

**APLIKASI *FUZZY LOGIC* PADA PERSAMAAN PANAS DIMENSI SATU
DENGAN SYARAT BATAS DIRICHLET**

Jurnal

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains



Oleh

Imam Muhammad Khomeini

NIM 12305144040

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

2018

PERSETUJUAN

Jurnal dengan judul

**APLIKASI *FUZZY LOGIC* PADA PERSAMAAN PANAS
DIMENSI SATU DENGAN SYARAT BATAS DIRICHLET**

Yang disusun oleh,

Nama : Imam Muhammad Khomeini
NIM : 12305144040
Prodi : Matematika

Telah disetujui Dosen Pembimbing untuk memenuhi sebagai
persyaratan guna memperoleh Gelar Sarjana Sains



Yogyakarta, 25 September 2018

Disetujui
Dosen Pembimbing

Musthofa, M.Sc
NIP. 198011072006041001

APLIKASI FUZZY LOGIC PADA PERSAMAAN PANAS DIMENSI SATU DENGAN SYARAT BATAS DIRICHLET

APPLICATION FUZZY LOGIC ON HEAT EQUATION ONE DIMENSION WITH DIRICHLET BOUNDARY CONDITIONS

Oleh: Imam¹⁾, Musthofa²⁾

Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA UNY

[1\)12305144040@student.uny.ac.id](mailto:12305144040@student.uny.ac.id), [2\)musthofa@uny.ac.id](mailto:musthofa@uny.ac.id)

Abstrak—Pada paper ini, akan dibahas tentang aplikasi *fuzzy logic* pada persamaan panas dimensi satu dengan syarat batas Dirichlet. Diberikan sebuah batang logam homogen yang kedua ujungnya diberi isolator, dan kemudian tepat di bawah bagian tengah dari batang logam tersebut dipanasi. Selanjutnya, ditentukan solusi perambatan panas dengan menggunakan metode separasi variabel dengan nilai awal suatu fungsi kuadrat dan syarat batas Dirichlet. Berdasarkan *plot* solusi dari kasus tersebut, diperoleh data untuk diaplikasikan dalam *fuzzy logic*. Penelitian ini menggunakan *fuzzy mamdani* dengan dua variable *input* yaitu posisi dan waktu, serta satu variable *output* yaitu suhu. Tahapan yang dilakukan pada paper ini adalah menentukan himpunan *fuzzy* pada variabel *input* dan *output*, menentukan aturan *fuzzy*, inferensi *fuzzy* metode Mamdani. Setelah itu melakukan *defuzzifikasi* menggunakan metode *defuzzifikasi Centroid*. Melakukan pengujian tingkat akurasi terhadap data *testing*. Langkah selanjutnya, melakukan pengujian terhadap tingkat akurasi terhadap data *training*. Berdasarkan analisa di atas sehingga diperoleh solusi persamaan panas dimensi satu dengan nilai awal dan syarat batas diberikan berupa bentuk deret fungsi sinus kali eksponensial dalam t , dengan t adalah waktu pengamatan perambatan panas. Sedangkan tingkat keakuratan model *fuzzy* untuk data *training* sebesar 91,61% dan data *testing* sebesar 91,00%.

Kata kunci: Persamaan Panas, Syarat Batas Dirichlet, *Fuzzy logic*.

Abstrak—*In this paper, we will discuss the application of fuzzy logic on one-dimensional heat equations with Dirichlet boundary conditions. It is given a homogeneous metal rod that has both ends insulated, and then just below the center of the metal rod is heated. Furthermore, the heat propagation solution is determined by using the variable separation method with the initial value of a quadratic function and the Dirichlet boundary condition. Based on the solution plot of the case, data is obtained to be applied in fuzzy logic. This study uses fuzzy mamdani with two input variables, namely position and time, and one output variable, namely temperature. The steps taken in this study are determining the fuzzy set on input and output variables, determining fuzzy rules, Mamdani method fuzzy inference. After that, make defuzzification using the Centroid defuzzification method. Testing the level of accuracy of data training. The next step, to test the level of accuracy of data testing. Based on the analysis then the solution of the heat equation one dimension is obtained with the initial value and boundary conditions given in the form of series of exponential sine function times in t , where t is the time of observation of heat propagation. While the accuracy of the fuzzy model for data training is 91.61% and data testing is 91.00%.*

Keywords: Heat Equation, Dirichlet Limit Requirements, Fuzzy Logic.

PENDAHULUAN

Fuzzy Logic adalah metode pemecahan masalah dengan beribu – ribu aplikasi dalam pengendali yang tersimpan dan pemrosesan informasi. *Fuzzy Logic* cocok untuk diimplementasikan pada sistem yang sederhana, kecil, tertanam pada *mikro controller*, *PC multi-channel* atau *workstation* berbasis akuisisi data dan control sistem. *Fuzzy logic* menyediakan cara sederhana untuk menggambarkan kesimpulan pasti dari informasi yang ambigu, samar-samar, atau tidak tepat. Sedikit banyak, *fuzzy logic* menyerupai pembuatan keputusan pada manusia dengan kemampuannya untuk bekerja dari data yang ditafsirkan dan mencari solusi yang tepat. *Fuzzy logic* pada dasarnya merupakan logika bernilai banyak (*multivalued logic*) yang dapat mendefinisikan nilai diantara keadaan konvensional seperti ya atau tidak, benar atau salah, hitam atau putih, dan sebagainya. Penalaran *fuzzy* menyediakan cara untuk memahami kinerja dari sistem dengan cara menilai *input* dan *output* sistem dari hasil pengamatan.

