 menit sampai 120 menit
3. Kategori 3, yaitu waktu keterlambatan antara 121 menit sampai 180 menit
4. Kategori 4, yaitu waktu keterlambatan antara 181 menit sampai 240 menit
5. Kategori 5, yaitu waktu keterlambatan lebih dari 240 menit
6. Kategori 6, yaitu pembatalan penerbangan

Berdasarkan data keterlambatan kedatangan pesawat di Yogyakarta International Airport pada bulan Mei 2022, keterlambatan kedatangan pesawat dengan durasi paling lama yaitu 7 jam 23 menit terjadi pada maskapai E, keterlambatan kedatangan pesawat dengan durasi paling singkat yaitu 30 menit terjadi pada maskapai D, E, dan F, serta rata-rata keterlambatan pesawat adalah 66,46 menit. Selain itu dapat dianalisis keterlambatan kedatangan pesawat berdasarkan jenis maskapai. Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa maskapai E memiliki jumlah keterlambatan kedatangan pesawat terbanyak dengan total 151 keterlambatan. Adapun kategori keterlambatan terbanyak adalah kategori 1 dengan total 158 keterlambatan kedatangan pesawat dari berbagai maskapai yang beroperasi.

**Tabel 2.** Rekapitulasi Keterlambatan Kedatangan Pesawat

Maskapai	Kategori Keterlambatan						Total
	1 (30 – 60 menit)	2 (61 – 120 menit)	3 (121 – 180 menit)	4 (181 – 240 menit)	5 ( > 240 Menit)	6 (pembatalan penerbangan)	
A	0	1	1	0	0	0	2
B	1	0	0	0	0	0	1
C	26	6	0	0	0	0	32
D	15	4	0	0	0	0	19
E	88	47	11	4	1	0	151
F	20	9	1	0	0	0	30
G	2	1	0	0	0	0	3
H	6	3	3	1	1	0	14
Total	158	71	16	5	2	0	252

**Analisis Keterlambatan Keberangkatan Pesawat**

Berdasarkan data keterlambatan keberangkatan pesawat di Yogyakarta International Airport pada bulan Mei 2022, keterlambatan keberangkatan pesawat dengan durasi paling lama yaitu 4 jam 38 menit terjadi pada maskapai H, keterlambatan keberangkatan pesawat dengan durasi paling singkat yaitu 30 menit terjadi pada maskapai D, E, dan F, serta rata-rata keterlambatan pesawat adalah 68,31 menit. Selain itu dapat dianalisis keterlambatan keberangkatan pesawat berdasarkan jenis maskapai. Berdasarkan Tabel 3, terlihat bahwa maskapai JT memiliki jumlah keterlambatan keberangkatan pesawat terbanyak dengan total 159 keterlambatan. Adapun kategori keterlambatan terbanyak adalah kategori 1 dengan total 154 keterlambatan keberangkatan pesawat dari berbagai maskapai yang beroperasi.

**Tabel 3.** Rekapitulasi Keterlambatan Keberangkatan Pesawat

Maskapai	Kategori Keterlambatan						Total
	1 (30 – 60 menit)	2 (61 – 120 menit)	3 (121 – 180 menit)	4 (181 – 240 menit)	5 ( > 240 menit)	6 (pembatalan penerbangan)	
A	0	1	1	0	0	0	2
B	2	0	0	0	0	0	2
C	16	1	0	0	0	0	17
D	19	4	0	0	0	0	23
E	78	68	8	5	0	0	159
F	28	11	3	0	0	0	42
G	4	1	0	0	0	0	5
H	7	7	2	1	1	0	18
Total	154	93	14	6	1	0	268

