

ANALISIS ANTRIAN SISTEM LAYANAN MANDIRI PADA SPBU ADISUCIPTO YOGYAKARTA

ANALYSIS OF SELF-SERVICE QUEUING SYSTEM AT ADISUCIPTO GAS STATION YOGYAKARTA

Oleh: Dwi Febriani¹, Sahid²

Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika
dwifebriani33@gmail.com¹, sahid@uny.ac.id²

Abstrak

SPBU Adisucipto D.I Yogyakarta merupakan SPBU yang menerapkan pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri khusus sepeda motor. Meningkatnya jumlah kendaraan bermotor khususnya sepeda motor menyebabkan kebutuhan masyarakat terhadap BBM juga mengalami peningkatan sehingga penerapan sistem ini masih menimbulkan antrian. Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh model dan ukuran keefektifan sistem antrian yang optimal pada pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta. Data yang digunakan berupa data kedatangan pelanggan yang diperoleh dari observasi selama 1 pekan dan data laporan bulanan milik SPBU selama tahun 2017. Pengolahan data diawali dengan analisis data kedatangan dan pelayanan pelanggan, uji kecocokan distribusi, pemeriksaan kondisi tunak (*steady state*) kemudian penentuan model dan ukuran keefektifan sistem serta dilakukan simulasi dan optimasi sistem antrian. Hasil penelitian berupa model antrian multifase yang disusun secara seri. Model yang diterapkan belum optimal sehingga dilakukan penambahan satu *server* pada fase pembayaran setiap hari kecuali pada jam 01.30-06.00. Model yang optimal adalah model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$ untuk fase pembayaran dengan ukuran keefektifan meliputi $\rho = 0,506$; $L_q = 1$; $L_s = 2$; $W_q = 0,209$; dan $W_s = 0,814$; dan model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$ untuk fase pengisian BBM dengan ukuran keefektifan meliputi $\rho = 0,505$; $L_q = 1$; $L_s = 2$; $W_q = 0,413$; dan $W_s = 1,619$.

Kata kunci: sistem antrian, SPBU, sistem layanan mandiri, ukuran keefektifan.

Abstract

The Adisucipto gas station Yogyakarta is a gas station that implements of the fuel charging using self-service system for motorcycle. The increasing number of motorcycles in D.I Yogyakarta gives impact in increasing the needs of petroleum so the implementation of this system still creates queue. The purpose of this research is to obtain the model and to measure the effectiveness optimal of the queuing system. The data used in this reseach consists of customer arivals data obtained from observation during a week and from monthly report by the gas station during 2017. Data processing begins with data analysis of arrival rate and customer service, fit test of distribution, steady state inspection, then determining the model, measuring the system effectiveness, simulating and optimizating the queuing system. The result of this research is that the applied queuing system model is a multiphase model which consists of two phases arranged in series. The applied model was not optimized so that is added one server in the payment phase for every day except at 01.30 P.M – 06.00 P.M. The optimal queuing system model consists of the payment phase, with queuing model $M/M/2 : GD/\infty/\infty$, the effectiveness measures $\rho = 0,506$; $L_q = 1$; $L_s = 2$; $W_q = 0,209$; and $W_s = 0,814$; and the fuel charging phase, with queuing model $M/M/2 : GD/\infty/\infty$, the effectiveness measures $\rho = 0,505$; $L_q = 1$; $L_s = 2$; $W_q = 0,413$; and $W_s = 1,619$.

Keywords: queuing system, gas station, self-service system, effectiveness measure.

PENDAHULUAN

Fenomena mengantri atau menunggu sangat sering dijumpai. Antrian terjadi karena terbatasnya kapasitas pelayanan dalam melayani

pelanggan. Antrian yang terlalu panjang dapat merugikan pelanggan maupun penyedia layanan jasa. Hal ini terjadi apabila terdapat pelanggan yang tidak sabar mengantri karena menunggu terlalu lama sehingga memutuskan untuk

meninggalkan sistem (Faisal, 2005). Fenomena mengantri dapat ditemukan pada penggunaan fasilitas umum, misalnya pada pemesanan makanan di restoran, pembelian tiket kereta api, dan terjadi juga di pengisian bahan bakar minyak (BBM) di SPBU.

Antrian yang terjadi di SBPU disebabkan oleh meningkatnya jumlah kendaraan bermotor, seperti di D.I Yogyakarta. Jumlah kendaraan bermotor terutama sepeda motor di D.I Yogyakarta mengalami peningkatan setiap tahunnya (BPS, 2017). Hal ini berdampak pada meningkatnya kebutuhan masyarakat terhadap bahan bakar minyak (BBM) sehingga sering mengakibatkan antrian pada pengisian BBM khusus jalur sepeda motor di SPBU.

Untuk mengatasi antrian tersebut, PT. Pertamina menggunakan beberapa cara, diantaranya dengan memberlakukan sistem layanan mandiri (*self service system*) khususnya untuk sepeda motor (Pertamina, 2014). Sistem layanan mandiri adalah sistem pengisian BBM yang dilakukan secara mandiri oleh pelanggan. Penerapan sistem layanan mandiri di D.I Yogyakarta baru dirilis pada bulan Mei 2016. Penerapan sistem ini bertujuan untuk meningkatkan efisiensi berupa pengurangan pegawai dan meminimalisir kecurangan yang dapat dilakukan petugas pengisian maupun pelanggan (Pertamina, 2014).

SPBU Adisucipto Yogyakarta merupakan salah satu SPBU yang menerapkan pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri. Berdasarkan kebijakan yang diterapkan, hanya dua mesin pompa pengisian BBM saja yang dioperasikan. Dalam penerapannya, sistem layanan mandiri masih menimbulkan antrian pengisian BBM di SPBU. Hal ini disebabkan oleh kebiasaan pelanggan yang dilayani oleh petugas dan kurangnya informasi serta sosialisasi kepada masyarakat. Oleh karena itu, perlu adanya gambaran mengenai masalah yang terjadi pada pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta untuk menjelaskan keadaan sistem yang sebenarnya. Gambaran tersebut berupa model antrian dan ukuran keefektifan pada pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri agar sistem dapat optimal dan sesuai dengan standar waktu yang ditetapkan oleh PT. Pertamina.

METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif (*deskriptif research*) yang bertujuan

untuk menggambarkan karakteristik model dan ukuran keefektifan sistem antrian pada pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri khusus sepeda motor di SPBU Adisucipto Yogyakarta.

Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilakukan di SPBU COCO 41.552.01 atau SPBU Adisucipto Yogyakarta yang beralamat di Jl. Laksda Adisucipto Km.6, Caturtunggal, Depok, Sleman, Daerah Istimewa Yogyakarta. Waktu penelitian dilaksanakan selama 10 hari pada tanggal 13-22 November 2017.

