# ANALISIS SENSITIVITAS MODEL EPIDEMI SIR (*SUSCEPTIBLE, INFECTIOUS, RECOVERED*) PADA PENYEBARAN PENYAKIT *TUBERCULOSIS* DI YOGYAKARTA

# *SENSITIVITY ANALYSIS OF THE EPIDEMI MODEL SIR (SUSCEPTIBLE, INFECTIOUS, RECOVEREED) ON DISEASE SPREAD TUBERCULOSIS IN YOGYAKARTA*

Oleh: Navila Teguh Pambudi[1], Dwi Lestari[2]
Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA UNY
[1]navila.teguh@student.uny.ac.id, [2]dwilestari.math@gmail.com

**Abstrak**

Penyakit *Tuberculosis* merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium Tuberculosis*. Penelitian ini difokuskan pada analisis sensitivitas dari bilangan reproduksi dasar dan titik endemik kelas *infected* untuk mengetahui parameter-parameter mana dari model yang berpengaruh terhadap penyebaran penyakit *Tuberculosis*. Tahapan yang dilakukan untuk menganalisis kesensitivitasan setiap parameter adalah dengan mencari indeks sensitivitas menggunakan rumus indeks sensitivitas normalisasi, kemudian dengan mensubstitusikan nilai awal yang diberikan ke dalam persamaan indeks sensitivitas maka dapat diketahui seberapa besar pengaruh dari setiap parameter terhadap penyebaran *Tuberculosis*, serta melalui analisis numerik dengan melakukan simulasi. Hasil analisis menunjukkan bahwa parameter yang paling berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dasar adalah laju penularan, artinya menurunnya laju penularan menyebabkan menurunnya nilai bilangan reproduksi dasar, sehingga membantu menekan penyebaran penyakit *Tuberculosis*. Selanjutnya diikuti laju kematian akibat *Tuberculosis*, diikuti laju kematian alami, dan diikuti laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis*. Sementara itu, parameter yang paling berpengaruh terhadap titik endemik kelas *infected* adalah banyaknya kelahiran populasi, artinya untuk dapat mengurangi jumlah individu terinfeksi dalam populasi maka banyaknya kelahiran harus kecil, dengan kata lain perlu intervensi yang dilakukan untuk mengurangi banyaknya kelahiran individu. Selanjutnya diikuti laju kematian akibat *Tuberculosis*, diikuti laju kematian alami, diikuti laju penularan penyakit *Tuberculosis*, dan diikuti laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis.*

**Kata Kunci:** *Tuberculosis*, analisis sensitivitas, laju penularan, banyaknya kelahiran

***Abstract***

*Tuberculosis is a contagious disease caused by the bacterium Mycobacterium Tuberculosis. This study focused on sensitivity analysis of basic reproduction number and infected endemic grade point to find out which parameters of the model influenced the spread of Tuberculosis disease. The step taken to analyze the sensitivity of each parameter is to find the sensitivity index using normitivity sensitivity index formula, then by substituting the initial value given into the sensitivity index equation it can be known how much influence of each parameter on the spread of Tuberculosis, as well as through numerical analysis by doing simulation. The result of the analysis shows that the most influential parameter to basic reproduction number is the rate of transmission, that is, the decreasing of transmission rate causes the decrease of base reproduction value, thus helping to suppress the spread of Tuberculosis disease. Furthermore, followed by the rate of death due to Tuberculosis, followed by natural rate of death, and followed by the rate of individual healed after tuberculosis infection. Meanwhile, the parameters that most influence the infected endemic point of the infected class is the number of births of the population, meaning that in order to reduce the number of infected individuals in the population the number of births should be small, in other words it needs intervention to reduce the number of individual births. Furthermore, followed by the rate of death due to Tuberculosis, followed by natural rate of death, followed by the rate of transmission of Tuberculosis, and followed by the rate of individual recovered after tuberculosis infection.*

***Keywords:*** *Tuberculosis, sensitivity analysis, rate of transmission, the number of births*

## PENDAHULUAN

Penyakit *Tuberculosis* merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium Tuberculosis*. Bakteri ini pertama kali ditemukan pada tanggal 24 Maret 1882 oleh Robert Koch. Bakteri *Mycobacterium Tuberculosis* berbentuk batang dengan ukuran panjang 1-4 μm dan tebal 0,3-0,6 μm serta digolongkan dalam basil tahan asam (BTA). (Adiatama, 2000).