Penelitian tentang aplikasi *fuzzy logic* pernah diteliti oleh Yulianti Paula Bria (2012) dengan judul *Pengembangan Aplikasi Fuzzy Logic Controller Untuk Pengereman Kereta Api Di Stasiun Dan Simulasinya*. Penelitian ini membahas tentang sistem kontrol logika fuzzy pengereman kereta api yang mengatur kecepatan kereta, jarak pengereman dari stasiun dan kekuatan pengereman kereta.

Persamaan panas adalah suatu cabang ilmu yang mempelajari tentang aliran fluida yang mengalir dari suhu yang paling tinggi menuju suhu yang paling rendah. Dalam kehidupan sehari-hari persamaan panas dimensi satu banyak diaplikasikan dalam bentuk dua dimensi dan tiga dimensi. Namun, pada penelitian ini akan dibahas perambatan panas pada sebuah benda

yang berdimensi satu. Hal ini penting untuk dibahas, karena persamaan panas dimensi satu sangat penting dan menjadi dasar untuk perkembangan persamaan panas dimensi dua maupun dimensi tiga, baik dalam bentuk koordinat kartesius maupun polar.

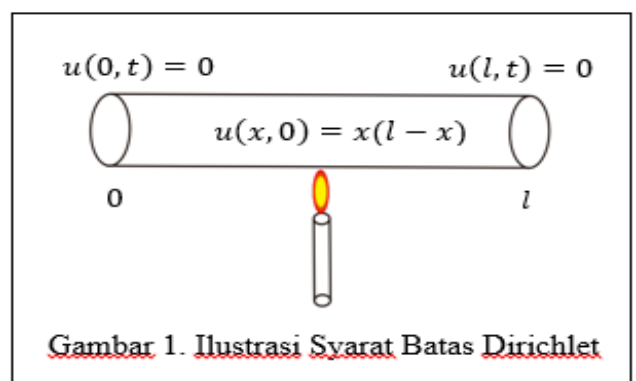
Penelitian tentang persamaan panas dimensi satu pernah diteliti oleh Eminugroho, dkk (2013) dengan judul *Eksistensi dan Ketunggalan Solusi Persamaan Panas*. Dalam penelitian tersebut membahas tentang pembentukan persamaan panas dimensi satu dan ketunggalan solusi dalam suatu persamaan panas dimensi satu yang dilengkapi syarat awal dan syarat batas. Banyak penelitian tentang persamaan panas, atau *fuzzy logic* saja. Oleh karena itu peneliti ingin menggabungkan antara persamaan panas apabila di aplikasikan dalam *fuzzy Logic*.

Oleh sebab itu, dibutuhkan penelitian untuk mengetahui proses pemanasan pada batang logam menggunakan *fuzzy logic* agar dapat mengatasi kekurangan tersebut.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Gambaran Kasus

Diberikan sebuah lilin dan batang logam yang homogen dengan panjang l . Lilin tersebut diletakkan di bawah batang logam tepat di tengah, kemudian diberikan benda yang bersifat isolator yang diletakkan di kedua ujungnya. Dalam hal ini, isolator berfungsi untuk mempertahankan suhu di kedua ujung logam yaitu nol derajat. Setelah itu, lilin tersebut dinyalakan dalam beberapa waktu, lalu lilin dimatikan. Untuk ilustrasi lebih jelas tampak pada Gambar (1).



Gambar 1. Ilustrasi Syarat Batas Dirichlet

Berdasarkan Gambar (1) akan ditentukan solusi dari persamaan panas dan dilakukan simulasi distribusi panas. Selanjutnya akan ditentukan solusi persamaan panas dimensi satu dengan Persamaan yang diberikan sebagai berikut.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, 0 < x < l, \text{ untuk setiap } t > 0 \quad (1)$$

dengan nilai awal

$$u(x, 0) = x(l - x), 0 < x < l \quad (2)$$

dan syarat batas Dirichlet

$$u(0, t) = u(l, t) = 0 \text{ untuk setiap } t > 0. \quad (3)$$

Persamaan panas dimensi satu seperti pada Persamaan (1) dengan nilai awal dan syarat batas berturut-turut pada Persamaan (2) dan (3) akan diselesaikan secara analitik dengan menggunakan metode separasi variabel, sehingga diperoleh solusi sebagai berikut ini (Ahmadi 2016).

$$u(x, t) = \frac{8l^2}{\pi^3} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(2m-1)^3} \right) \sin \left(\frac{(2m-1)\pi x}{l} \right) e^{-\frac{(2m-1)^2 \pi^2 \alpha^2 t}{l^2}}$$