Populasi dan Sampel Penelitian

1. Populasi Penelitian

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh pelanggan yang melakukan pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri khusus sepeda motor di SPBU Adisucipto Yogyakarta selama tahun 2017 dengan waktu kerja selama 24 jam.

2. Sampel Penelitian

Sampel dalam penelitian ini adalah pelanggan yang melakukan pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri khusus di SPBU Adisucipto Yogyakarta selama 1 pekan yakni tanggal 12-18 November 2017 dengan waktu kerja selama 24 jam.

Pengumpulan Data

1. Data Primer

Data primer merupakan data yang diperoleh melalui pengamatan langsung (observasi) di SPBU Adisucipto Yogyakarta berupa jumlah kedatangan pelanggan selama 1 pekan, prosedur pelayanan sistem layanan mandiri, dan tugas dan tanggungjawab setiap *server* pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri.

2. Data Sekunder

Data sekunder merupakan data yang diperoleh dari laporan-laporan perusahaan yang telah ada berupa struktur dan fasilitas sistem pelayanan dan jumlah kedatangan pelanggan selama tahun 2017.

Metode Penelitian

1. Metode Observasi

Metode observasi bertujuan untuk mengetahui struktur dan fasilitas sistem pelayanan serta melakukan perhitungan jumlah kedatangan pelanggan per satuan waktu dengan bantuan data digital di SPBU Adisucipto Yogyakarta.

2. Metode Wawancara

Metode wawancara bertujuan untuk mengetahui informasi sistem dengan mengadakan tanya jawab kepada penanggung jawab SPBU Adisucipto Yogyakarta bagian pengelola sistem layanan mandiri.

3. Metode Studi Literatur

Metode studi literatur dilakukan dengan membaca pustaka seperti jurnal, *website*, buku referensi dan lain sebagainya.

Instrumen Penelitian

Instrumen-instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. *worksheet* untuk mencatat data-data primer yang diperoleh seperti data jumlah dan waktu kedatangan pelanggan,
2. CCTV untuk perhitungan jumlah kedatangan pelanggan yang tertinggal, dan
3. alat tulis untuk mencatat data-data primer secara manual.

Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan pada fase pembayaran dan fase pengisian BBM dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. perhitungan rata-rata tingkat kedatangan (λ) dan rata-rata tingkat pelayanan pelanggan (μ);
2. pengujian kecocokan distribusi tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan;
3. penentuan struktur dan model antrian yang diterapkan pada SPBU Adisucipto Yogyakarta;
4. pengoptimalisasian sistem layanan mandiri dengan menghitung ukuran keefektifan model sistem antrian; dan
5. penentuan jumlah *server* optimal berdasarkan perbandingan antara rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan untuk menunggu dalam sistem.

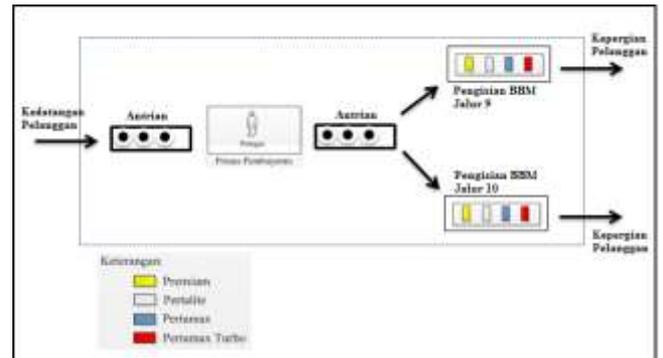
Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil Penelitian

1. Sistem Antrian Pengisian BBM

SPBU Adisucipto Yogyakarta merupakan SPBU yang menerapkan pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri khusus sepeda motor dengan jenis bahan bakar yaitu Premium, Peralite, Pertamina dan Pertamina Turbo. SPBU Adisucipto Yogyakarta beroperasi selama 24 jam setiap hari dan saat jam istirahat, pelayanan di SPBU tetap beroperasi. Model yang diterapkan merupakan model antrian multifase yang terdiri atas fase pembayaran dan fase pengisian BBM

yang disusun secara seri. Fase pertama yaitu pembayaran, pelanggan akan dilayani oleh seorang petugas (*server*) untuk melakukan transaksi berupa jumlah pembayaran dan jenis bahan bakar yang diinginkan. Fase kedua yaitu pengisian BBM, pelanggan akan melakukan pengisian BBM secara mandiri melalui dua mesin pompa (*server*) yang terletak pada jalur 9 dan jalur 10 dengan masing-masing jalur terdiri atas empat corong bahan bakar yaitu Premium, Peralite, Pertamina dan Pertamina Turbo.



Gambar 1. Sistem Antrian pada SPBU Adisucipto Yogyakarta

Model antrian seri yang diterapkan pada SPBU Adisucipto Yogyakarta memiliki perbedaan dengan model antrian seri pada umumnya yakni terjadi antrian untuk memperoleh pelayanan pada fase 2 (pengisian BBM) sehingga waktu pelayanan pelanggan pada fase 1 (pembayaran) tidak sama dengan waktu kedatangan pelanggan pada fase 2 (pengisian BBM) atau dapat dinotasikan dengan ($\mu_1 \neq \lambda_2$). Oleh karena itu, dalam pembahasan ini terdapat waktu kedatangan dan waktu pelayanan untuk setiap fase.

Kedatangan pelanggan bersifat acak sehingga tidak dapat diramalkan setiap hari. Waktu yang diperlukan oleh *server* untuk melayani pelanggan juga bersifat acak dan relatif tidak sama tergantung pada besarnya transaksi pembayaran dan kemampuan pelanggan dalam melakukan pengisian BBM.

Disiplin pelayanan yang diterapkan adalah *first come first served* (FCFS), pelanggan yang pertama datang akan dilayani terlebih dahulu. Pelanggan yang datang untuk melakukan pengisian BBM tidak terbatas dan pelayanan yang diberikan oleh *server* juga tidak terbatas, sehingga semua pelanggan yang mengantri akan memperoleh pelayanan.

2. Jumlah Kedatangan Pelanggan

Dalam penelitian ini, data yang digunakan merupakan data jumlah kedatangan pelanggan yang melakukan pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri khusus sepeda motor selama tahun 2017 dengan waktu kerja selama 24 jam yang diperoleh berdasarkan laporan bulanan milik SPBU Adisucipto Yogyakarta tahun 2017.

Analisis Data

1. Tingkat Kedatangan

Tingkat kedatangan pelanggan merupakan banyaknya pelanggan yang datang untuk mendapatkan pelayanan oleh *server*, dinyatakan dalam berapa banyak jumlah pelanggan (sepeda motor) dalam periode waktu tertentu.