Penyakit *Tuberculosis* menjadi salah satu masalah kesehatan di berbagai negara termasuk di Indonesia. Berdasarkan data dari WHO Global Tuberculosis Report 2016 menyatakan bahwa Indonesia dengan jumlah penduduk 254.831.222 jiwa, menempati posisi kedua dengan beban *Tuberculosis* tertinggi di dunia. Kasus *Tuberculosis* juga ditemukan di wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). Menurut profil kesehatan tahun 2015 Yogyakarta menempati posisi ke enam dengan beban *Tuberculosis* tertinggi di Indonesia. Pada tahun 2014 terdapat penemuan kasus penderita *Tuberculosis* sebanyak 491 jiwa dengan jumlah penduduk pada saat itu sebanyak 413.936 jiwa. Salah satu upaya Pemerintah Kota Yogyakarta dalam menanggulangi kasus *Tuberculosis* adalah dengan dikeluarkannya Peraturan Walikota Yogyakarta Nomor 102 Tahun 2015 tentang Rencana Aksi Daerah (RAD) Penanggulangan *Tuberculosis* di Yogyakarta. Serangkaian acara dilakukan oleh Dinas Kota Yogyakarta, salah satunya dengan mengadakan sosialisasi pencengahan *Tuberculosis.* Namun upaya keberhasilan pengobatan penyakit *Tuberculosis* di Kota Yogyakarta masih dibawah target nasional yakni hanya sebesar 50%, sedangkan standar nasional sebesar 90%.

Salah satu pendekatan untuk menjelaskan solusi dari permasalahan yang terjadi dalam dunia nyata adalah memodelkan atau merumuskan permasalahan nyata ke dalam bahasa matematika. Terdapat beberapa model yang dapat digunakan untuk memodelkan penyakit *Tuberculosis*, salah satunya adalah model SIR. Model ini awalnya dipelajari oleh Kermack dan McKendrick. Berdasarkan karakteristiknya, model SIR mengelompokkan populasi ke dalam tiga subpopulasi yaitu individu yang rentan terinfeksi penyakit *Tuberculosis* yang disebut *Susceptible*, individu yang terinfeksi penyakit *Tuberculosis* yang disebut *Infectious*, dan individu yang telah bersih dari penyakit *Tuberculosis* yang disebut *Recovered.* Model ini menggambarkan alur penyebaran penyakit dari kelompok individu *Susceptible* menjadi *Infectious*, kemudian kelompok individu *Infectious* yang mampu bertahan terhadap penyakit akan sembuh dan menjadi individu *Recovered*. (Sari dan Tasman, 2014).

Pada pembahasan sebelumnya, dikaji oleh K. Queena Fredlina, dkk (2012) tentang model SIR untuk penyebaran penyakit *Tuberculosis*. Pada penelitian tersebut dilakukan simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 untuk menguji analisis parameter yang berpengaruh dalam penyebaran penyakit *Tuberculosis*, sehingga penyebarannya dapat dikendalikan dari kejadian epidemik. M. Rifki Taufik, dkk (2015) membahas cara pembentukan model penyebaran virus *Tuberculosis* dengan *Exogenous Reinfection* atau adanya kontak kembali terhadap individu *Tuberculosis* aktif, sedangkan Okky Rositarini, dkk (2017) menganalisis model penyebaran penyakit *Tuberculosis* dengan membentuk model matematika SIR (*Susceptible*, *Infectious*, *Recovered*), kemudian menentukan titik ekuilibrium, menentukan bilangan reproduksi dasar, dan menganalisa kestabilan disekitar titik ekuilibrium, serta menganalisis numerik dengan melakukan simulasi menggunakan *Software Maple 15*.