**SIMPULAN**

**Simpulan**

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model antrian untuk penerbangan pesawat di Yogyakarta International Airport adalah model  $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$  yang merupakan model antrian dengan pelayanan tunggal. M

menunjukkan pola kedatangan pesawat berdistribusi Poisson dan pola pelayanan pesawat berdistribusi Eksponensial,  $c$  menunjukkan jumlah server atau fasilitas pelayanan yang pada kasus ini adalah kapasitas *apron* yaitu 22 pesawat,  $GD$  menunjukkan disiplin antrian yang bersifat umum, dan  $\infty$  menunjukkan kapasitas antrian dan jumlah pelanggan yang ingin memasuki sistem sebagai sumber adalah tak terbatas. Kapasitas antrian tidak terbatas karena proses mengantri berada di udara. Rata-rata kedatangan pesawat yaitu 2 pesawat per jam dengan rata-rata waktu pelayanan setiap pesawat adalah 41,2632 menit. Ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem adalah 2 pesawat dengan waktu tunggu sebesar 1 jam. Ekspektasi pelanggan dalam antrian adalah  $5,555166 \times 10^{-17} \approx 0$  pesawat dengan waktu tunggu sebesar  $2,777583 \times 10^{-17} \approx 0$  jam. Pemanfaatan fasilitas sebesar 0,0909 atau 9,09% sehingga sistem antrian penerbangan pesawat di Yogyakarta International Airport masih longgar.

2. Berdasarkan simulasi yang telah dilakukan, sistem antrian akan bekerja optimal jika menggunakan jumlah kedatangan 7 pesawat per jam dengan 12 apron yang beroperasi dan jumlah kedatangan 5 pesawat per jam dengan 8 apron yang beroperasi.
3. Keterlambatan kedatangan pesawat di Yogyakarta International Airport memiliki rata-rata keterlambatan sebesar 66,46 menit, didominasi oleh maskapai JT, serta didominasi kategori 1 keterlambatan. Sedangkan keterlambatan keberangkatan pesawat di bandara tersebut memiliki rata-rata keterlambatan 68,31 menit, didominasi oleh maskapai JT, serta didominasi kategori 1 keterlambatan. Adapun keterlambatan dengan durasi paling lama sebesar 7 jam 23 menit untuk keterlambatan kedatangan dan 4 jam 38 menit untuk keterlambatan keberangkatan.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Cooper, R. (1981). *Introduction to queueing theory (2<sup>nd</sup> ed.)*. New York: Elsevier North Holland, Inc.
- Daniel, W. W. (1990). *Applied nonparametric statistics (2<sup>nd</sup> ed.)*. Boston (Mass.): PWS-KENT.
- Itoh, E., Mitici, M., & Schultz, M. (2022). Modeling aircraft departure at a runway using a time-varying fluid queue. *Aerospace*, 9(3), 1–17.
- Jhala, N., & Bhathawala, P. (2017). Application of queueing theory to airport related problems. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 13(7), 3863–3868.
- Kakiay, T. J. (2004). *Dasar teori antrian untuk kehidupan nyata*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Perhub. (2015). *Peraturan Menteri Perhubungan Republik Indonesia Nomor PM 89, Tahun 2015, tentang Penanganan Keterlambatan Penerbangan (Delay Management) pada Badan Usaha Angkutan Udara Niaga Berjadwal di Indonesia*.
- Putra, A. J., & Surachman, L. (2020). Analisis kapasitas apron pada Yogyakarta International Airport (Studi kasus: Yogyakarta International Airport). *Upaya Peningkatan Kualitas Hidup Berbasis Riset dan Karya Desain*, 65–70.
- Ratnakusuma, A., Hoyyi, A., & Sugito. (2015). Analisis sistem antrian pesawat terbang di Bandara Internasional Ahmad Yani Semarang. *Jurnal Gaussian*, 4, 725–733.
- Samosir, J., Kuntohadi, H., Kurniawan, J., Sihombing, S., & Utomo, B. S. (2020). Queing Analisis of Aircraft Movement at The Apron Area (The Parking Stand) in I Gusti Ngurah Rai International (Bali). *PalArch's Journal of Archaeology of Egypt/Egyptology*, 17(6), 12547–12554.
- Simaiakis, I., & Balakrishnan, H. (2016). A queuing model of the airport departure process. *Transportation Science*, 50(1), 94–109.
- Taha, H. A. (2017). *Operations research an introduction (10<sup>th</sup> ed.)*. Malaysia: Pearson Education, Inc.