Rata-rata tingkat kedatangan pelanggan (λ) setiap bulan di SPBU Adisucipto Yogyakarta dapat dicari dengan

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pelanggan}}{\text{total waktu pelayanan}}. \quad (1)$$

Hasil perhitungan rata-rata tingkat kedatangan pelanggan selama tahun 2017 disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Tingkat Kedatangan Tahun 2017

	<i>Server</i> Pembayaran (Pelanggan)	<i>Server</i> Pengisian BBM Jalur 9 (Pelanggan)	<i>Server</i> Pengisian BBM Jalur 10 (Pelanggan)
Jan	1.683	0.840	0.842
Feb	1.487	0.743	0.744
Mar	1.552	0.776	0.776
Apr	1.580	0.790	0.789
Mei	1.675	0.838	0.837
Jun	1.653	0.827	0.826
Jul	1.688	0.844	0.842
Agst	1.738	0.869	0.871
Sept	1.748	0.873	0.873
Okt	1.835	0.918	0.917
Nov	1.743	0.871	0.872
Des	1.703	0.852	0.852
Mean	1.674	0.837	0.837

Berdasarkan Tabel 1 diketahui bahwa rata-rata jumlah kedatangan pelanggan tahun 2017 adalah 1,674 pelanggan/menit dengan 0,837 pelanggan/menit melakukan pengisian BBM pada jalur 9 dan jalur 10. Rata-rata jumlah kedatangan pelanggan terbanyak terjadi pada bulan Oktober, sedangkan rata-rata jumlah kedatangan pelanggan paling sedikit terjadi pada bulan Februari.

2. Tingkat Pelayanan

Tingkat pelayanan pelanggan merupakan lamanya waktu yang dibutuhkan *server* untuk melayani pelanggan. Perhitungan rata-rata tingkat pelayanan dilakukan karena data pelayanan pelanggan tidak diperoleh dalam data digital milik SPBU. Rata-rata tingkat pelayanan (μ) setiap hari di SPBU Adisucipto Yogyakarta dapat dicari dengan

$$\mu = \frac{\text{total waktu pelayanan (1 hari)}}{\text{jumlah pelanggan (1 hari)}}. \quad (2)$$

Rata-rata tingkat pelayanan pelanggan (μ) setiap bulan di SPBU Adisucipto Yogyakarta dapat dicari dengan

$$\mu = \frac{\text{total waktu pelayanan (1 jam)}}{\text{rata-rata waktu pelayanan (1 bulan)}}. \quad (3)$$

Hasil perhitungan rata-rata tingkat pelayanan pelanggan selama tahun 2017 disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Tingkat Pelayanan Tahun 2017

	<i>Server</i> Pembayaran (Pelanggan)	<i>Server</i> Pengisian BBM Jalur 9 (Pelanggan)	<i>Server</i> Pengisian BBM Jalur 10 (Pelanggan)
Jan	1.615	0.806	0.808
Feb	1.480	0.740	0.741
Mar	1.541	0.771	0.770
Apr	1.566	0.783	0.783
Mei	1.663	0.832	0.832
Jun	1.623	0.811	0.811
Jul	1.685	0.842	0.840
Agst	1.737	0.869	0.870
Sept	1.740	0.869	0.869
Okt	1.831	0.916	0.915
Nov	1.724	0.862	0.862
Des	1.682	0.841	0.841
Mean	1.657	0.829	0.829

Berdasarkan Tabel 2 diketahui bahwa rata-rata tingkat pelayanan pelanggan tahun 2017 adalah 1,657 pelanggan/menit dengan 0,829 pelanggan/menit melakukan pengisian BBM pada jalur 9 dan jalur 10. Rata-rata tingkat pelayanan pelanggan tertinggi terjadi pada bulan Oktober, sedangkan rata-rata tingkat pelayanan pelanggan paling sedikit terjadi pada bulan Februari.

3. Uji Kecocokan Distribusi

Uji kecocokan distribusi dilakukan menggunakan metode Kolmogorov-Smirnov dengan program R yang bertujuan untuk mengetahui distribusi yang terdapat dalam data

tingkat kedatangan dan pelayanan pelanggan selama tahun 2017.

a. Uji Kecocokan Distribusi Tingkat Kedatangan Pelanggan

Uji kecocokan distribusi untuk tingkat kedatangan pelanggan ialah distribusi Poisson yang dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

- 1) rumusan hipotesis
 H_0 : Data kedatangan berdistribusi Poisson,
 H_1 : Data kedatangan tidak berdistribusi Poisson;
- 2) taraf signifikansi, $\alpha = 0,05$;
- 3) statistik uji
 Uji Kolmogorov-Smirnov dengan R;
- 4) kriteria keputusan
 Tolak H_0 jika nilai $p\text{-value} < \alpha$;
- 5) hasil output

Tabel 3 Output Uji Kolmogorov-Smirnov Tingkat Kedatangan Pelanggan
 One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: tingkat_kedatangan_uji_kolmo\$`Server Pembayaran` D = 1, p-value = 0.215 alternative hypothesis: two-sided
data: tingkat_kedatangan_uji_kolmo\$`Server Pengisian BBM Jalur 9` D = 1, p-value = 0.280 alternative hypothesis: two-sided
data: tingkat_kedatangan_uji_kolmo\$`Server Pengisian BBM Jalur 10` D = 1, p-value = 0.284 alternative hypothesis: two-sided

Berdasarkan Tabel 3 diketahui bahwa nilai Asymp. Sig. (2-tailed) atau $p\text{-value}$ adalah 0,215 untuk *server* pembayaran, 0,280 untuk *server* pengisian jalur 9 dan 0,284 untuk *server* pengisian jalur 10. Hal ini berarti nilai $p\text{-value} > \alpha$ sehingga H_0 diterima.

- 6) kesimpulan
 Pada taraf signifikansi 0,05 dapat disimpulkan bahwa tingkat kedatangan pelanggan pada *server* pembayaran dan *server* pengisian berdistribusi Poisson.

b. Uji Kecocokan Distribusi Tingkat Kedatangan Pelanggan

Uji kecocokan distribusi untuk tingkat pelayanan pelanggan ialah distribusi eksponensial yang dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

- 1) rumusan hipotesis
 H_0 : Data kedatangan berdistribusi eksponensial,
 H_1 : Data kedatangan tidak berdistribusi eksponensial;

- 2) taraf signifikansi, $\alpha = 0,05$;
- 3) statistik uji
 Uji Kolmogorov-Smirnov dengan R;
- 4) kriteria keputusan
 Tolak H_0 jika nilai $p\text{-value} < \alpha$;
- 5) hasil output

Tabel 4 Output Uji Kolmogorov-Smirnov Tingkat Pelayanan Pelanggan
 One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: tingkat_pelayanan_uji_kolmo\$`Server Pembayaran` D = 1, p-value = 0.215 alternative hypothesis: two-sided
data: tingkat_pelayanan_uji_kolmo\$`Server Pengisian BBM Jalur 9` D = 1, p-value = 0.253 alternative hypothesis: two-sided
data: tingkat_pelayanan_uji_kolmo\$`Server Pengisian BBM Jalur 10` D = 1, p-value = 0.249 alternative hypothesis: two-sided

Berdasarkan Tabel 4 diketahui bahwa nilai Asymp. Sig. (2-tailed) atau $p\text{-value}$ adalah 0,215 untuk *server* pembayaran, 0,253 untuk *server* pengisian jalur 9 dan 0,249 untuk *server* pengisian jalur 10. Hal ini berarti nilai $p\text{-value} > \alpha$ sehingga H_0 diterima.

