



Optimasi penjadwalan kereta api bandara YIA dan prameks rute Yogyakarta – Wojo menggunakan algoritma branch and bound

Optimization of yia airport train and prameks scheduling with yogyakarta – wojo route using branch and bound algorithm

Muhammad Haris Sulthoni, Prodi Matematika FMIPA UNY
Caturiyati *, Prodi Matematika FMIPA UNY
*e-mail: caturiyati@uny.ac.id

Abstrak

Sejak direnovasinya Stasiun Wojo pada tahun 2019, rute Yogyakarta – Wojo mengalami peningkatan penggunaan rel kereta api yang mengakibatkan tingginya resiko keterlambatan dan kecelakaan pada jalur tersebut. Rute tersebut meliputi Stasiun Wojo, Wates, dan Yogyakarta. Salah satu upaya yang dapat dilakukan adalah dengan memberikan jadwal kereta api yang baik pada rute Yogyakarta – Wojo. Penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan waktu perjalanan KA Bandara YIA dan Prameks dengan cara meminimumkan waktu keterlambatan menggunakan Metode Branch and Bound. Hasil dari perhitungan tersebut akan disusun menjadi jadwal yang baru untuk rute Yogyakarta – Wojo. Selain itu, Metode Revised Simplex juga digunakan dalam menyelesaikan model matematika permasalahan tersebut. Model yang digunakan adalah program linier integer murni. Sebanyak 34 dari 94 perjalanan kereta api yang melintas rute Yogyakarta – Wojo dijadikan sebagai bahan penelitian. Diperoleh hasil perhitungan bahwa dua kereta api yang mengalami keterlambatan dengan total waktu sebesar 6 menit, yaitu KA 506F dan KA 508F. Hasil tersebut menunjukkan 32 kereta api lainnya dapat dioptimalkan waktu perjalanannya dengan baik. Jadwal optimal yang diperoleh menunjukkan bahwa Metode Branch and Bound dapat mengoptimalkan waktu perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks sebesar 12,76%.

Kata kunci: Penjadwalan kereta api, Pemrograman integer, Branch and Bound, Revised Simplex, PT Kereta Api Indonesia

Abstract

Since the renovation of Wojo Station in 2019, Yogyakarta – Wojo Line has experienced an increase in the use of railways which can result increased risks of delays and accidents on the line. This route includes Wojo, Wates, and Yogyakarta Station. One of the effort that can be done is to provide a good train schedule on the Yogyakarta – Wojo Line. This study aims to optimize the travel time of YIA Airport and Prameks Train Services by minimizing the delay time using the Branch and Bound Method. The results of these calculations will be compiled into a new schedule for the Yogyakarta – Wojo route. In addition, Revised Simplex Method is also used in solving the mathematical model of this problem. The model used is pure integer linear program. 34 of the 94 train trips that use Yogyakarta – Wojo Line were used as research materials. It was calculated that two trains were delayed with a total time of 6 minutes, namely KA 506F and KA 508F. These results show that the other 32 trains can be optimized for their travel time very well. The new optimal schedule shows that the Branch and Bound Method can optimize the travel time of YIA Airport and Prameks Train Services by 12.76%.

Keywords: Train scheduling, Integer programming, Branch and Bound, Revised Simplex, PT Kereta Api Indonesia

PENDAHULUAN

Kereta api merupakan salah satu transportasi darat yang dapat mengangkut penumpang maupun kargo dari satu kota ke kota yang lain dengan aman. Saat ini, kereta api sebagai moda transportasi darat masih dimanfaatkan dan diatur sepenuhnya oleh pemerintah. BUMN yang mengurus jasa transportasi menggunakan kereta api yang berada di Indonesia adalah PT Kereta Api Indonesia (Persero) (Septianita et al., 2014). Sebagai perusahaan yang memegang perkeretaapian di Indonesia, KAI memiliki kewajiban memberikan pelayanan jasa kereta api yang terbaik kepada seluruh pengguna layanan jasa perkeretaapian di Indonesia. Meskipun demikian, saat ini masalah keterlambatan menjadi tantangan utama KAI dalam mencapai tujuan tersebut. Selain itu, banyak penumpang menuntut ketepatan waktu perjalanan layanan kereta api. Hal ini dikarenakan kebutuhan masyarakat akan transportasi yang selalu meningkat setiap tahunnya dan maraknya permintaan masyarakat terhadap berbagai transportasi publik yang cepat dan tanggap.

Pemerintah Kota Yogyakarta memiliki Bandara Adisutjipto sebagai infrastruktur transportasi udara di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta, namun terbatasnya kapasitas terminal penumpang dan landasan pacu menjadi masalah bagi pengguna layanan pesawat terbang untuk tetap bepergian secara efektif, sehingga dalam mendukung kebutuhan masyarakat Kota Yogyakarta terhadap penerbangan, pemerintah Kota Yogyakarta membangun bandara baru yang bernama Bandara Internasional Yogyakarta (YIA). Bandara ini telah selesai dibangun di Kulon Progo dan diresmikan pada tanggal 20 Agustus 2020 (Sintasari, 2020). Bandara tersebut menjadi bandara pusat Kota Yogyakarta baru yang menggantikan posisi Bandara Internasional Adisutjipto. Hal tersebut bertujuan untuk menyediakan lapangan udara yang lebih luas dan memadai bagi pesawat terbang serta meningkatkan pertumbuhan ekonomi di sekitar daerah Kulon Progo. Meskipun demikian, bandara baru tersebut berjarak sekitar 40 km dari Kota Yogyakarta, sehingga lebih jauh bila dibandingkan dengan perjalanan Bandara Adisutjipto untuk menuju kota Yogyakarta yang berjarak sekitar 9 km, sehingga untuk mempermudah akses menuju Bandara YIA, berbagai transportasi publik telah dipersiapkan, seperti bis, shuttle bus, angkutan sewa khusus, taksi, dsb. Perusahaan DAMRI juga ikut membantu menyediakan bis khusus untuk perjalanan dari/menju Bandara YIA. Meskipun demikian, bis dan kendaraan beroda lainnya merupakan kendaraan yang memiliki risiko perjalanan kendaraan yang menggunakan jalan aspal pada umumnya, seperti kemacetan maupun jalanan yang berbelok-belok yang berada di wilayah Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) dimana hal tersebut dapat mempengaruhi waktu perjalanan mereka, sehingga kereta api merupakan alternatif lain terbaik dalam mengantarkan masyarakat yang ingin melakukan perjalanan dari/menju Bandara YIA. Rute yang digunakan oleh kereta api dalam hal ini adalah rute Yogyakarta – Wojo. Dengan demikian, karena Stasiun Wojo merupakan stasiun dengan lokasi yang paling strategis dari Bandara YIA, rute Yogyakarta – Wojo dipilih sebagai jalur perjalanan kereta api bandara yang meliputi stasiun tujuan yaitu Stasiun Yogyakarta dan Stasiun Wojo.