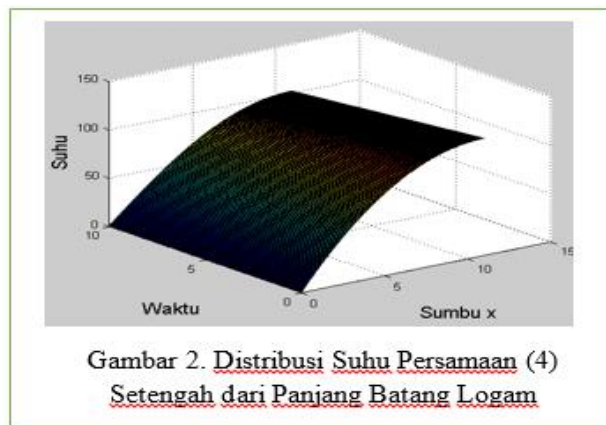
Selanjutnya dilakukan simulasi perambatan panas pada batang logam. Jika diambil panjang batang logam sebesar $l = 7\pi = 21,98$ satuan panjang, maka diperoleh domain $0 \leq x \leq 7\pi$. Dalam kasus ini, akan diamati perambatan panas selama 10 satuan waktu, sehingga diperoleh domain $0 \leq t \leq 10$.

$$u(x, t) = \quad (4)$$

$$\frac{392}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{(2m-1)x}{7}\right)}{(2m-1)^3} e^{-\frac{(2m-1)^2 \alpha^2 t}{49}} \quad \text{untuk}$$

$$0 \leq t \leq 10, 0 \leq x \leq 7\pi.$$

Apabila Persamaan (4) diplot, maka tampak seperti pada Gambar (2).



Gambar 2. Distribusi Suhu Persamaan (4) Setengah dari Panjang Batang Logam

Berdasarkan *output* pada Gambar (2) bahwa suhu pada posisi $x = 0$ dan $x = 7\pi$ saat waktu $t = 10$ selalu nol derajat, hal ini dikarenakan suhu di kedua ujungnya dipertahankan sebesar nol derajat. Namun demikian, suhu pada posisi $x = 11$ saat waktu $t = 10$ paling tinggi dibandingkan posisi yang lain. Hal ini karena pada posisi $x = \frac{7\pi}{2}$ merupakan pusat sumber panas pada batang logam. Suhu pada posisi $x = \frac{7\pi}{2}$ akan turun, seiring dengan berjalannya waktu hingga diperoleh suhunya sama dengan nol.

Fuzzy Logic

Selanjutnya, hasil *plot* data pada solusi persamaan panas dimensi satu dengan syarat batas Dirichlet yang tercantum pada Lampiran 2 dan 3 akan diaplikasikan dalam *fuzzy logic*. Variabel *input* yang digunakan dalam *fuzzy logic* yaitu posisi yang dinotasikan dengan x dan waktu t , sedangkan untuk variabel *output*nya adalah suhu yang dinotasikan dengan u .

Merujuk pada Gambar (2) suhu di kedua ujungnya dipertahankan nol derajat, dan sumber panas diletakkan tepat di bawah bagian tengah dari batang logam, sehingga penurunan suhu akan terbentuk dalam suatu fungsi kuadrat. Adapun langkah-langkah untuk penyelesaian aplikasi *fuzzy logic* pada persamaan panas dimensi satu sebagai berikut.

1. Identifikasi data penelitian.

a. Variabel *input*

Data yang digunakan diambil dari *plot* data hasil pemanasan batang logam. Variabel *input* yang digunakan pada kasus ini yaitu posisi yang dinyatakan dalam satuan panjang dan waktu dalam satuan waktu. Himpunan dalam variabel-variabel *input* dalam penelitian ini adalah:

1) Posisi

Variabel *input* posisi dalam kasus ini dibedakan menjadi 9 himpunan *fuzzy*, yaitu:

1. Himpunan *fuzzy* x_A terletak pada posisi $0 - 1,33$
2. Himpunan *fuzzy* x_B terletak pada posisi $1,34 - 2,66$
3. Himpunan *fuzzy* x_C terletak pada posisi $2,67 - 3,99$
4. Himpunan *fuzzy* x_D terletak pada posisi $4,00 - 5,32$
5. Himpunan *fuzzy* x_E terletak pada posisi $5,33 - 6,65$
6. Himpunan *fuzzy* x_F terletak pada posisi $6,66 - 7,98$
7. Himpunan *fuzzy* x_G terletak pada posisi $7,99 - 9,31$
8. Himpunan *fuzzy* x_H terletak pada posisi $9,32 - 10,64$
9. Himpunan *fuzzy* x_I terletak pada posisi $10,65 - 11,97$

2) Waktu

Variabel *input* waktu dalam kasus ini dibedakan menjadi 9 himpunan *fuzzy*, yaitu:

- 1) Himpunan *fuzzy* t_A terletak pada waktu $0 - 1,22$
- 2) Himpunan *fuzzy* t_B terletak pada waktu $1,23 - 2,44$
- 3) Himpunan *fuzzy* t_C terletak pada waktu $2,45 - 3,66$
- 4) Himpunan *fuzzy* t_D terletak pada waktu $3,67 - 4,88$

5) Himpunan *fuzzy* t_E terletak pada waktu $4,89 - 6,1$

6) Himpunan *fuzzy* t_F terletak pada waktu $6,11 - 7,32$

7) Himpunan *fuzzy* t_G terletak pada waktu $7,33 - 8,54$

8) Himpunan *fuzzy* t_H terletak pada waktu $8,55 - 9,76$

9) Himpunan *fuzzy* t_I terletak pada waktu $9,77 - 10,98$

b. Variabel *output*

Variabel *output* suhu dalam hal ini dinyatakan dalam satuan suhu. Himpunan *fuzzy* pada variabel *output* suhu dibedakan menjadi 5, yaitu.

1. Himpunan *fuzzy* u_{SD} (Sangat Dingin) terletak pada suhu $0 - 23$
 2. Himpunan *fuzzy* u_D (Dingin) terletak pada suhu $24 - 47$
 3. Himpunan *fuzzy* u_{CP} (Cukup Panas) terletak pada suhu $48 - 71$
 4. Himpunan *fuzzy* u_P (Panas) terletak pada suhu $72 - 95$
 5. Himpunan *fuzzy* u_{SP} (Sangat Panas) terletak pada suhu $96 - 120$
2. Menentukan himpunan *fuzzy* pada variabel *input* dan *output*.

Pendefinisikan himpunan *fuzzy* dilakukan dengan menggunakan fungsi keanggotaan.

1) Variabel *input*

Variabel *input* posisi dan waktu didefinisikan dengan sembilan himpunan *fuzzy*. Belum ada ketentuan khusus pada pemilihan fungsi keanggotaan dan pembagian himpunan *fuzzy*, sehingga pembagian himpunan *fuzzy* pada variabel *input* dilakukan peneliti dengan cara trial error yang berdasarkan data training.

a) Posisi

Variabel *input* posisi didefinisikan dengan sembilan himpunan *fuzzy* yaitu

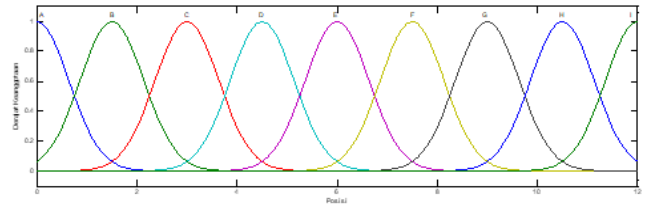
$x_A, x_B, x_C, x_D, x_E, x_F, x_G, x_H,$ dan x_I menggunakan fungsi keanggotaan Gauss dengan lebar tiap himpunan fuzzy sebesar 0,637.

Representasi himpunan fuzzy pada variabel input posisi menggunakan fungsi keanggotaan Gauss untuk sembilan himpunan fuzzy $x_A, x_B, x_C, x_D, x_E, x_F, x_G, x_H,$ dan x_I yang tertera pada Gambar (3).

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk variabel input posisi:

$$\begin{aligned} \mu_A(x) &= f(x; 0,637; 0) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-0)^2}{2(0,637)^2}}, & 0 \leq x \leq 0,75 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_B(x) &= f(x; 0,637; 1,5) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-1,5)^2}{2(0,637)^2}}, & 0,75 \leq x \leq 2,25 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_C(x) &= f(x; 0,637; 3) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-3)^2}{2(0,637)^2}}, & 2,25 \leq x \leq 3,75 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_D(x) &= f(x; 0,637; 4,5) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-4,5)^2}{2(0,637)^2}}, & 3,75 \leq x \leq 5,25 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_E(x) &= f(x; 0,637; 6) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-6)^2}{2(0,637)^2}}, & 5,25 \leq x \leq 6,75 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_F(x) &= f(x; 0,637; 7,5) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-7,5)^2}{2(0,637)^2}}, & 6,75 \leq x \leq 8,25 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_G(x) &= f(x; 0,637; 9) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-9)^2}{2(0,637)^2}}, & 8,25 \leq x \leq 9,75 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_H(x) &= f(x; 0,637; 10,5) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-10,5)^2}{2(0,637)^2}}, & 9,75 \leq x \leq 11,25 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_I(x) &= f(x; 0,637; 12) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-12)^2}{2(0,637)^2}}, & 11,25 \leq x \leq 12 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \end{aligned}$$

Representasi kurva gauss pada variabel input posisi ditunjukkan pada Gambar (3).



Gambar 3. Representasi himpunan fuzzy posisi

b) Waktu

Variabel input waktu didefinisikan dengan sembilan himpunan fuzzy yaitu $t_A, t_B, t_C, t_D, t_E, t_F, t_G, t_H,$ dan t_I menggunakan fungsi keanggotaan Gauss dengan lebar tiap himpunan fuzzy sebesar 0,5839.