- 6) Kesimpulan
 Pada taraf signifikansi 0,05 dapat disimpulkan bahwa tingkat pelayanan pelanggan pada *server* pembayaran dan *server* pengisian berdistribusi eksponensial.

4. Pemeriksaan Kondisi Tunak (Steady State)

Pemeriksaan kondisi tunak bertujuan untuk menghitung ukuran keefektifan kinerja sistem antrian. Hasil perhitungan rata-rata tingkat kedatangan (λ) dan rata-rata tingkat pelayanan (μ) di kedua fase tersebut disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5 Tingkat Kegunaan dan Kondisi Tunak

	c	λ (menit)	μ (menit)	$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$	Kondisi Tunak (Steady State)
Fase Pembayaran	1	1.674	1.653	1.013	Tidak
Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	Ya

Berdasarkan Tabel 5 diketahui bahwa sistem antrian pada fase pembayaran tidak mencapai kondisi tunak dikarenakan nilai $\rho = 1,013 > 1$ yang mengakibatkan sistem tidak stabil apabila dilakukan secara berkala sehingga terjadi antrian dalam sistem. Oleh karena itu, sistem layanan mandiri pada fase pembayaran perlu dilakukan perbaikan, sedangkan pada fase pengisian BBM dengan dua *server* pada jalur 9 dan jalur 10 telah mencapai kondisi tunak.

5. Perbaikan Kondisi Tunak (*Steady State*)

Dua alternatif perbaikan yang dapat dilakukan pada fasilitas pelayanan yang tidak mencapai kondisi tunak (*steady state*), yaitu:

- mengubah laju rata-rata tingkat kedatangan (λ) dan laju rata-rata tingkat pelayanan (μ), dan
- mengubah jumlah fasilitas pelayanan (*server* (c)) yang tersedia.

Alternatif pertama yaitu mengubah laju rata-rata tingkat kedatangan (λ) dan laju rata-rata tingkat pelayanan (μ) pada fase pembayaran. Menurut Putri, Subekti & Binatari (2017) simulasi Monte Carlo adalah salah satu teknik yang dapat digunakan.

Dalam penelitian ini tingkat kedatangan pelanggan (λ) dan tingkat pelayanan (μ) bersifat acak sehingga tidak dapat diramalkan setiap harinya dan relatif tidak sama tergantung pada besarnya transaksi pembayaran dan kemampuan pelanggan dalam melakukan pengisian BBM. Apabila alternatif pertama dilakukan, maka akan membatasi jumlah kedatangan pelanggan yang akan memasuki fasilitas pelayanan di SPBU, padahal SPBU Adisucipto Yogyakarta beroperasi selama 24 jam dan kebutuhan masyarakat terhadap BBM yang berbeda-beda sehingga membatasi jumlah kedatangan pelanggan kurang efektif untuk dilakukan. Alternatif ini juga akan membatasi waktu pelayanan yang diberikan kepada pelanggan sehingga pelayanan dilakukan secara terburu-buru yang mengakibatkan ketidaktelitian petugas dalam proses transaksi, padahal proses transaksi merupakan proses terpenting yang kemudian akan dilaporkan sebagai bentuk tanggungjawab kepada PT. Pertamina Retail.

Alternatif kedua yaitu dengan mengubah jumlah fasilitas pelayanan (*server* (c)) yang tersedia. SPBU Adisucipto Yogyakarta memiliki dua *server* pembayaran dan empat *server* pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri, tetapi berdasarkan kebijakan yang diterapkan oleh pihak SPBU, maka hanya satu *server* pembayaran dan dua *server* pengisian BBM saja yang dioperasikan sehingga terdapat fasilitas pelayanan yang menganggur. Alternatif ini dilakukan sebagai bahan optimalisasi dan pemanfaatan fasilitas pelayanan yang menganggur pada sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta. Oleh karena itu, solusi alternatif yang dapat dilakukan agar sistem antrian pada fase pembayaran mencapai kondisi tunak yaitu dengan

mengubah jumlah fasilitas pelayanan (*server* (c)) yang tersedia.

Jumlah fasilitas pelayanan (*server* (c)) dapat dicari dengan menggunakan syarat bahwa $\rho < 1$ yakni $\frac{\lambda}{c\mu} < 1$ atau $c > \frac{\lambda}{\mu}$ sehingga diperoleh

$$c > \frac{\lambda}{\mu} > \frac{1.674}{1.653} > 1,013. \quad (1)$$

Hasil perhitungan tersebut diperoleh $c = 2$. Dengan demikian, dilakukan perhitungan kembali kondisi tunak pada fase pembayaran dengan jumlah *server* (c) = 2, yaitu:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{1.674}{2 \times 1.653} = 0,506 < 1. \quad (2)$$

Hal ini berarti kondisi tunak pada fase pembayaran telah terpenuhi sehingga diperoleh kondisi tunak setelah perbaikan disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6 Tingkat Kegunaan dan Kondisi Tunak setelah Perbaikan

	c	λ (menit)	μ (menit)	$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$	Kondisi Tunak (<i>Steady State</i>)
Fase Pembayaran	2	1.674	1.653	0.506	Ya
Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	Ya

Berdasarkan Tabel 6 diketahui bahwa sistem antrian pada fase pembayaran dan fase pengisian BBM dengan dua *server* telah mencapai kondisi tunak.

Pembahasan

1. Model Sistem Antrian Pengisian BBM di SPBU Adisucipto Yogyakarta

Pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta termasuk dalam model antrian multifase yang terdiri atas dua fase yang disusun secara seri. Dengan menggunakan aturan notasi Kendall-Lee, maka diperoleh model antrian yaitu:

- fase pembayaran memiliki model antrian $M/M/1 : GD/\infty/\infty$,
- fase pengisian BBM dengan dua *server* pada jalur 9 dan jalur 10 memiliki model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$.

Setelah dilakukan perbaikan kondisi tunak maka sistem antrian pada pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta memiliki notasi model antrian yaitu:

- fase pembayaran dengan dua *server* memiliki model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$,

- b. fase pengisian BBM dengan dua server yaitu pada jalur 9 dan jalur 10 memiliki model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$.