Sebagai bentuk dukungan oleh KAI dalam membantu mobilitas masyarakat, KAI merenovasi Stasiun Wojo dan menyediakan penumpang antarmoda di stasiun tersebut. Stasiun Wojo merupakan salah satu stasiun kereta api Kabupaten Purworejo yang paling dekat dengan perbatasan Daerah Istimewa Yogyakarta. PT KAI Daerah Operasi (DAOP) VI Yogyakarta menyediakan dua layanan kereta api penumpang lokal untuk Stasiun Wojo, yakni Kereta Api Bandara YIA (KA Bandara YIA) dan Kereta Api Prameks (KA Prameks). KAI berharap kedua jenis layanan kereta api tersebut dapat memenuhi kebutuhan akan transportasi masyarakat Yogyakarta dan Purworejo. Sejak direnovasinya Stasiun Wojo, jalur kereta api Stasiun Yogyakarta – Wojo mengalami peningkatan penggunaan rel kereta api. Hal ini

disebabkan oleh penambahan layanan kereta api pada jalur tersebut, sehingga untuk mencegah masalah yang tidak diinginkan, KAI perlu melakukan penjadwalan kereta api Stasiun Yogyakarta – Wojo. Penjadwalan kereta api merupakan hal yang sangat penting bagi sarana transportasi publik sebagai upaya menangani risiko keterlambatan, risiko kecelakaan, serta dapat meningkatkan efisiensi waktu bagi pengguna layanan jasa kereta api. Arti penjadwalan itu sendiri merupakan suatu proses pembagian waktu berdasarkan rencana urutan kerja.

Pada saat latar belakang ini disusun, ditemukan masalah operasional kereta api pada jalur Yogyakarta – Wojo. Jalur tersebut mengalami peningkatan penggunaan rel kereta api dalam beberapa tahun terakhir. Sejak awal tahun 2019, PT KAI telah mencanangkan jadwal kereta api baru pada rute tersebut akibat dari adanya Bandara YIA. Bahkan pada bulan Maret 2020, PT KAI menambahkan jadwal kereta api pada rute tersebut setelah Bandara YIA beroperasi sepenuhnya sebagai Bandara Pusat Kota Yogyakarta. Hal ini berakibat pada perjalanan kereta api di Stasiun Wojo menjadi padat, terutama bagi KA Bandara YIA dan KA Prameks. Dengan demikian, diperlukan masalah perjalanan Stasiun Yogyakarta – Wojo dengan cara mengoptimalkan jadwal yang digunakan pada jalur tersebut.

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dan berdasarkan pada penelitian sebelumnya, peneliti berkeinginan untuk mengoptimalkan jadwal KA Bandara YIA dan KA Prameks Rute Yogyakarta – Wojo dengan salah satu algoritma yang biasa digunakan untuk masalah optimasi, yaitu Metode Branch and Bound. Metode Branch and Bound berasal dari dua kata, yaitu Branching (Pencabangan) dan Bounding (Pembatasan). Metode ini merupakan salah satu algoritma yang digunakan untuk pencarian jalur dengan memecahkan permasalahan menjadi bentuk yang lebih kecil sambil tetap menghitung nilai terbaik, lalu dilakukan secara berulang-ulang dan hasil perhitungan yang diasumsikan melebihi batas akan dibuang karena tidak mungkin akan memperoleh nilai terbaik. Terdapat penelitian yang membahas penggunaan program linier integer dan metode Branch and Bound, yaitu “Pemodelan Integer Linear Programming pada Penjadwalan Produksi Tipe Flowshop dan Program Optimasi dengan Metode Branch and Bound Studi Kasus: PT UNITEX” yang disusun oleh Khotimah et al. (2021) menunjukkan pemodelan masalah dalam bentuk Integer Linear Programming dan implementasi Algoritma Branch and Bound untuk masalah penjadwalan produksi.

Pada penelitian ini akan digunakan ilmu riset operasi dalam menyelesaikan permasalahan penjadwalan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model matematika yang digunakan dan bagaimana penerapan algoritma Branch and Bound dalam menyelesaikan masalah penjadwalan KA Bandara YIA dan KA Prameks rute Yogyakarta – Wojo, implementasi model matematika yang dibangun untuk masalah penjadwalan tersebut, serta hasil perhitungan masalah penjadwalan KA Bandara YIA dan KA Prameks rute Yogyakarta – Wojo dengan menggunakan Metode Branch and Bound menurut Program LPSolve. Selain itu, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui analisis dari hasil jadwal baru Bandara YIA dan KA Prameks yang dibentuk.

METODE

Penelitian ini dilakukan melalui berbagai tahapan. Sebelum melakukan penelitian, terdapat beberapa hal yang perlu diperhatikan, yaitu melakukan identifikasi masalah yang dibahas dalam penelitian ini, mencari informasi yang berkaitan dengan permasalahan yang dibahas, mengidentifikasi data penelitian yang diperlukan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut dan mencari berbagai teori dan pembahasan serta penelitian yang berkaitan dengan masalah penjadwalan kereta api.

Deskripsi Pengumpulan Data Penelitian

1. Jenis Data Penelitian

Jenis data yang diperlukan dalam penelitian ini berupa data kuantitatif. Data tersebut merupakan data yang berisi informasi berupa angka/nominal. Selain itu, terdapat dua macam sumber data yang akan diambil sebagai bahan penelitian.

a. Data Primer

Data primer merupakan data yang diperoleh secara langsung oleh peneliti. Pengambilan data ini dilakukan melalui prosedur wawancara (*interview*).

b. Data Sekunder

Data yang didapat peneliti dari sumber lain yang telah tersedia disebut data sekunder. Data sekunder yang diperlukan dalam penelitian ini berupa dokumen jadwal perjalanan kereta api yang dipublikasikan oleh PT KAI.

2. Penentuan Objek Penelitian

Objek pada penelitian ini yaitu jadwal Kereta Api Bandara YIA dan Prameks rute Yogyakarta – Wojo.

3. Lokasi Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Kantor PT KAI Daerah Operasi VI Yogyakarta yang beralamat di Jl. Lempuyangan No. 1, Danurejan, Tegalpanggung, Yogyakarta.

4. Teknik Pengumpulan Data

a. Wawancara (*Interview*)

Metode wawancara adalah suatu teknik pengumpulan informasi yang dilakukan dengan sistem bertanya jawab antara pewawancara dan narasumber untuk tujuan penelitian. Narasumber yang dipilih dalam wawancara ini yaitu salah satu masinis PT KAI yang bekerja sepanjang daerah operasi VI Yogyakarta.