Representasi himpunan fuzzy pada variabel input posisi menggunakan fungsi keanggotaan Gauss untuk sembilan himpunan fuzzy $t_A, t_B, t_C, t_D, t_E, t_F, t_G, t_H,$ dan t_I yang tertera pada Gambar (4).

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk variabel input waktu:

$$\begin{aligned} \mu_A(x) &= f(x; 0,5839; 0) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-0)^2}{2(0,5839)^2}}, & 0 \leq x \leq 0,6875 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_B(x) &= f(x; 0,5839; 1,375) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-1,375)^2}{2(0,5839)^2}}, & 0,6875 \leq x \leq 2,0625 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_C(x) &= f(x; 0,5839; 2,75) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-2,75)^2}{2(0,5839)^2}}, & 2,0625 \leq x \leq 3,4375 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_D(x) &= f(x; 0,5839; 4,125) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-4,125)^2}{2(0,5839)^2}}, & 3,4375 \leq x \leq 4,8125 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \\ \mu_E(x) &= f(x; 0,5839; 5,5) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-5,5)^2}{2(0,5839)^2}}, & 4,8125 \leq x \leq 6,1875 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\mu_F(x) = f(x; 0,5839; 6,875) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-6,875)^2}{2(0,5839)^2}}, & 6,1875 \leq x \leq 7,5625 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases}$$

$$\mu_G(x) = f(x; 0,5839; 8,25) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-8,25)^2}{2(0,5839)^2}}, & 7,5625 \leq x \leq 8,9375 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases}$$

$$\mu_H(x) = f(x; 0,5839; 9,625) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-9,625)^2}{2(0,5839)^2}}, & 8,9375 \leq x \leq 10,3125 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases}$$

$$\mu_I(x) = f(x; 0,5839; 11) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-11)^2}{2(0,5839)^2}}, & 10,3125 \leq x \leq 11 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases}$$

Representasi kurva gauss pada variabel *input* waktu ditunjukkan pada Gambar (4).



Gambar 4. Representasi himpunan fuzzy waktu

2) Variabel output

Variabel *output* didefinisikan dengan lima himpunan fuzzy yaitu u_{SD} (Sangat Dingin), u_D (Dingin), u_{CP} (Cukup Panas), u_P (Panas), dan u_{SP} (Sangat Panas). Representasi himpunan fuzzy pada variabel *output* menggunakan fungsi keanggotaan segitiga untuk himpunan fuzzy u_D , u_{CP} , dan u_P , fungsi keanggotaan trapesium untuk himpunan fuzzy u_{SP} dan fungsi keanggotaan linier untuk himpunan fuzzy u_{SD} yang tertera pada Gambar (5).

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk variabel *output* suhu:

$$\mu(SD) = \begin{cases} \frac{35-x}{35-0}, & 0 \leq x \leq 35 \\ 0, & x \geq 35 \end{cases}$$

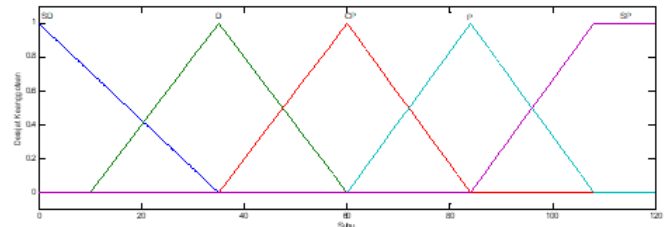
$$\mu(D) = \begin{cases} 0, & x \leq 10 \text{ atau } x \geq 60 \\ \frac{x-10}{35-10}, & 10 \leq x \leq 35 \\ \frac{35-x}{60-35}, & 35 \leq x \leq 60 \end{cases}$$

$$\mu(CP) = \begin{cases} 0, & x \leq 35 \text{ atau } x \geq 84 \\ \frac{x-35}{60-35}, & 35 \leq x \leq 60 \\ \frac{60-x}{84-60}, & 60 \leq x \leq 84 \end{cases}$$

$$\mu(P) = \begin{cases} 0, & x \leq 60 \text{ atau } x \geq 108 \\ \frac{x-60}{84-60}, & 60 \leq x \leq 84 \\ \frac{84-x}{108-84}, & 84 \leq x \leq 108 \end{cases}$$

$$\mu(SP) = \begin{cases} 0, & x \leq 84 \text{ atau } x \geq 121 \\ \frac{x-84}{108-84}, & 84 \leq x \leq 108 \\ 1, & 108 \leq x \leq 121 \end{cases}$$

Representasi kurva segitiga dan linier pada variabel *output* suhu ditunjukkan pada Gambar (5).