2. Ukuran Keefektifan Sistem Antrian

Perhitungan ukuran keefektifan dapat dilakukan apabila laju tingkat kedatangan dan laju tingkat pelayanan telah mencapai kondisi tunak, sehingga model yang digunakan adalah model telah dilakukan perbaikan. Berikut ini merupakan hasil perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta yang disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7 Ukuran Keefektifan Sistem Antrian

	c	λ	μ	ρ	P_0	L_q	L_s	W_q	W_s
Fase Pembayaran	1	1.674	1.653	1.013	-	-	-	-	-
Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	0.329	0.346	1.355	0.413	1.619

3. Simulasi Model Sistem Antrian

Simulasi model sistem antrian dilakukan dengan mengubah jumlah fasilitas pelayanan (*server* (c)) yang tersedia. Hal ini digunakan untuk mengetahui keadaan sistem dan jumlah *server* yang optimal dengan tahapan yaitu perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian menggunakan program WinQSB dan melakukan simulasi kinerja sistem antrian menggunakan program ProModel.

a. Simulasi Model 1

Model 1 merupakan model sistem antrian yang sebenarnya terjadi pada pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta. Model ini terdiri atas pada fase pembayaran memiliki model sistem antrian yaitu $M/M/1 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 1,674$; $\mu = 1,653$; dan $c = 1$, sedangkan pada fase pengisian BBM memiliki model sistem antrian yaitu $M/M/2 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 0,837$; $\mu = 0,829$; dan $c = 2$.

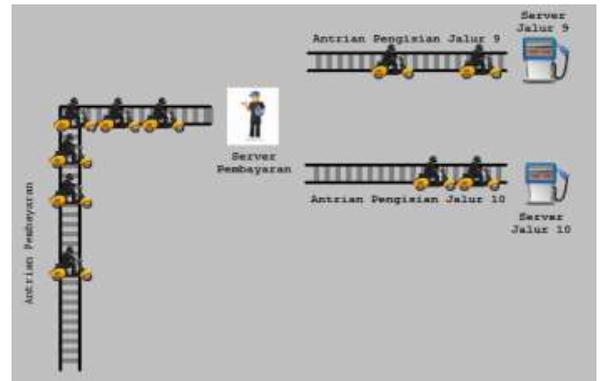
Perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian pada fase pembayaran tidak dapat dihitung, karena model sistem antrian tidak mencapai kondisi tunak sehingga menyebabkan sistem tidak stabil. Perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian pada fase pengisian BBM dilakukan menggunakan program WinQSB

dengan menginput nilai λ dan μ . Hasil perhitungan ukuran keefektifan dapat dilihat pada Tabel 8.

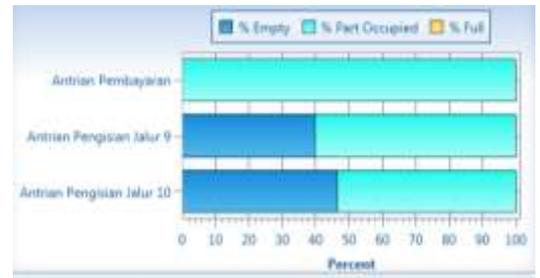
Tabel 8 Ukuran Keefektifan Simulasi Model 1

	c	λ	μ	ρ	P_0	L_q	L_s	W_q	W_s
Fase Pembayaran	1	1.674	1.653	1.013	-	-	-	-	-
Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	0.329	0.346	1.355	0.413	1.619

Simulasi model dilakukan menggunakan program ProModel dengan menginput nilai λ dan μ untuk setiap fase. Hasil simulasi disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Hasil Simulasi Model 1



Gambar 3. Grafik Hasil Simulasi Model 1

Berdasarkan Gambar 3 diketahui bahwa tidak terdapat ruang kosong (*empty*) pada antrian pembayaran. Hal ini berarti kedatangan pelanggan pada fase pembayaran terjadi secara terus-menerus yang mengakibatkan terjadinya antrian dan *server* akan bekerja tanpa henti. Pada Gambar 3 juga diketahui bahwa terdapat ruang kosong (*empty*) $< 50\%$ dalam antrian pengisian BBM pada jalur 9 dan jalur 10. Hal ini berarti kedatangan pelanggan pada fase pengisian BBM tidak menimbulkan antrian yang signifikan sehingga *server* tidak bekerja secara terus-menerus.

b. Simulasi Model 2

Model 2 merupakan model sistem antrian yang telah dilakukan penambahan satu *server*

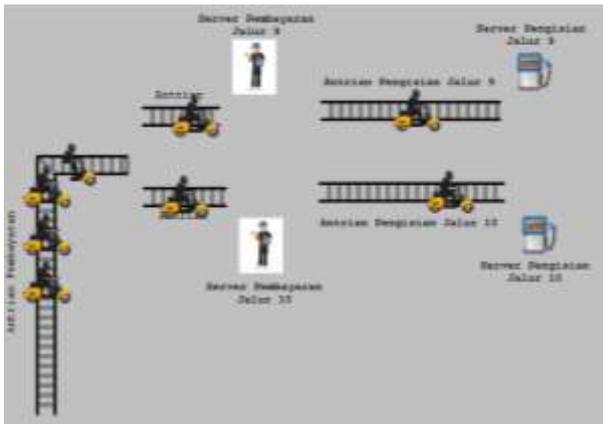
pada fase pembayaran. Model ini terdiri atas pada fase pembayaran memiliki model sistem antrian yaitu $M/M/2 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 1,674$; $\mu = 1,653$; dan $c = 2$, sedangkan pada fase pengisian BBM memiliki model sistem antrian yaitu $M/M/2 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 0,837$; $\mu = 0,829$; dan $c = 2$.

Perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian dilakukan menggunakan program WinQSB dengan menginput nilai λ dan μ untuk setiap fase. Hasil perhitungan ukuran keefektifan dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9 Ukuran Keefektifan Simulasi Model 2

	c	λ	μ	ρ	P_0	L_q	L_s	W_q	W_s
Fase Pembayaran	2	1.674	1.653	0.506	0.328	0.349	1.362	0.209	0.814
Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	0.329	0.346	1.355	0.413	1.619

Simulasi model dilakukan menggunakan program ProModel dengan menginput nilai λ dan μ untuk setiap fase. Hasil simulasi disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Hasil Simulasi Model 2



Gambar 5. Grafik Hasil Simulasi Model 2

Berdasarkan Gambar 5 diketahui bahwa terdapat ruang kosong (*empty*) < 50% pada antrian pembayaran dan antrian pengisian BBM pada jalur 9 dan jalur 10. Hal ini berarti kedatangan pelanggan pada fase pembayaran dan pada fase pengisian BBM tidak menimbulkan antrian yang signifikan sehingga *server* tidak

bekerja secara terus-menerus sehingga sistem dapat berjalan dengan baik dan lancar.