b. Studi Literatur

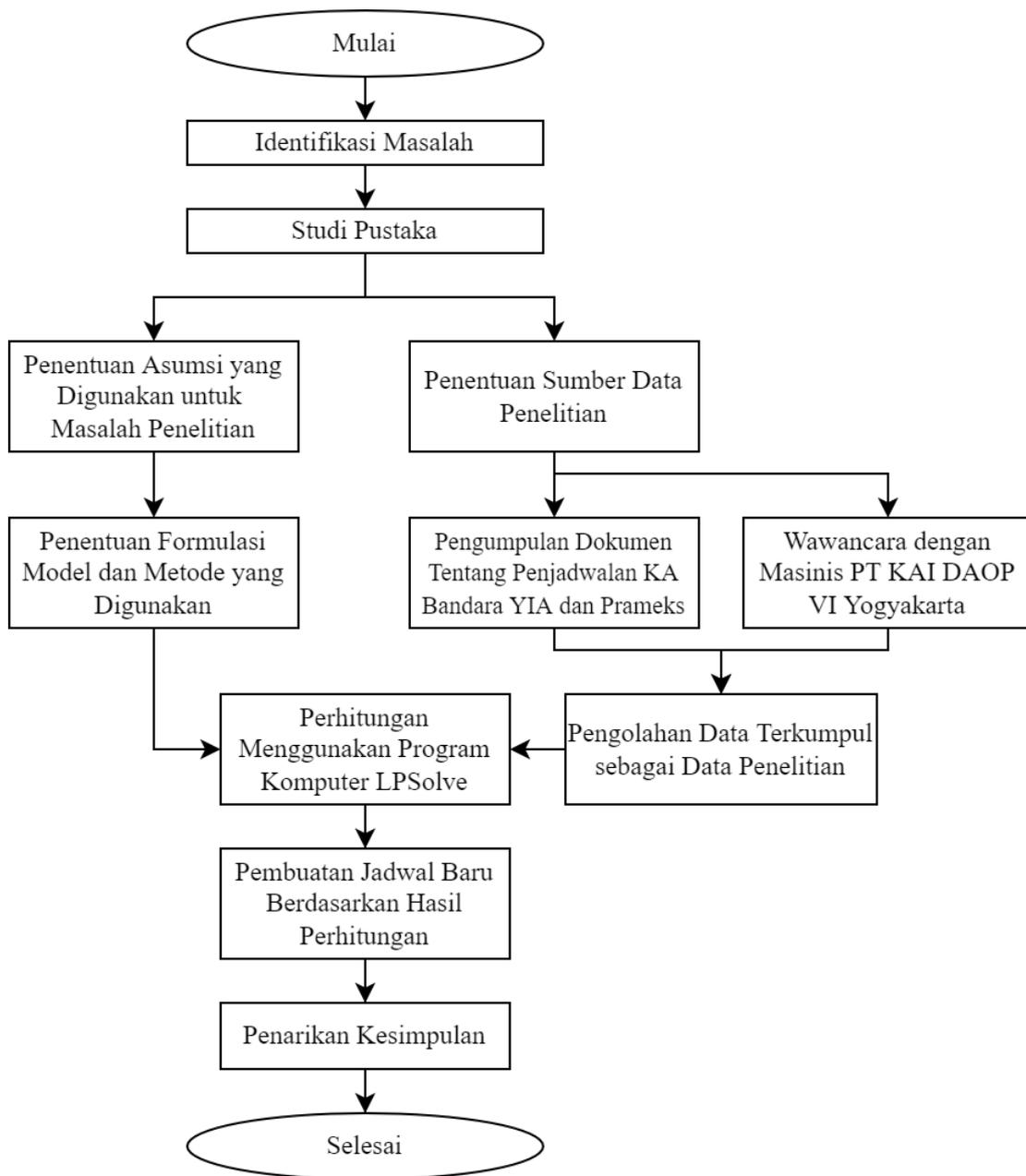
Suatu kegiatan yang berkenaan dengan pengumpulan data pustaka yang memiliki relevansi dengan penelitian disebut studi literatur. Data yang akan digali berupa referensi teori dan topik-topik yang berhubungan dengan permasalahan penjadwalan kereta api, baik berupa jurnal, artikel, laporan penelitian, maupun situs internet.

c. Studi Dokumen

Metode menggunakan dokumen yaitu pengumpulan data menggunakan dokumen tertulis yang sudah ada di PT KAI. Dokumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah Grafik Perjalanan Kereta Api (GAPEKA) Indonesia Tahun 2021.

Tahapan Penelitian

Skema bagan alir dalam tahapan penelitian terapan tentang optimasi penjadwalan kereta api ditunjukkan seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Skema Kegiatan Penelitian

Langkah-Langkah Penelitian

Dalam melakukan pemecahan masalah optimasi penjadwalan KA Bandara YIA dan KA Prameks Stasiun Wojo – Tugu Yogyakarta, peneliti memerlukan berbagai himpunan, parameter, dan variabel untuk memodelkan permasalahan penjadwalan kereta api tersebut secara matematis. Dengan mengkaji jurnal yang berjudul “*A heuristic for the train pathing and timetabling problem*” karangan Yusin Lee pada tahun 2009, model matematika yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Himpunan

Himpunan merupakan kumpulan objek yang diterangkan secara jelas. Himpunan dalam penelitian ini merepresentasikan bagian-bagian dari sistem operasional layanan kereta api Yogyakarta – Wojo.

- K = Himpunan kereta api
- B = Himpunan rel
- S = Himpunan stasiun
- B_k = Himpunan dari semua rel yang dilewati oleh kereta api k
- B_s = Himpunan rel yang berada di stasiun
- $B_k \setminus B_s$ = Himpunan rel yang berada di luar stasiun

2. Parameter

Parameter digunakan dalam mendukung perhitungan untuk masalah penelitian ini. $Trip_k$, T_{ik}^{min} , dan T_{ik}^{max} diperoleh berdasarkan waktu perjalanan kereta api menurut hasil wawancara. Grafik Perjalanan Kereta Api (GAPEKA) Tahun 2022 juga digunakan untuk menentukan waktu tunggu kereta api di setiap stasiun dan rute perjalanan yang digunakan serta menentukan rel pertama dan terakhir yang digunakan berdasarkan rel kereta api. C_{ikl} didapat menurut aturan operasional rel kereta api dari hasil wawancara.

- $Trip_k$ = Waktu minimal yang diperlukan oleh kereta api k untuk menyelesaikan perjalanan (menit).
- T_{ik}^{min} = Waktu tinggal minimal untuk kereta api k pada rel i (menit)
- T_{ik}^{max} = Waktu tinggal maksimal untuk kereta api k pada rel i (menit)
- B_k^0 = Rel pertama yang digunakan oleh kereta api k
- B_k^F = Rel terakhir yang digunakan oleh kereta api k
- B_{ik}^- = Rel yang digunakan oleh kereta api k sebelum menggunakan rel i
- C_{ikl} = Selisih minimum antara kereta api k dan l saat menggunakan rel i secara berurutan

3. Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang persoalan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang ingin dicapai. Nilai awal untuk setiap kereta api diambil dari waktu ketika memasuki rute Yogyakarta – Wojo pertama kali berdasarkan jadwal lama yang dikonversi dalam menit. Waktu didiskritkan dan dinyatakan sebagai bilangan bulat dari 1 hingga 1440 (dimana 24 jam = 1440 menit).

- $delay_k$ = Total waktu keterlambatan untuk kereta api k (menit)
- a_{ik} = Waktu ketika kereta api k memasuki rel i (menit)
- d_{ik} = Waktu ketika kereta api k meninggalkan rel i (menit)
- y_{ik} = Waktu keterlambatan kereta api k pada rel i (menit)

Analisis data dilakukan untuk memeriksa apakah jadwal kereta api untuk KA Bandara YIA dan KA Prameks lintasan Tugu Yogyakarta – Wojo Purworejo telah optimal dan menyusun jadwal optimal untuk kereta api tersebut berdasarkan Metode *Branch and Bound* jika jadwal tersebut belum optimal. Bentuk persamaan untuk masalah program linier integer ini disesuaikan dengan masalah yang akan dibahas. Menurut Lee (2009), untuk mengoptimalkan waktu perjalanan kereta api, fungsi tujuan permasalahan ini adalah meminimumkan waktu keterlambatan seluruh kereta api, sehingga dapat dirumuskan dalam fungsi berikut:

$$\text{Min } f = \sum_{k \in K} \text{delay}_k.$$

Adapun kendala-kendala yang harus dipenuhi yang terdiri dari:

- I. Setiap kereta api k menempati rel i paling sedikit selama T_{ik}^{\min} .

$$d_{ik} \geq a_{ik} + T_{ik}^{\min}, \quad \forall i \in B_k, \forall k \in K.$$
- II. Jika kereta api k menggunakan rel i lebih dari T_{ik}^{\max} kelebihan waktu tersebut dianggap sebagai keterlambatan.