Penelitian mengenai analisis sensitivitas telah dilakukan oleh Chitnis (2005) untuk mengetahui parameter yang mempengaruhi penyebaran penyakit malaria. Wahyuni Ningsih, dkk (2013) membahas mengenai analisis stabilitas dan sensitivitas model epidemik flu burung pada unggas-manusia dengan vaksinasi. Marsudi (2014) membahas analisis sensitivitas dari bilangan reproduksi untuk mengetahui parameter mana dari model yang berpengaruh terhadap penyebaran HIV. Benny Yong, dkk (2016) membahas mengenai analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar untuk mengetahui parameter yang mempengaruhi penyebaran virus MERS-CoV. Sementara itu, Roberta U. Hurint, dkk (2017) membahas analisis sensitivitas model epidemik SEIR. Penelitian ini membahas mengenai pengaruh perubahan nilai parameter terhadap bilangan reproduksi dasar dan titik endemik khususnya kelas *exposed* dan *infectious.*

Pada penulisan skripsi ini dibahas mengenai analisis sensitivitas model matematika penyebaran penyakit *Tuberculosis*. Model yang dibahas adalah model pada penelitian Okky

Rositarini (2017). Dari model tersebut akan dilakukan analisis sensitivitas dengan mencari indeks sensitivitas setiap parameter terhadap bilangan reproduksi dasar dan titik endemik kelas *infected*, serta mensimulasikan menggunakan *Software Maple 16*. Menggunakan hasil analisis sensitivitas tersebut diharapkan dapat diketahui sejauh mana pentingnya setiap parameter model dalam penyebaran penyakit *Tuberculosis*.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

### A. Formulasi Model

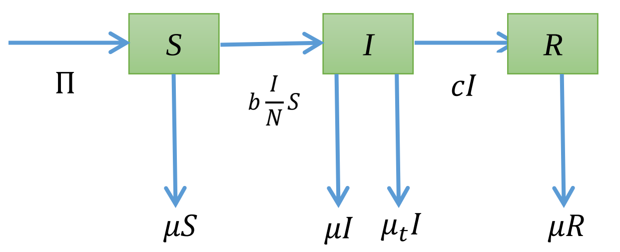
Model yang dikaji berdasarkan penelitian Okky Rositarini (2017) dengan asumsi model sebagai berikut:

1. Populasi bersifat homogen yang artinya setiap individu mempunyai kemungkinan yang sama untuk dapat terjangkit penyakit *Tuberculosis*.
2. Kematian yang disebabkan oleh faktor lain selain terinfeksi *Tuberculosis* dianggap sebagai kematian alami.
3. Individu yang belum terserang penyakit termasuk ke dalam kelas *susceptible*.
4. Individu pada kelas *recovered* tidak akan kembali lagi menjadi individu pada kelas *infectious*.
5. Terjadi kematian akibat terinfeksi *Tuberculosis.*

Tabel 1.1. Variabel dan parameter yang digunakan dalam model

| Sim-bol | Definisi | Syarat |
|---|---|---|
| $N(t)$ | Jumlah populasi pada suatu daerah pada saat t. | $N \geq 0$ |
| $S(t)$ | Banyaknya individu yang sehat dan rentan tehadap penyakit *Tuberculosis* pada saat t. (*Susceptible)* | $S(t) \geq 0$ |
| $I(t)$ | Banyaknya individu yang terinfeksi dan dapat menularkan Tuberculosis kepada individu lain. (*Infectious*) | $I(t) \geq 0$ |
| $R(t)$ | Banyaknya individu yang sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis*. (*Recovered*) | $R(t) \geq 0$ |
| $\Pi$ | banyaknya kelahiran populasi. | $\Pi \geq 0$ |
| $\mu$ | Laju kematian alami. | $\mu \geq 0$ |
| $\mu_t$ | Laju kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis.* | $\mu_t \geq 0$ |
| $b$ | Laju penularan penyakit *Tuberculosis.* | $b \geq 0$ |
| $c$ | Laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis.* | $c \geq 0$ |