Gambar 5. Representasi himpunan fuzzy suhu

3. Menentukan aturan fuzzy.

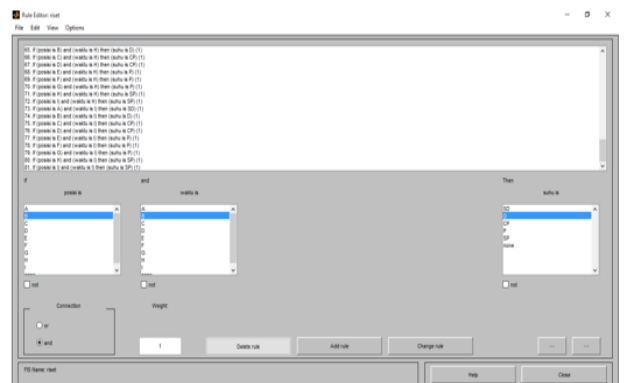
Berdasarkan himpunan fuzzy di atas, akan dibuat 81 aturan fuzzy, yaitu.

1. If (posisi is x_A) and (waktu is t_A) then (suhu is u_{SD})
2. If (posisi is x_B) and (waktu is t_A) then (suhu is u_D)
3. If (posisi is x_C) and (waktu is t_A) then (suhu is u_{CP})
4. If (posisi is x_D) and (waktu is t_A) then (suhu is u_P)
5. If (posisi is x_E) and (waktu is t_A) then (suhu is u_{SP})
6. If (posisi is x_F) and (waktu is t_A) then (suhu is u_{SP})
7. If (posisi is x_G) and (waktu is t_A) then (suhu is u_{SP})

8. If (posisi is x_H) and (waktu is t_A) then (suhu is u_{SP})
9. If (posisi is x_I) and (waktu is t_A) then (suhu is u_{SP})
10. If (posisi is x_A) and (waktu is t_B) then (suhu is u_{SD})
11. If (posisi is x_B) and (waktu is t_B) then (suhu is u_D)
12. If (posisi is x_C) and (waktu is t_B) then (suhu is u_{CP})
13. If (posisi is x_D) and (waktu is t_B) then (suhu is u_P)
14. If (posisi is x_E) and (waktu is t_B) then (suhu is u_P)
15. If (posisi is x_F) and (waktu is t_B) then (suhu is u_{SP})
16. If (posisi is x_A) and (waktu is t_B) then (suhu is u_{SP})
17. If (posisi is x_H) and (waktu is t_B) then (suhu is u_{SP})
18. If (posisi is x_I) and (waktu is t_B) then (suhu is u_{SP})
19. If (posisi is x_A) and (waktu is t_C) then (suhu is u_{SD})
20. If (posisi is x_B) and (waktu is t_C) then (suhu is u_D)
21. If (posisi is x_C) and (waktu is t_C) then (suhu is u_{CP})
22. If (posisi is x_D) and (waktu is t_C) then (suhu is u_{CP})
23. If (posisi is x_E) and (waktu is t_C) then (suhu is u_P)
24. If (posisi is x_F) and (waktu is t_C) then (suhu is u_{SP})
25. If (posisi is x_G) and (waktu is t_C) then (suhu is u_{SP})
26. If (posisi is x_H) and (waktu is t_C) then (suhu is u_{SP})
27. If (posisi is x_I) and (waktu is t_C) then (suhu is u_{SP})
28. If (posisi is x_A) and (waktu is t_D) then (suhu is u_{SD})
29. If (posisi is x_B) and (waktu is t_D) then (suhu is u_D)
30. If (posisi is x_C) and (waktu is t_D) then (suhu is u_{CP})
31. If (posisi is x_D) and (waktu is t_D) then (suhu is u_{CP})
32. If (posisi is x_E) and (waktu is t_D) then (suhu is u_P)
33. If (posisi is x_F) and (waktu is t_D) then (suhu is u_{SP})
34. If (posisi is x_G) and (waktu is t_D) then (suhu is u_{SP})
35. If (posisi is x_H) and (waktu is t_D) then (suhu is u_{SP})
36. If (posisi is x_I) and (waktu is t_D) then (suhu is u_{SP})
37. If (posisi is x_A) and (waktu is t_E) then (suhu is u_{SD})
38. If (posisi is x_B) and (waktu is t_E) then (suhu is u_D)
39. If (posisi is x_C) and (waktu is t_E) then (suhu is u_{CP})
40. If (posisi is x_D) and (waktu is t_E) then (suhu is u_P)
41. If (posisi is x_E) and (waktu is t_E) then (suhu is u_P)
42. If (posisi is x_F) and (waktu is t_E) then (suhu is u_{SP})
43. If (posisi is x_G) and (waktu is t_E) then (suhu is u_{SP})
44. If (posisi is x_H) and (waktu is t_E) then (suhu is u_{SP})
45. If (posisi is x_I) and (waktu is t_E) then (suhu is u_{SP})
46. If (posisi is x_A) and (waktu is t_F) then (suhu is u_{SD})
47. If (posisi is x_B) and (waktu is t_F) then (suhu is u_D)