$$d_{ik} \leq a_{ik} + y_{ik} + T_{ik}^{\max}, \quad \forall i \in B_k, \forall k \in K.$$
- III. Aturan penggunaan satu rel oleh dua kereta pada saat yang bersamaan, sehingga harus ada selisih minimum waktu agar kedua kereta tidak bertabrakan, yaitu selisih minimum waktu kereta api k memasuki rel i dengan selisih waktu kereta api berikutnya l memasuki rel yang sama adalah sebesar selang waktu yang diatur pada rel i ketika terdapat dua kereta api yang menggunakan rel secara bersamaan.

$$a_{ik} - a_{il} \geq C_{ikl}, \quad \forall i \in B_k \setminus B_l, \forall k, l \in K.$$
- IV. Waktu kereta api k meninggalkan rel yang telah digunakannya tepat sebelum memasuki rel i sama dengan waktu kereta api k memasuki rel i .

$$d_{B_{ik}^-} = a_{ik}, \quad \forall i \in B_k, \forall k \in K.$$
- V. Waktu saat kereta api k meninggalkan jalur terakhir dikurangi waktu saat kereta api k memasuki jalur pertama sama dengan total keterlambatan kereta api k ditambah dengan waktu minimal yang diperlukan kereta api k untuk menyelesaikan perjalanan.

$$d_{B_{ik}^F} - a_{B_{ik}^O} = \text{delay}_k + \text{Trip}_k, \quad \forall k \in K.$$
- VI. Variabel bernilai non-negatif dan berupa bilangan bulat.

$$a_{ik} \geq 0, a_{ik} \in Z, \quad \forall i \in B_j, \forall k \in K.$$

$$d_{ik} \geq 0, d_{ik} \in Z, \quad \forall i \in B_j, \forall k \in K.$$

$$y_{ik} \geq 0, y_{ik} \in Z, \quad \forall i \in B_j, \forall k \in K.$$

$$\text{delay}_k \geq 0, \text{delay}_k \in Z, \quad \forall k \in K.$$

Teknik penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan model program linier integer sebelumnya adalah menggunakan algoritma *Branch and Bound* dan *Revised Simplex Method*. Adapun langkah dalam menyelesaikan masalah program linier adalah sebagai berikut.

1. Menyelesaikan persoalan program linier dengan metode *revised simplex* tanpa pembatasan bilangan bulat.
2. Meneliti solusi optimumnya. Jika variabel basis yang diharapkan bernilai integer, maka solusi optimum bulat telah tercapai. Jika terdapat satu atau lebih variabel tidak bernilai integer, maka melanjutkan ke langkah 3.
3. Memilih variabel basis yang memiliki nilai pecahan terbesar dari masing-masing variabel yang ada untuk dijadikan percabangan ke dalam sub-masalah.
4. Menciptakan dua batasan baru untuk variabel yang terpilih, dengan batasan \leq dan \geq . Misalnya x_1 adalah solusi optimal yang berupa pecahan, maka dibuat dua submasalah baru dengan menambah kendala $x_1 \leq a$ atau $x_1 \geq b$, dimana a adalah bilangan bulat positif terkecil yang paling dekat dengan x_1 , sedangkan b adalah bilangan bulat positif terbesar yang paling dekat dengan x_1 .
5. Menyelesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap sub-masalah.
6. Untuk setiap sub-masalah, nilai solusi optimum fungsi tujuan ditetapkan sebagai batas atas. Solusi bulat terbaik menjadi batas bawah. Sub-sub masalah yang memiliki solusi batas atas kurang dari batas bawah yang ditentukan sebelumnya, tidak diikutsertakan pada analisis selanjutnya. Suatu solusi bulat layak adalah sama baik atau lebih baik

dari batas atas untuk setiap sub masalah yang dicari. Jika solusi yang demikian terjadi, suatu sub masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan, lalu kembali ke langkah 3.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

PT KAI merupakan badan usaha yang bertugas dalam mengurus seluruh perkeretaapian di Indonesia. Dari waktu ke waktu, permintaan masyarakat terhadap transportasi semakin meningkat, termasuk kereta api. PT KAI Daerah Operasi VI Yogyakarta merupakan PT KAI yang bertugas di daerah Yogyakarta dan sekitarnya, tepatnya dari Stasiun Kedungbanteng hingga Stasiun Montelan. Pada permasalahan ini stasiun yang akan diselesaikan terbatas pada 3 stasiun aktif dan 4 stasiun perlintasan. Stasiun tersebut adalah Stasiun Yogyakarta, Stasiun Patukan, Stasiun Rewulu, Stasiun Sentolo, Stasiun Wates, Stasiun Kedundang, dan Stasiun Wojo

Sumber data penelitian utama yang diperoleh peneliti adalah Grafik Perjalanan Kereta Api (GAPEKA) 2021. Sumber tersebut berisi berbagai data dan informasi yang diperlukan oleh peneliti, seperti informasi setiap kereta api yang berada di rel kereta api di Indonesia serta jadwal umum yang digunakan oleh setiap masinis dan kondektur kereta api di PT KAI (Persero). Menurut GAPEKA dan sumber lainnya, terdapat 94 perjalanan kereta api penumpang yang menggunakan jalur antara Stasiun Wojo Purworejo hingga Stasiun Tugu Yogyakarta yang melintas setiap harinya. Permasalahan ini dibatasi pada 2 layanan kereta api lokal, yaitu Kereta Api Bandara YIA dan Kereta Api Prambanan Ekspres (Prameks).

Tujuan yang ingin dicapai permasalahan penjadwalan ini adalah mengoptimalkan waktu perjalanan seluruh KA Bandara YIA dan KA Prameks yang berada di Jalur Wojo – Yogyakarta dengan cara meminimumkan waktu keterlambatan. Keterlambatan yang diperoleh dalam perhitungan ini adalah keterlambatan terjadwal (*scheduled delay*). Keterlambatan ini merupakan istilah yang mengacu pada perbedaan antara waktu keberangkatan yang diinginkan dan waktu yang sebenarnya dalam masalah transportasi. *Scheduled delay* diperoleh berdasarkan penggunaan waktu perjalanan suatu kereta api yang melebihi waktu tercepat yang dapat diperoleh oleh kereta api tersebut. Penjadwalan pada umumnya dapat dilihat sebagai alokasi sumber daya yang terbatas terhadap tugas-tugas untuk mengoptimalkan fungsi tujuan tertentu. Dengan demikian, masalah penyusunan jadwal kereta api optimal dapat dirumuskan dalam bentuk masalah penjadwalan dengan model program linier.

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. KA Prameks dianggap memiliki kecepatan yang sama dengan kereta api yang digunakan oleh PT KAI pada umumnya.
2. Kereta api yang hanya melewati stasiun saja hanya membutuhkan waktu selama 2 menit lebih cepat dari kereta api yang berhenti di stasiun maupun berangkat dari stasiun untuk perjalanan kereta api yang membutuhkan waktu antara 21 – 30 menit
3. Percepatan dan perlambatan kereta api tidak diabaikan, tetapi diasumsikan dengan waktu yang dibutuhkan ketika melewati stasiun untuk perjalanan kereta api lebih dari 20 menit adalah sebesar 2 menit dan untuk perjalanan kereta api antara 10 – 20 menit adalah sebesar 1 menit.
4. Kereta api yang hanya melewati stasiun saja membutuhkan waktu yang sama seperti kereta api yang berhenti di stasiun maupun berangkat dari stasiun untuk perjalanan kereta api yang membutuhkan waktu kurang dari 10 menit.
5. Tidak ada prioritas layanan kereta api.
6. Jadwal perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks yang akan ditentukan adalah jadwal perjalanan untuk satu hari.