c. Simulasi Model 3

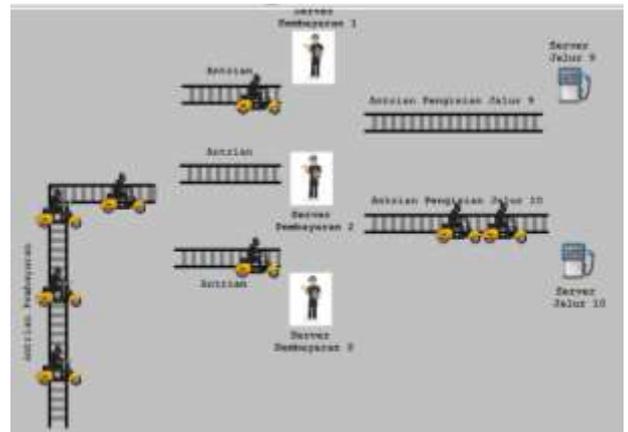
Model 3 merupakan model sistem antrian yang telah dilakukan perbaikan dengan penambahan dua *server* pada fase pembayaran. Model ini terdiri atas pada fase pembayaran memiliki model sistem antrian yaitu $M/M/3 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 1,674$; $\mu = 1,653$; dan $c = 3$, sedangkan pada fase pengisian BBM memiliki model sistem antrian yaitu $M/M/2 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 0,837$; $\mu = 0,829$; dan $c = 2$.

Perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian pada setiap fase dilakukan menggunakan program WinQSB dengan menginput nilai λ dan μ untuk setiap fase. Hasil perhitungan ukuran keefektifan dapat dilihat pada Tabel 10.

Tabel 10 Ukuran Keefektifan Simulasi Model 3

	c	λ	μ	ρ	P_0	L_q	L_s	W_q	W_s
Fase Pembayaran	3	1.674	1.653	0.338	0.359	0.048	1.060	0.029	0.634
Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	0.329	0.346	1.355	0.413	1.619

Simulasi model dilakukan menggunakan program ProModel dengan menginput nilai λ dan μ untuk setiap fase. Hasil simulasi disajikan pada Gambar 6.



Gambar 6. Hasil Simulasi Model 3



Gambar 7. Grafik Hasil Simulasi Model 3

Berdasarkan Gambar 7 diketahui rata-rata terdapat ruang kosong (*empty*) > 50% pada antrian pembayaran. Hal ini berarti kedatangan pelanggan pada fase pembayaran tidak menimbulkan antrian. Akan tetapi, ruang kosong (*empty*) yang terlalu besar menyebabkan ketidakefektifan *server* dalam bekerja. Hal ini mengakibatkan kinerja *server* pada fase pembayaran lebih banyak mengalami kekosongan (menganggur). Pada Gambar 7 juga diketahui bahwa rata-rata terdapat ruang kosong (*empty*) < 50% dalam antrian pengisian BBM. Hal ini berarti kedatangan pelanggan pada fase pembayaran tidak menimbulkan antrian yang signifikan sehingga *server* tidak bekerja secara terus-menerus.

d. Simulasi Model 4

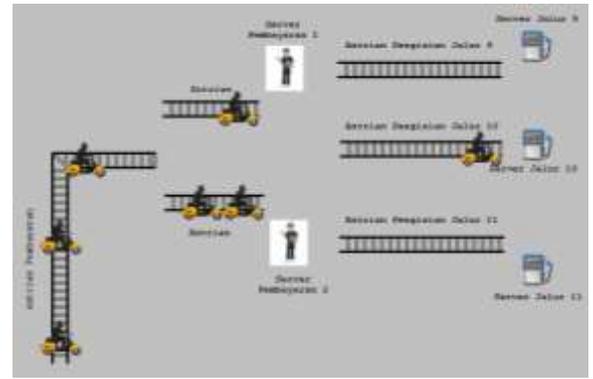
Model 4 merupakan model sistem antrian yang telah dilakukan perbaikan dengan penambahan satu *server* pada fase pembayaran dan fase pengisian BBM. Model ini terdiri atas model sistem antrian pada fase pembayaran yaitu $M/M/2 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 1,674$; $\mu = 1,653$; dan $c = 2$, sedangkan model sistem antrian pada fase pengisian BBM yaitu $M/M/3 : GD/\infty/\infty$ dengan $\lambda = 0,837$; $\mu = 0,829$; dan $c = 3$.

Perhitungan ukuran keefektifan sistem antrian pada setiap fase dilakukan menggunakan program WinQSB dengan menginput nilai λ dan μ untuk setiap fase. Hasil perhitungan ukuran keefektifan dapat dilihat pada Tabel 11.

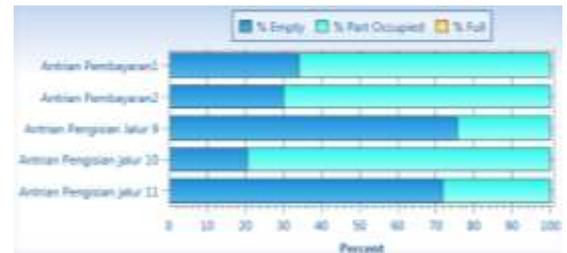
Tabel 11 Ukuran Keefektifan Simulasi Model 4

	<i>c</i>	λ	μ	ρ	P_0	L_q	L_s	W_q	W_s
Fase Pembayaran	2	1.674	1.653	0.506	0.328	0.349	1.362	0.209	0.814
Fase Pengisian	3	0.837	0.829	0.337	0.360	0.047	1.057	0.056	1.263

Simulasi model dilakukan menggunakan program ProModel dengan menginput nilai λ dan μ untuk fase. Hasil simulasi disajikan pada Gambar 8.



Gambar 8. Hasil Simulasi Model 4



Gambar 9. Grafik Hasil Simulasi Model 4

Berdasarkan Gambar 9 diketahui bahwa terdapat ruang kosong (*empty*) < 50% pada antrian pembayaran. Hal ini berarti kedatangan pelanggan pada fase pembayaran tidak menimbulkan antrian yang signifikan sehingga *server* tidak bekerja secara terus-menerus. Pada Gambar 9 juga diketahui bahwa rata-rata terdapat ruang kosong (*empty*) > 50% dalam antrian pengisian BBM. Hal ini berarti kedatangan pelanggan pada fase pengisian BBM tidak menimbulkan antrian. Akan tetapi, ruang kosong (*empty*) yang terlalu besar menyebabkan ketidakefektifan *server* dalam bekerja. Hal ini mengakibatkan kinerja *server* pada fase pengisian BBM lebih banyak mengalami kekosongan (menganggur).