48. If (posisi is x_C) and (waktu is t_F) then (suhu is u_{CP})
49. If (posisi is x_D) and (waktu is t_F) then (suhu is u_{CP})
50. If (posisi is x_E) and (waktu is t_F) then (suhu is u_P)
51. If (posisi is x_F) and (waktu is t_F) then (suhu is u_P)
52. If (posisi is x_G) and (waktu is t_F) then (suhu is u_{SP})
53. If (posisi is x_H) and (waktu is t_F) then (suhu is u_{SP})
54. If (posisi is x_I) and (waktu is t_F) then (suhu is u_{SP})
55. If (posisi is x_A) and (waktu is t_G) then (suhu is u_{SD})
56. If (posisi is x_B) and (waktu is t_G) then (suhu is u_D)
57. If (posisi is x_C) and (waktu is t_G) then (suhu is u_{CP})
58. If (posisi is x_D) and (waktu is t_G) then (suhu is u_{CP})
59. If (posisi is x_E) and (waktu is t_G) then (suhu is u_P)
60. If (posisi is x_F) and (waktu is t_G) then (suhu is u_{SP})
61. If (posisi is x_G) and (waktu is t_G) then (suhu is u_{SP})
62. If (posisi is x_H) and (waktu is t_G) then (suhu is u_{SP})
63. If (posisi is x_I) and (waktu is t_G) then (suhu is u_{SP})
64. If (posisi is x_A) and (waktu is t_H) then (suhu is u_{SD})
65. If (posisi is x_B) and (waktu is t_H) then (suhu is u_D)
66. If (posisi is x_C) and (waktu is t_H) then (suhu is u_{CP})
67. If (posisi is x_D) and (waktu is t_H) then (suhu is u_{CP})

68. If (posisi is x_E) and (waktu is t_H) then (suhu is u_P)
69. If (posisi is x_F) and (waktu is t_H) then (suhu is u_P)
70. If (posisi is x_G) and (waktu is t_H) then (suhu is u_P)
71. If (posisi is x_H) and (waktu is t_H) then (suhu is u_{SP})
72. If (posisi is x_I) and (waktu is t_H) then (suhu is u_{SP})
73. If (posisi is x_A) and (waktu is t_I) then (suhu is u_{SD})
74. If (posisi is x_B) and (waktu is t_I) then (suhu is u_D)
75. If (posisi is x_C) and (waktu is t_I) then (suhu is u_{CP})
76. If (posisi is x_D) and (waktu is t_I) then (suhu is u_{CP})
77. If (posisi is x_E) and (waktu is t_I) then (suhu is u_P)
78. If (posisi is x_F) and (waktu is t_I) then (suhu is u_P)
79. If (posisi is x_G) and (waktu is t_I) then (suhu is u_P)
80. If (posisi is x_H) and (waktu is t_I) then (suhu is u_{SP})
81. If (posisi is x_I) and (waktu is t_I) then (suhu is u_{SP})



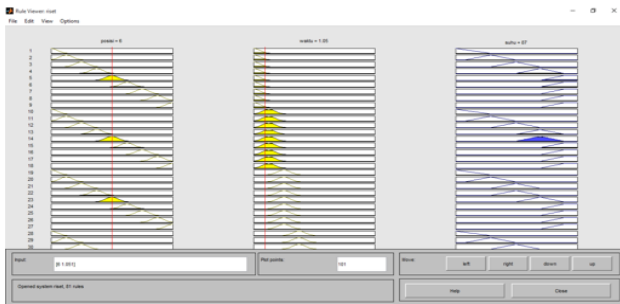
Gambar 6. Aturan pada Sistem Fuzzy

4. Inferensi Fuzzy Metode Mamdani

Proses untuk mengevaluasi *output* pada setiap aturan yang dihubungkan dengan aturan IF-THEN adalah inferensi *fuzzy*. Metode inferensi *fuzzy* yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Mamdani. Metode Mamdani dipilih berdasarkan kelebihanannya yaitu dalam hal pemahaman dan perhitungan. Metode Mamdani atau metode MIN-MAX (*min-max inferencing*) menggunakan fungsi implikasi min atau AND dan agregasi aturan max atau OR.

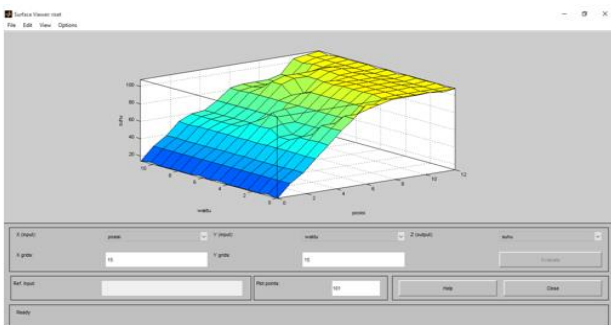
5. Melakukan defuzzifikasi menggunakan metode defuzzifikasi Centroid.

Proses defuzzifikasi adalah proses pemetaan dari himpunan *fuzzy* ke himpunan tegas. Metode yang digunakan dalam proses defuzzifikasi adalah metode Centroid. Proses defuzzifikasi dengan metode Centroid dilakukan dengan *Software* dengan hasil yang terlihat pada Gambar (7).