7. Satuan yang digunakan dalam perhitungan adalah menit, sehingga keberangkatan dan kedatangan kereta api dilihat berdasarkan posisi menit yang diperoleh.
8. Perhitungan dari permasalahan penjadwalan tidak boleh menghasilkan nilai pecahan.
9. Jalur rel yang digunakan adalah *double track*, sehingga salah satu rel digunakan khusus untuk jalur kereta api Wojo – Yogyakarta, sedangkan jalur yang lain digunakan khusus untuk jalur kereta api Yogyakarta – Wojo.
10. Layanan kereta api jarak jauh dianggap sebagai kendala dalam masalah penjadwalan penelitian ini. Mengubah jadwal perjalanan mereka dapat mengakibatkan perubahan jadwal pada stasiun di luar rute Yogyakarta – Wojo.

Masalah penjadwalan KA Bandara YIA dan Prameks Rute Yogyakarta – Wojo dapat dimodelkan ke dalam bentuk model program linier dengan fungsi objektif meminimumkan total waktu keterlambatan layanan kereta api tersebut. Formulasi model untuk masalah ini adalah sebagai berikut.

1. Himpunan

- K = Himpunan kereta api, yaitu $K = \{k | 1 \leq k \leq 94, k \in Z\}$
- K_1 = Himpunan kereta api yang melintas dari Stasiun Wojo menuju Stasiun Yogyakarta, yaitu $K_1 = \{k_1 | 1 \leq k_1 \leq 46, k_1 \in Z\}$
- K_2 = Himpunan kereta api yang melintas dari Stasiun Yogyakarta menuju Stasiun Wojo, yaitu $K_2 = \{k_2 | 47 \leq k_2 \leq 94, k_2 \in Z\}$
- K_p = Himpunan KA Bandara YIA dan Prameks yang melintas dari Stasiun Wojo menuju Stasiun Yogyakarta, yaitu $K_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\}$
- K_q = Himpunan KA Bandara YIA yang melintas dari Stasiun Yogyakarta menuju Stasiun Wojo, yaitu $K_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\}$
- B = Himpunan rel, yaitu $B = \{b | 1 \leq b \leq 10, b \in Z\}$
- S = Himpunan stasiun, yaitu $S = \{s | 1 \leq s \leq 3, s \in Z\}$ dan s menotasikan berturut-turut Stasiun Wojo, Stasiun Wates, Stasiun Yogyakarta
- B_{k_p} = Himpunan dari semua rel yang dilewati oleh kereta api k_p dari arah Stasiun Wojo, yaitu $B_{k_p} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- B_{k_q} = Himpunan dari semua rel yang dilewati oleh kereta api k_q dari arah Stasiun Yogyakarta, yaitu $B_{k_q} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- B_s = Himpunan rel yang berada di stasiun, yaitu $B_s = \{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$
- $B_k \setminus B_s$ = Himpunan rel yang berada di luar stasiun, yaitu $B_k \setminus B_s = \{3, 4, 7, 8\}$

2. Parameter

- $Trip_{k_p}$ = Waktu minimal yang diperlukan oleh kereta api k_p untuk menyelesaikan perjalanan (menit)
- $Trip_{k_q}$ = Waktu minimal yang diperlukan oleh kereta api k_q untuk menyelesaikan perjalanan (menit)
- $T_{ik_p}^{min}$ = Waktu tinggal minimal untuk kereta api k_p pada rel i (menit)
- $T_{ik_q}^{min}$ = Waktu tinggal minimal untuk kereta api k_q pada rel i (menit)
- $T_{ik_p}^{max}$ = Waktu tinggal maksimal untuk kereta api k_p pada rel i (menit)
- $T_{ik_q}^{max}$ = Waktu tinggal maksimal untuk kereta api k_q pada rel i (menit)

- $B_{k_p}^0$ = Rel pertama yang digunakan oleh kereta api k_p , yaitu $B_{k_p}^0 = \{1\}$
- $B_{k_p}^F$ = Rel terakhir yang digunakan oleh kereta api k_p , yaitu $B_{k_p}^F = \{9\}$
- $B_{k_q}^0$ = Rel pertama yang digunakan oleh kereta api k_q , yaitu $B_{k_q}^0 = \{10\}$
- $B_{k_q}^F$ = Rel terakhir yang digunakan oleh kereta api k_q , yaitu $B_{k_q}^F = \{2\}$
- B_{ik}^- = Rel yang digunakan oleh kereta api k sebelum menggunakan rel i , yaitu $B_{ik}^- = 1, \forall i = 3; 3, \forall i = 5; 5, \forall i = 7; 7, \forall i = 9; 10, \forall i = 8; 8, \forall i = 6; 6, \forall i = 4; 4, \forall i = 2$
- C_{ikl} = Selisih minimum antara kereta api k dan l saat menggunakan rel i secara berurutan, yaitu $C_{ikl} = 4, \forall i = 3; 5, \forall i = 4; 7, \forall i = 7; 6, \forall i = 8$

3. Variabel

- a_{ik_p} = Waktu ketika kereta api k_p memasuki rel i (menit)
- a_{jk_q} = Waktu ketika kereta api k_q memasuki rel j (menit)
- d_{ik_p} = Waktu ketika kereta api k_p meninggalkan rel i (menit)
- d_{jk_q} = Waktu ketika kereta api k_q meninggalkan rel j (menit)
- y_{ik_p} = Waktu keterlambatan kereta api k_p pada rel i (menit)
- y_{jk_q} = Waktu keterlambatan kereta api k_q pada rel j (menit)
- $delay_{k_p}$ = Total waktu keterlambatan untuk kereta api k_p (menit)
- $delay_{k_q}$ = Total waktu keterlambatan untuk kereta api k_q (menit)

4. Kendala

- a. Setiap kereta api k menempati rel i paling sedikit selama T_{ik}^{min} .

- i. Untuk kereta api dari Stasiun Wojo menuju Stasiun Yogyakarta.

$$d_{1k_p} \geq a_{1k_p} + T_{1k_p}^{min}; \tag{1}$$

$$d_{3k_p} \geq a_{3k_p} + T_{3k_p}^{min}; \tag{2}$$

$$d_{5k_p} \geq a_{5k_p} + T_{5k_p}^{min}; \tag{3}$$

$$d_{7k_p} \geq a_{7k_p} + T_{7k_p}^{min}; \tag{4}$$

$$d_{9k_p} \geq a_{9k_p} + T_{9k_p}^{min}; \tag{5}$$

$$\forall k_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\}.$$

- ii. Untuk kereta api dari Stasiun Yogyakarta menuju Stasiun Wojo.

$$d_{10k_q} \geq a_{10k_q} + T_{10k_q}^{min}; \tag{6}$$

$$d_{8k_q} \geq a_{8k_q} + T_{8k_q}^{min}; \tag{7}$$

$$d_{6k_q} \geq a_{6k_q} + T_{6k_q}^{min}; \tag{8}$$

$$d_{4k_q} \geq a_{4k_q} + T_{4k_q}^{min}; \tag{9}$$

$$d_{2k_q} \geq a_{2k_q} + T_{2k_q}^{min}; \tag{10}$$

$$\forall k_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\}.$$

b. Jika kereta api k menggunakan rel i lebih dari T_{ik}^{max} kelebihan waktu tersebut dianggap sebagai keterlambatan.

i. Untuk kereta api dari Stasiun Wojo menuju Stasiun Yogyakarta.