4. Optimasi Sistem Antrian

Hasil ukuran keefektifan dan simulasi model kinerja sistem antrian akan dianalisis agar sistem berjalan optimal dan tidak menimbulkan antrian serta waktu menganggur yang berlebih pada *server*. Standar waktu menunggu yang ditentukan oleh PT. Pertamina yaitu rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian (W_q) tidak lebih dari 0,75 menit. Hasil ukuran keefektifan kinerja dari simulasi model sistem antrian tersebut disajikan pada Tabel 12.

Tabel 12 Ukuran Keefektifan Simulasi Model

		c	λ	μ	ρ	P_0	L_q	L_s	W_q	W_s
Simulasi Model 1	Fase Pembayaran	1	1.674	1.653	1.013	-	-	-	-	-
	Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	0.329	0.346	1.355	0.413	1.619
Simulasi Model 2	Fase Pembayaran	2	1.674	1.653	0.506	0.328	0.349	1.362	0.209	0.814
	Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	0.329	0.346	1.355	0.413	1.619
Simulasi Model 3	Fase Pembayaran	3	1.674	1.653	0.338	0.359	0.048	1.060	0.029	0.634
	Fase Pengisian	2	0.837	0.829	0.505	0.329	0.346	1.355	0.413	1.619
Simulasi Model 4	Fase Pembayaran	2	1.674	1.653	0.506	0.328	0.349	1.362	0.209	0.814
	Fase Pengisian	3	0.837	0.829	0.337	0.360	0.047	1.057	0.056	1.263

Berdasarkan Tabel 12 diketahui bahwa waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian (W_q) telah memenuhi standar waktu yang telah ditetapkan yaitu $W_q < 0.75$ menit sehingga pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta tidak menimbulkan waktu menunggu yang terlalu lama dalam antrian.

Agar sistem berjalan optimal dilakukan penyesuaian jumlah *server* dengan memperhatikan tingkat kegunaan *server* dalam sistem tersebut agar sistem dapat berjalan optimal.

Hasil analisis data pada Tabel 12 diketahui bahwa jumlah *server* yang optimal terdapat pada simulasi model 2. Hal ini dikarenakan simulasi model 2 memiliki peluang tingkat *server* menganggur yang paling kecil dibandingkan dengan simulasi model lainnya, sehingga sistem antrian yang optimal untuk pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri di SPBU Adisucipto Yogyakarta memiliki notasi model sistem antrian untuk setiap fase yaitu:

- fase pembayaran memiliki model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$,
- fase pengisian BBM memiliki model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$.

5. Optimasi Sistem Antrian pada Waktu tertentu

Model sistem antrian yang optimal akan dianalisis pada waktu tertentu agar sistem berjalan optimal sehingga tidak menimbulkan antrian pada jam-jam tertentu. Dalam penelitian ini, data yang digunakan merupakan data jumlah

kedatangan pelanggan di setiap fase selama 1 pekan dengan waktu kerja selama 24 jam tanpa adanya perilaku pelanggan yang meninggalkan sistem antrian. Data diperoleh berdasarkan pengamatan secara langsung pada tanggal 12-18 November 2017. Data tersebut kemudian dikelompokkan berdasarkan waktu kerja selama 1,5 jam agar lebih efisien kemudian diolah menggunakan rata-rata kedatangan pelanggan selama 1 pekan. Rata-rata tingkat kedatangan pelanggan (λ) setiap jam dapat dicari dengan

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pelanggan jam tertentu (1 pekan)}}{\text{total waktu pelayanan (1 pekan)}} \quad (4)$$

Hasil perhitungan tersebut disajikan pada Tabel 13.

Tabel 13 Tingkat Kedatangan Pengamatan

No	Waktu Kedatangan Pelanggan	Fase Pembayaran (Pelanggan)	Fase Pengisian BBM (Pelanggan)	
			Jalur 9	Jalur 10
1	06:00:01 - 07:30:00	169	83	84
2	07:30:01 - 09:00:00	176	87	87
3	09:00:01 - 10:30:00	176	88	88
4	10:30:01 - 12:00:00	155	77	77
5	12:00:01 - 13:30:00	160	82	80
6	13:30:01 - 15:00:00	150	75	75
7	15:00:01 - 16:30:00	180	89	89
8	16:30:01 - 18:00:00	174	88	87
9	18:00:01 - 19:30:00	180	88	89
10	19:30:01 - 21:00:00	160	81	81
11	21:00:01 - 22:30:00	194	97	96
12	22:30:01 - 00:00:00	188	93	92
13	00:00:01 - 01:30:00	166	85	85
14	01:30:01 - 03:00:00	97	49	49
15	03:00:01 - 04:30:00	82	41	41
16	04:30:01 - 06:00:00	101	50	50
Jumlah		2507	1254	1253

Berdasarkan Tabel 13 diketahui bahwa tingkat kedatangan pelanggan adalah 2507 pelanggan dengan 1254 pelanggan melakukan pengisian BBM pada jalur 9 dan 1253 pelanggan melakukan pengisian BBM pada jalur 10. Tingkat kedatangan pelanggan paling banyak terletak pada jam 21.00-22.30, sedangkan tingkat kedatangan pelanggan yang paling sedikit terletak pada jam 03.00-04.30.

Rata-rata tingkat pelayanan pelanggan (μ) dapat dicari dengan

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pelanggan selama 1 pekan}}{\text{total waktu pelayanan}} \quad (5)$$

Hasil perhitungan tersebut disajikan pada Tabel 14.

Tabel 14 Tingkat Pelayanan Pengamatan

Waktu Kerja	Fase Pembayaran (Pelanggan)	Fase Pengisian BBM (Pelanggan)	
		Jalur 9	Jalur 10
		1 Jam 30 Menit	104

Berdasarkan Tabel 14 diketahui bahwa selama pengamatan, tingkat pelayanan yang diberikan server adalah 104 pelanggan dengan 51 pelanggan melakukan pengisian BBM pada jalur 9 dan 53 pelanggan melakukan pengisian BBM pada jalur 10.

Selanjutnya dilakukan optimasi sistem antrian dengan melakukan perhitungan ukuran keefektifan pada fase pembayaran pada waktu tertentu agar dapat mengetahui waktu yang memerlukan penambahan server dan waktu yang tidak perlu melakukan penambahan server. Perhitungan ukuran keefektifan dilakukan menggunakan program WinQSB dengan membandingkan penggunaan satu server dan penggunaan dua server (penambahan satu server) pada fase pembayaran. Hasil perhitungan tersebut disajikan pada Tabel 15.