Gambar 7. Hasil Defuzzifikasi Sistem Fuzzy

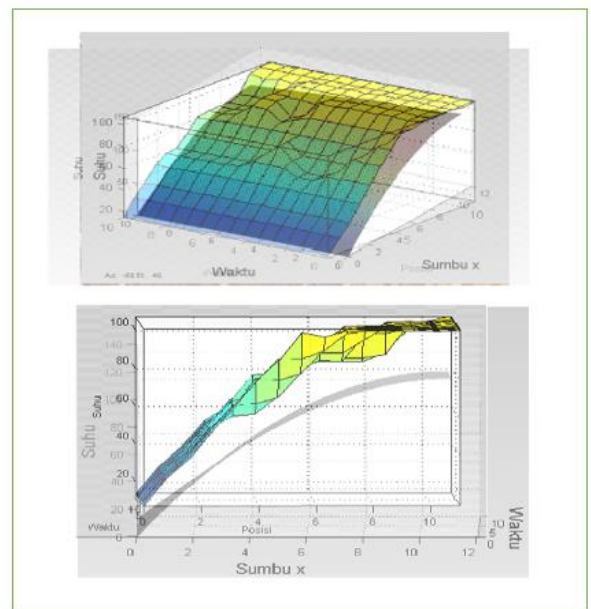
Berikut tampilan permukaan *fuzzy logic* pada penelitian ini:



Gambar 8. Surface Viewer

6. Melakukan penggabungan dua grafik distribusi suhu.

Penggabungan grafik dilakukan untuk mengetahui seberapa besar perbedaan antara grafik distribusi suhu dari persamaan dan grafik distribusi suhu dari *fuzzy logic*. Distribusi suhu persamaan hanya diambil setengah dari keseluruhan panjang batang logam dimana suhu berada tepat di titik tertinggi. Berikut tampilan penggabungan grafik distribusi suhu dari persamaan yang diambil setengah dari keseluruhan panjang batang logam dan grafik distribusi suhu dari *fuzzy logic*:



Gambar 9. Gabungan Surface viewer dan Distribusi Suhu

7. Melakukan pengujian keakurasian terhadap data testing.

$$\text{Akurasi} = \frac{\text{jumlah data benar}}{\text{jumlah seluruh data}} \times 100\%$$

$$\text{Akurasi}_{\text{testing}} = \frac{440}{485} \times 100\% = 91,00\%$$

Sehingga, tingkat keakurasian sistem *fuzzy* untuk data *testing* sebesar 91,00%, dengan persentase nilai kesalahan sebesar

$$\text{salah} = 100\% - \text{Akurasi}$$

$$\text{salah}_{\text{testing}} = 100\% - 91\% = 9\%$$

8. Melakukan pengujian keakurasian terhadap data training.

$$\text{Akurasi} = \frac{\text{jumlah data benar}}{\text{jumlah seluruh data}} \times 100\%$$

$$\text{Akurasi}_{\text{training}} = \frac{459}{501} \times 100\% = 91,61\%$$

Sehingga, tingkat keakurasian sistem *fuzzy* untuk data *training* sebesar 91,61%, dengan persentase nilai kesalahan sebesar

$$\text{salah} = 100\% - \text{Akurasi}$$

$$\text{salah}_{\text{training}} = 100\% - 91,61\% = 8,39\%$$

SIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan dalam pembahasan, sehingga diperoleh kesimpulan.

1. Berdasarkan dari *output* solusi persamaan panas dimensi satu setelah diaplikasikan dalam *fuzzy logic* diperoleh tingkat akurasi sebesar 91,61% untuk data *training*, dan 91,00% untuk data *testing*.
2. Berdasarkan dari *output* solusi persamaan panas dimensi satu setelah diaplikasikan dalam *fuzzy logic* didapat tingkat kesalahan sebesar 8,39% pada data *training* dan 9% pada data *testing*.

Saran

Pada penelitian ini hanya dibahas tentang aplikasi *fuzzy logic* pada persamaan panas

dimensi satu saja. Untuk penelittian berikutnya dapat dibahas tentang aplikasi *fuzzy logic* untuk persamaan panas dimensi yang lebih tinggi dengan syarat batas Neuman atau Robin.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahmadi. (2016). Tinjauan Kasus Persamaan Panas Dimensi Satu Secara Analitik. *Skripsi*. Universitas Negeri Yogyakarta.
- C.DiPrima, Willian E.Boyce & Richard. (2009). *Elementary Diffirential Equations and Boundary Value Problems*. 9th.Ed.New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Duffy, D. G. (2003). *Advanced Engineering Mathematics with Matlab*.2nd. Ed. Florida: Chapman and Hall/CRC.
- Eminugroho Ratna Sari, Dwi L.& Fitriana Yuli S.(2013). *Eksistensi dan Ketunggalan Solusi Persamaan Panas*. Jurnal Sains Dasar (Nomor 2 tahun 2013). Hlm.41-48.
- G.Zill, D. (2005). *A First Course in Differential Equations*.8th. Ed. Victoria: Thomson Learning.
- G.Zill, D & Michael R. Cullen. (2009). *Differential Equations with Boundary-Value Problems*.7th. Ed. Boston: Brooks/Cole.