$$d_{1k_p} \leq a_{1k_p} + y_{1k_p} + T_{1k_p}^{max}; \quad (11)$$

$$d_{3k_p} \leq a_{3k_p} + y_{3k_p} + T_{3k_p}^{max}; \quad (12)$$

$$d_{5k_p} \leq a_{5k_p} + y_{5k_p} + T_{5k_p}^{max}; \quad (13)$$

$$d_{7k_p} \leq a_{7k_p} + y_{7k_p} + T_{7k_p}^{max}; \quad (14)$$

$$d_{9k_p} \leq a_{9k_p} + y_{9k_p} + T_{9k_p}^{max}; \quad (15)$$

$$\forall k_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\}.$$

ii. Untuk kereta api dari Stasiun Wojo menuju Stasiun Yogyakarta.

$$d_{1k_q} \leq a_{10k_q} + y_{10k_q} + T_{10k_q}^{max}; \quad (16)$$

$$d_{8k_q} \leq a_{8k_q} + y_{8k_q} + T_{8k_q}^{max}; \quad (17)$$

$$d_{6k_q} \leq a_{6k_q} + y_{6k_q} + T_{6k_q}^{max}; \quad (18)$$

$$d_{4k_q} \leq a_{4k_q} + y_{4k_q} + T_{4k_q}^{max}; \quad (19)$$

$$d_{2k_q} \leq a_{2k_q} + y_{2k_q} + T_{2k_q}^{max}; \quad (20)$$

$$\forall k_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\}.$$

c. Aturan penggunaan satu rel oleh dua kereta pada saat yang bersamaan, sehingga harus ada selisih minimum waktu agar kedua kereta tidak bertabrakan, yaitu selisih minimum waktu kereta api k memasuki rel i dengan selisih waktu kereta api berikutnya l memasuki rel yang sama adalah sebesar selang waktu yang diatur pada rel i ketika terdapat dua kereta api yang menggunakan rel secara bersamaan.

i. Untuk rel 3

$$a_{3k_p} - a_{3k_1} \geq 4; \quad (21)$$

$$\forall k_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\},$$

$$\forall k_1 = \{1, 2, 3, \dots, 46\}, k_1 < k_p.$$

ii. Untuk rel 7

$$a_{3k_p} - a_{5k_1} \geq 7; \quad (22)$$

$$\forall k_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\},$$

$$\forall k_1 = \{1, 2, 3, \dots, 46\}, k_1 < k_p.$$

iii. Untuk rel 8

$$a_{8k_q} - a_{8k_2} \geq 6; \quad (23)$$

$$\forall k_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\},$$

$$\forall k_2 = \{47, 48, 49, \dots, 94\}, k_2 < k_q.$$

iv. Untuk rel 4

$$a_{4k_q} - a_{4k_2} \geq 5; \quad (24)$$

$$\forall k_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\},$$

$$\forall k_2 = \{47, 48, 49, \dots, 94\}, k_2 < k_q.$$

d. Waktu kereta api k meninggalkan rel yang telah digunakannya tepat sebelum memasuki rel i sama dengan waktu kereta api k memasuki rel i .

i. Untuk kereta jalur Wojo menuju Tugu

$$d_{1k_p} = a_{3k_p}; \quad (25)$$

$$d_{3k_p} = a_{5k_p}; \quad (26)$$

$$d_{5k_p} = a_{7k_p}; \quad (27)$$

$$d_{7k_p} = a_{9k_p}; \quad (28)$$

$$\forall k_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\}.$$

ii. Untuk kereta jalur Tugu menuju Wojo

$$d_{10k_q} = a_{8k_q}; \quad (29)$$

$$d_{8k_q} = a_{6k_q}; \quad (30)$$

$$d_{6k_q} = a_{4k_q}; \quad (31)$$

$$d_{4k_q} = a_{2k_q}; \quad (32)$$

$$\forall k_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\}.$$

e. Waktu saat kereta api k meninggalkan jalur terakhir dikurangi waktu saat kereta api k memasuki jalur pertama sama dengan total keterlambatan kereta api k ditambah dengan waktu minimal yang diperlukan kereta api k untuk menyelesaikan perjalanan.

i. Untuk kereta jalur Wojo menuju Tugu

$$d_{9k_p} - a_{1k_p} = \text{delay}_{k_p} + \text{Trip}_{k_p}, \quad (33)$$

$$\forall k_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\}.$$

ii. Untuk kereta jalur Tugu menuju Wojo

$$d_{2k_q} - a_{10k_q} = \text{delay}_{k_q} + \text{Trip}_{k_q}, \quad (34)$$

$$\forall k_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\}.$$

f. Variabel bernilai non-negatif dan berupa bilangan bulat.

$$a_{ik_p} \geq 0; a_{ik_p} \in Z, \quad \forall i \in B_{k_p}, \forall k_p \in K_p.$$

$$a_{jk_q} \geq 0; a_{jk_q} \in Z, \quad \forall j \in B_{k_q}, \forall k_q \in K_q.$$

$$d_{ik_p} \geq 0; d_{ik_p} \in Z, \quad \forall i \in B_{k_p}, \forall k_p \in K_p.$$

$$d_{jk_q} \geq 0; d_{jk_q} \in Z, \quad \forall j \in B_{k_q}, \forall k_q \in K_q.$$

$$y_{ik_p} \geq 0; y_{ik_p} \in Z, \quad \forall i \in B_{k_p}, \forall k_p \in K_p.$$

$$y_{jk_q} \geq 0; y_{jk_q} \in Z, \quad \forall j \in B_{k_q}, \forall k_q \in K_q.$$

$$\text{delay}_{k_p} \geq 0; \text{delay}_{k_p} \in Z, \quad \forall k_p \in K_p.$$

$$\text{delay}_{k_q} \geq 0; \text{delay}_{k_q} \in Z, \quad \forall k_q \in K_q.$$

5. Fungsi Tujuan

Meminimumkan

$$\sum \text{delay}_{k_p} + \sum \text{delay}_{k_q}, \quad (35)$$

$$\forall k_p = \{12, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 40, 43, 45\},$$

$$\forall k_q = \{48, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 62, 66, 67, 68, 69, 72, 74, 77, 79, 81\}$$

Berdasarkan model yang ditunjukkan sebelumnya, model ini merupakan program linier integer murni. Hal ini dikarenakan seluruh variabel keputusannya berupa bilangan bulat. Untuk menyelesaikan model permasalahan ini, metode yang akan digunakan adalah metode simpleks. Bila dibandingkan dengan metode penyelesaian lainnya, seperti metode grafik dan aljabar, metode simpleks adalah metode terbaik dalam menangani masalah program linier yang memiliki variabel keputusan dalam jumlah besar. Setelah dilakukan perhitungan, solusi yang diperoleh akan dianalisis menggunakan Metode *Branch and Bound*. Metode ini bertujuan untuk mendapatkan solusi optimal dari permasalahan ini dengan seluruh variabel keputusan berupa bilangan bulat.

Dengan menggunakan program komputer LPSolve IDE versi 5.5.2.11, model permasalahan penjadwalan ini dapat diselesaikan dengan baik. Program ini merupakan salah satu perangkat lunak bersifat *open-source* yang menggunakan Metode *Branch and Bound* dan *Revised Simplex Method* sebagai metode utama untuk memecahkan masalah program linier (Eikland, 2021). Hasil yang diperoleh dari LPSolve IDE ditunjukkan pada tabel 1.