Tabel 15 Perbandingan Ukuran Keefektifan

No	Periode Waktu	Kinerja Sistem Antrian dengan 1 Server		Kinerja Sistem Antrian dengan 2 Server	
		Kondisi Tunak	ρ	Kondisi Tunak	ρ
1	06:00:01 - 07:30:00	Tidak	1.615	Ya	0.808
2	07:30:01 - 09:00:00	Tidak	1.686	Ya	0.843
3	09:00:01 - 10:30:00	Tidak	1.681	Ya	0.840
4	10:30:01 - 12:00:00	Tidak	1.487	Ya	0.743
5	12:00:01 - 13:30:00	Tidak	1.532	Ya	0.766
6	13:30:01 - 15:00:00	Tidak	1.439	Ya	0.719
7	15:00:01 - 16:30:00	Tidak	1.721	Ya	0.860
8	16:30:01 - 18:00:00	Tidak	1.662	Ya	0.831
9	18:00:01 - 19:30:00	Tidak	1.723	Ya	0.862
10	19:30:01 - 21:00:00	Tidak	1.536	Ya	0.768
11	21:00:01 - 22:30:00	Tidak	1.856	Ya	0.928
12	22:30:01 - 00:00:00	Tidak	1.797	Ya	0.899
13	00:00:01 - 01:30:00	Tidak	1.591	Ya	0.795
14	01:30:01 - 03:00:00	Ya	0.929	Ya	0.464
15	03:00:01 - 04:30:00	Ya	0.782	Ya	0.391
16	04:30:01 - 06:00:00	Ya	0.963	Ya	0.481

Berdasarkan Tabel 15 diketahui bahwa penambahan server perlu dilakukan setiap jam kecuali pada jam 01.30-06.00. Penambahan satu server menjadi dua server pelayanan akan mengurangi terjadinya penumpukan pelanggan (antrian) dan mengurangi waktu menunggu pelanggan yang terlalu lama sehingga sistem berjalan optimal jika dilakukan secara berkala, sedangkan pada jam 01.30-06.00 tidak perlu dilakukan penambahan server, dikarenakan

sistem sudah berjalan optimal hanya dengan menggunakan server yang tersedia yakni satu server.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut.

1. Sistem antrian pada pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri khusus sepeda motor di SPBU Adisucipto Yogyakarta termasuk dalam model antrian multifase yang terdiri atas dua fase yakni fase pembayaran dan fase pengisian BBM yang disusun secara seri.
2. Model sistem antrian yang diterapkan belum optimal sehingga perlu dilakukan penambahan satu server pada fase pembayaran setiap jam kecuali pada jam 01.30-06.00. Oleh karena itu, model sistem antrian yang optimal memiliki notasi model untuk setiap fase, sebagai berikut.
 - a. Fase pembayaran memiliki model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$, dan/
 - b. Fase pengisian BBM memiliki model antrian $M/M/2 : GD/\infty/\infty$.

Hasil ukuran keefektifan model sistem antrian tersebut sebagai berikut.

- a. Ukuran keefektifan pada fase pembayaran meliputi tingkat kesibukan sistem (ρ) adalah 50,6%; peluang server manggurr (P_0) adalah 32,77%; rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q) adalah 1 pelanggan; rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (L_s) adalah 2 pelanggan; rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian (W_q) adalah 0,209 menit; dan rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem (W_s) adalah 0,814 menit; dan
- b. Ukuran keefektifan pada fase pengisian meliputi tingkat kesibukan sistem (ρ) adalah 50,5%; peluang server manggurr (P_0) adalah 32,91%; rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q) adalah 1 pelanggan; rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (L_s) adalah 2 pelanggan; rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam

antrian (W_q) adalah 0,413 menit; dan rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem (W_s) adalah 1,619 menit.

Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, terdapat beberapa saran yang dapat diberikan, antara lain:

1. karena penelitian ini dibatasi pada pelanggan yang melakukan pengisian BBM dengan sistem layanan mandiri tanpa adanya perilaku meninggalkan sistem, diharapkan penelitian selanjutnya dapat menambahkan perilaku pelanggan sistem antrian agar diperoleh hasil analisis yang berbeda;
2. karena penelitian ini hanya dilakukan di SPBU Adisucipto Yogyakarta, diharapkan penelitian selanjutnya dapat melakukan pada beberapa SPBU yang menerapkan sistem layanan mandiri agar dapat dibandingkan; dan
3. menambahkan optimasi sistem antrian dengan memperhitungkan efisiensi biaya operasional dan jumlah BBM yang dikeluarkan oleh pihak SPBU Adisucipto Yogyakarta.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistika (BPS). (1 Januari 2017). *Jumlah kendaraan bermotor menurut jenis tahun 2011-2015*. Diakses tanggal 25 Oktober 2017 dari www.bps.go.id dalam Ditlantas Polda D.I Yogyakarta.
- Badan Pusat Statistika (BPS). (1 Januari 2017). *Penggunaan BBM menurut jenis tahun 2011-2015*. Diakses tanggal 25 Oktober 2017 dari www.bps.go.id dalam Ditlantas Polda D.I Yogyakarta.
- Bain, L. J., & Engelhardt, M. (1992). *Introduction to probability and mathematical statistics (2nd ed.)*. California: Duxbury Press.
- Budiharto & Rachmawati. (2013). *Pengantar praktis pmograman R untuk ilmu komputer*. Jakarta: Halaman Moeka.

- Ferianto, E.J., Insani, N., & Subekti, Retno (2016). Optimasi pelayanan antrian multi channel (m/m/c) pada stasiun pengisian bahan bakar umum (SPBU) sagan yogyakarta. *Jurnal Universitas Negeri Yogyakarta*, 5(4).
- Gross, Donald & Harris, Carl M. (2008). *Fundamentals of queueing theory (4th ed.)*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Hillier, F. S. & Lieberman, G. J. (2001). *Introduction to operations research (7th ed.)*. New York: McGraw-Hill.
- Pertamina. (2014). *Company profile of PT. Pertamina*. Jakarta: PT. Pertamina.
- Putri, A.H.M., Subekti, R., & Binatari, N. (2017). The completion of non-steady-state queue model on the queue system in Dr. Yap Eye Hospital Yogyakarta. *Journal of Physics (IOP): Conference Series*, 855.
- Retno S. & Nikenasih B. (2013). *Modul praktikum teori antrian*. Diakses 25 Desember 2017 dari <http://staffnew.uny.ac.id/upload/198410192008122005/pendidikan/MODUL+PRAKTIKUM+TEORI+ANTRIAN+-+FIX+terakhir.pdf>.
- Siegel, Sidney. (1992). *Statistik nonparametrik untuk ilmu-ilmu sosial*. Jakarta: PT. Gramedia.
- Stevenson, W. J. (2012). *Operations management (11th ed.)*. New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Taha, H. A. (2007). *Operations research: an introduction (8th ed.)*. New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Taylor, B. W. (2008). *Introduction to management science (8th ed.)*. Jakarta: Salemba Empat.
- Winarno, W.W. (2008). *Analisis manajemen kuantitatif dengan WinSQB*. Yogyakarta: UPP STIM YKPN Yogyakarta.