Tabel 1. Ringkasan Hasil Keterlambatan Kereta Api Jalur Yogyakarta – Wojo Menurut Perhitungan Program LPSolve

(1-2)			
No.	Nama KA	Nomor KA	Keterlambatan
1	KA Bandara YIA	506F	2 menit
2	KA Prameks	7112	Tidak terjadi keterlambatan
3	KA Bandara YIA	508F	4 menit
4	KA Bandara YIA	510F	Tidak terjadi keterlambatan
5	KA Bandara YIA	512F	Tidak terjadi keterlambatan
6	KA Prameks	608	Tidak terjadi keterlambatan
7	KA Bandara YIA	514F	Tidak terjadi keterlambatan
8	KA Bandara YIA	502	Tidak terjadi keterlambatan
9	KA Prameks	7114	Tidak terjadi keterlambatan
10	KA Bandara YIA	516F	Tidak terjadi keterlambatan
11	KA Bandara YIA	518F	Tidak terjadi keterlambatan
12	KA Bandara YIA	520F	Tidak terjadi keterlambatan
13	KA Prameks	7116	Tidak terjadi keterlambatan
14	KA Bandara YIA	522F	Tidak terjadi keterlambatan
15	KA Bandara YIA	504	Tidak terjadi keterlambatan
16	KA Bandara YIA	524F	Tidak terjadi keterlambatan
17	KA Bandara YIA	526F	Tidak terjadi keterlambatan
18	KA Bandara YIA	505F	Tidak terjadi keterlambatan
19	KA Bandara YIA	507F	Tidak terjadi keterlambatan
20	KA Bandara YIA	509F	Tidak terjadi keterlambatan
21	KA Prameks	603	Tidak terjadi keterlambatan
22	KA Bandara YIA	511F	Tidak terjadi keterlambatan
23	KA Bandara YIA	501	Tidak terjadi keterlambatan

Tabel 1. Ringkasan Hasil Keterlambatan Kereta Api Jalur Yogyakarta – Wojo Menurut Perhitungan Program LPSolve (2-2)

No.	Nama KA	Nomor KA	Keterlambatan
24	KA Bandara YIA	513F	Tidak terjadi keterlambatan
25	KA Prameks	7111	Tidak terjadi keterlambatan
26	KA Bandara YIA	515F	Tidak terjadi keterlambatan
27	KA Bandara YIA	517F	Tidak terjadi keterlambatan
28	KA Bandara YIA	519F	Tidak terjadi keterlambatan
29	KA Prameks	7113	Tidak terjadi keterlambatan
30	KA Bandara YIA	503	Tidak terjadi keterlambatan
31	KA Bandara YIA	521F	Tidak terjadi keterlambatan
32	KA Prameks	7115	Tidak terjadi keterlambatan
33	KA Bandara YIA	523F	Tidak terjadi keterlambatan
34	KA Bandara YIA	525F	Tidak terjadi keterlambatan

Perhitungan tersebut menunjukkan bahwa terdapat 2 kereta api yang memerlukan penyesuaian jadwal atau dalam hal ini terjadi keterlambatan, sedangkan 32 kereta api lainnya dapat dioptimasi waktu perjalanannya dengan baik. Penyesuaian waktu perjalanan yang diperlukan oleh dua kereta api tersebut ditunjukkan pada tabel 2.

Tabel 2. Keterangan Lebih Lanjut Mengenai Waktu Keterlambatan 2 dari 34 Kereta Api Menurut Program LPSolve

Nomor KA	Waktu Keterlambatan (dalam menit)	Keterangan
506F	2	Kereta menunggu 1 menit lebih lama di rel 1 dan rel 5
508F	4	Kereta menunggu 1 menit lebih lama di rel 1 dan 3 menit lebih lama di rel 5

Tabel 3. Tabel Hasil Akhir Jadwal Perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks Jalur Stasiun Yogyakarta – Wojo

Nama Kereta Api	Jurusan	Nomor Kereta Api	Stasiun Pemberhentian					
			Yogyakarta		Wates		Wojo	
			Dtg	Brkt	Dtg	Brkt	Dtg	Brkt
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	505F	-	03:40	04:05	04:07	04:16	-
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	507F	-	05:00	05:25	05:27	05:36	-
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	509F	-	06:00	06:25	06:27	06:36	-
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	603	-	06:30	06:55	06:57	07:06	07:08
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	511F	-	07:25	07:50	07:52	08:01	-
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Kebumen	501	-	08:25	08:50	08:52	09:01	09:03

KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	513F	-	09:30	09:55	09:57	10:06	-
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	7111	-	10:05	10:30	10:32	10:41	10:43
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	515F	-	11:45	12:10	12:12	12:21	-
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	517F	-	12:45	13:10	13:12	13:21	-
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	519F	-	13:31	13:56	13:58	14:07	-
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	7113	-	13:38	14:03	14:05	14:14	14:16
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Kebumen	503	-	14:55	15:20	15:22	15:31	15:33
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	521F	-	16:00	16:25	16:27	16:36	16:36
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	7115	-	17:35	18:00	18:02	18:11	18:13
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	523F	-	18:00	18:25	18:27	18:36	-
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	525F	-	18:54	19:19	19:21	19:30	-

Tabel 4. Tabel Hasil Akhir Jadwal Perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks Jalur Stasiun Wojo – Yogyakarta

Nama Kereta Api	Jurusan	Nomor Kereta Api	Stasiun Pemberhentian					
			Wojo		Wates		Yogyakarta	
			Dtg	Brkt	Dtg	Brkt	Dtg	Brkt
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	506F	04:40	04:41	04:50	04:53	05:18	-
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	7112	05:55	05:57	06:06	06:08	06:33	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	508F	06:00	06:01	06:10	06:15	06:40	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	510F	-	07:10	07:19	07:21	07:46	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	512F	-	08:15	08:24	08:26	08:51	-
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	608	08:55	08:57	09:06	09:08	09:33	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	514F	-	10:45	10:54	10:56	11:21	-
KA Bandara YIA	Kebumen - Yogyakarta	502	11:10	11:12	11:21	11:23	11:48	-
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	7114	12:05	12:07	12:16	12:18	12:43	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	516F	-	12:40	12:49	12:51	13:16	-

KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	518F	-	13:48	13:57	13:59	14:24	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	520F	-	15:00	15:09	15:11	15:36	-
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	7116	16:22	16:23	16:32	16:34	16:59	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	522F	-	17:10	17:19	17:21	17:46	-
KA Bandara YIA	Kebumen - Yogyakarta	504	17:56	17:58	18:07	18:09	18:34	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	524F	-	19:41	19:50	19:52	20:17	-
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	526F	-	20:50	20:59	21:01	21:26	-

Hasil yang diperoleh dari perhitungan LPSolve dapat diubah menjadi jadwal perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks yang baru pada tabel 3 dan 4. Tabel-tabel tersebut selanjutnya akan dianalisis dan dibandingkan dengan jadwal kereta api sebelumnya.

Pembahasan

Berdasarkan perhitungan yang telah didapat sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa model permasalahan penjadwalan KA Bandara YIA dan KA Prameks Rute Yogyakarta – Wojo dapat diselesaikan dengan Metode *Branch and Bound* dengan baik. Selain itu, model tersebut dapat diimplementasikan dengan baik pada Program LPSolve. Hasil perhitungan merepresentasikan penyesuaian waktu perjalanan yang diperlukan oleh setiap KA Bandara YIA dan KA Prameks untuk menempuh waktu perjalanan yang optimum.

Tabel 5 menunjukkan perbandingan dan selisih waktu perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks pada jadwal lama dan jadwal baru. Didapat bahwa dalam tabel tersebut, rata-rata waktu perjalanan yang dapat disingkat dari jadwal lama pada 34 layanan kereta api adalah sebesar 5 – 6 menit. Terdapat satu layanan kereta api yaitu KA 508F yang memiliki waktu perjalanan yang sama antara jadwal lama dengan jadwal baru, sedangkan 33 layanan kereta api lainnya pada jadwal baru memiliki waktu perjalanan yang lebih singkat dibandingkan dengan jadwal lama. Selain itu, dapat dilihat bahwa pada jadwal baru, seluruh layanan kereta api tersebut tidak ada yang memiliki waktu perjalanan yang lebih lama bila dibandingkan dengan jadwal lama. Hal ini menunjukkan bahwa jadwal baru memberikan hasil yang lebih optimal bila dibandingkan dengan jadwal sebelumnya.

Tabel 5. Tabel Perbandingan Waktu Perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks Antara Jadwal Lama dengan Jadwal Baru (1-2)

Nama Kereta Api	Jurusan	Nomor Kereta Api	Waktu Perjalanan Jadwal Lama (menit)	Waktu Perjalanan Jadwal Baru (menit)	Selisih Waktu	Persentase Waktu Perjalanan yang Dihemat
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	506F	40	37	3	7,50%
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	7112	47	38	9	19,15%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	508F	40	40	0	0,00%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	510F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	512F	40	36	4	10,00%
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	608	47	38	9	19,15%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	514F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Kebumen - Yogyakarta	502	41	38	3	7,32%
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	7114	47	38	9	19,15%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	516F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	518F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	520F	40	36	4	10,00%
KA Prameks	Kutoarjo - Yogyakarta	7116	44	37	7	15,91%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	522F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Kebumen - Yogyakarta	504	41	38	3	7,32%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	524F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Wojo - Yogyakarta	526F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	505F	40	36	4	10,00%

Tabel 5. Tabel Perbandingan Waktu Perjalanan KA Bandara YIA dan KA Prameks Antara Jadwal Lama dengan Jadwal Baru (2-2)

Nama Kereta Api	Jurusan	Nomor Kereta Api	Waktu Perjalanan Jadwal Lama (menit)	Waktu Perjalanan Jadwal Baru (menit)	Selisih Waktu	Persentase Waktu Perjalanan yang Dihemat
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	507F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	509F	40	36	4	10,00%
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	603	47	38	9	19,15%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	511F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Kebumen	501	41	38	3	7,32%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	513F	40	36	4	10,00%
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	7111	47	38	9	19,15%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	515F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	517F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	519F	40	36	4	10,00%
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	7113	48	38	10	20,83%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Kebumen	503	42	38	4	9,52%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	521F	40	36	4	10,00%
KA Prameks	Yogyakarta - Kutoarjo	7115	61	38	23	37,70%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	523F	40	36	4	10,00%
KA Bandara YIA	Yogyakarta - Wojo	525F	55	36	19	34,55%

Perhitungan persentase pada Tabel 5 diperoleh dari selisih waktu perjalanan yang dibutuhkan setiap kereta api pada jadwal baru dengan jadwal lama dibagi waktu perjalanannya yang dibutuhkan pada jadwal lama, lalu dikalikan 100%. Berdasarkan tabel persentase tersebut, terlihat bahwa seluruh persentase waktu perjalanan kereta api yang dihemat untuk masing-masing layanan KA Bandara YIA dan KA Prameks bernilai positif atau dapat diartikan bahwa semua layanan kereta api tersebut tidak ada yang memiliki waktu perjalanan yang lebih lama bila dibandingkan dengan jadwal lama. Selain itu, menurut Tabel 5, dapat disimpulkan bahwa Metode *Branch and Bound* dapat mengoptimalkan waktu perjalanan seluruh layanan KA Bandara YIA dan KA Prameks sebesar 12,76% dalam

permasalahan ini. Hal ini menunjukkan bahwa metode ini terbukti dapat digunakan dalam masalah optimasi penjadwalan, khususnya pada perkeretaapian.

SIMPULAN

Dari hasil penelitian tersebut, penulis memperoleh kesimpulan bahwa:

1. Masalah penjadwalan KA Bandara YIA dan KA Prameks rute Yogyakarta – Wojo dapat dibentuk model program linier integer murni dengan fungsi tujuan meminimumkan keterlambatan yang dihasilkan oleh kedua layanan kereta api tersebut.
2. Penerapan Metode Branch and Bound dalam menyelesaikan masalah penjadwalan KA Bandara YIA dan KA Prameks rute Yogyakarta – Wojo adalah dengan menggunakan metode simpleks dimana dalam permasalahan penelitian ini, metode yang digunakan adalah *Revised Simplex Method*.
3. Model matematika yang dibentuk untuk masalah penjadwalan KA Bandara YIA dan KA Prameks rute Yogyakarta – Wojo menunjukkan bahwa model tersebut dapat diimplementasikan dengan baik pada Program LPSolve.
4. Diperoleh bahwa terdapat dua kereta api yang mengalami keterlambatan dengan total waktu sebesar 6 menit, yaitu 2 menit pada KA 506F dan 4 menit pada KA 508F.
5. Jadwal KA Bandara YIA dan KA Prameks yang baru berdasarkan Metode *Branch and Bound* menunjukkan bahwa waktu perjalanan yang dibutuhkan setiap layanan tersebut dapat dioptimumkan dengan rata-rata sebesar 12,76% dan tidak ada layanan kereta api tersebut yang memiliki waktu perjalanan yang lebih lama bila dibandingkan dengan jadwal lama. Hal ini menunjukkan bahwa Metode *Branch and Bound* dapat digunakan dalam menyelesaikan berbagai permasalahan optimasi penjadwalan.
6. Berdasarkan hasil perhitungan yang diperoleh sebelumnya, dapat dilihat bahwa 2 dari 34 layanan kereta api Yogyakarta – Wojo yang perlu dilakukan penyesuaian untuk penentuan jadwal baru, sedangkan 32 layanan kereta api lainnya menggunakan waktu perjalanan tercepat yang ada dan tidak memerlukan penyesuaian waktu perjalanan tersebut lebih lanjut. Tabel 9 menunjukkan rincian masing-masing keterlambatan layanan kereta api tersebut.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terimakasih kepada koordinator Prodi Maatematika dan seluruh Dosen Prodi Matematika yang telah memberikan ilmu dan bimbingan hingga terselesainya artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Eikland, K. (2021, May 12). Introduction. Retrieved from Introduction to lp_solve 5.5.2.11: <http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/Intro.htm>
- Khotimah, I., Wijayanti, H., & Setyaningsih, S. (2021). Pemodelan Integer Linear Programming pada Penjadwalan Produksi Tipe Flowshop dan Program Optimasi Waktu dengan Metode Branch And Bound Studi Kasus: PT UNITEX. *Jurnal Matematika Terapan*, 44-51.
- Lee, Y., & Chen, C.-Y. (2009). A heuristic for the train pathing and timetabling problem. *Transportation Research Part B*, 837-840.
- Septianita, W., Winarno, W. A., & Arif, A. (2014). Pengaruh Kualitas Sistem, Kualitas Informasi, Kualitas Pelayanan Rail Ticketing System (RTS) Terhadap Kepuasan Pengguna. *e-Journal Ekonomi Bisnis dan Akuntansi*, 54.
- Sintasari, F. (2020, August 26). Jokowi Resmikan Yogyakarta International Airport (YIA) Jumat Besok. Retrieved October 8, 2020, from <https://jogja.idntimes.com/news/jogja/febriana-sintasari/jokowi-resmikan-yogyakarta-international-airport-yia-jumat-besok>