Berdasarkan masalah-masalah yang diasumsikan dan parameter yang digunakan maka dapat dibuat skema pada penyebaran penyakit *Tuberculosis* seperti berikut :




Gambar 1.1 Diagram Alir Model Matematika *Tuberculosis*

Berdasarkan Gambar 1.1, Pemodelan matematika yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= -b\frac{I}{N}S - \mu S + \Pi \\
\frac{dI}{dt} &= b\frac{I}{N}S - (\mu + \mu_t + c)I \qquad (1.1) \\
\frac{dR}{dt} &= cI - \mu R
\end{aligned}
$$

dengan $N = S + I + R.$

**B. Analisis Model Penyebaran Penyakit *Tuberculosis***

**1. Titik Ekuilibrium**

Titik ekuilibrium dapat dicari dengan membuat sistem tersebut dalam kondisi konstan terhadap waktu, yaitu kondisi dimana $\frac{dS}{dt} = 0,$ $\frac{dI}{dt} = 0,$ dan $\frac{dR}{dt} = 0.$ Sehingga diperoleh:

i. *Titik ekuilibrium bebas penyakit*

$$E_0 = (S, I, R) = \left(\frac{\Pi}{\mu}, 0, 0\right)$$

ii. *Titik ekuilibrium endemik :*

$$E_1 = (S, I, R) = \left(\frac{\Pi(\mu + c)}{\mu(b - \mu_t)}, \frac{\Pi(\mathrm{b} - \mu - \mu_t - c)}{(\mu + \mu_t + c)(b - \mu_t)}, \frac{\Pi c(\mathrm{b} - \mu - \mu_t - c)}{\mu(\mu + \mu_t + c)(b - \mu_t)}\right)$$

dengan syarat $b > \mu + \mu_t + c.$

**2. Bilangan Reproduksi Dasar $(R_0)$**

Bilangan reproduksi dasar $(R_0)$ digunakan untuk mengetahui besarnya angka tingkat penyebaran penyakit. Dari Sistem Persamaan (1.1) diperoleh :

$$R_0 = \frac{b}{\mu + \mu_t + c} \qquad (1.2)$$

**3. Analisis Kestabilan**

Kestabilan titik ekuilibrium dari Sistem Persamaan (1.1) disajikan dalam Teorema 1.1. dan Teorema 1.2. sebagai berikut :

**Teorema 1.1.**

a. *Jika* $R_0 < 1$ *maka titik ekuilibrium bebas penyakit* $E_0 = (S, I, R) = \left(\frac{\Pi}{\mu}, 0, 0\right)$ *stabil asimtotik lokal*

b. *Jika* $R_0 > 1$ *maka titik ekuilibrium bebas penyakit* $E_0 = (S, I, R) = \left(\frac{\Pi}{\mu}, 0, 0\right)$ *tidak stabil*

**Teorema 1.2.**

a. *Jika* $R_0 < 1$ *maka titik ekuilibrium*

$$E_1 = (S, I, R) = \left(\frac{\Pi(\mu + c)}{\mu(b - \mu_t)}, \frac{\Pi(\mathrm{b} - \mu - \mu_t - c)}{(\mu + \mu_t + c)(b - \mu_t)}, \frac{\Pi c(\mathrm{b} - \mu - \mu_t - c)}{\mu(\mu + \mu_t + c)(b - \mu_t)}\right)$$

*tidak stabil*

b. *Jika* $R_0 > 1$ *maka titik ekuilibrium*

$$E_1 = (S, I, R) = \left(\frac{\Pi(\mu + c)}{\mu(b - \mu_t)}, \frac{\Pi(\mathrm{b} - \mu - \mu_t - c)}{(\mu + \mu_t + c)(b - \mu_t)}, \frac{\Pi c(\mathrm{b} - \mu - \mu_t - c)}{\mu(\mu + \mu_t + c)(b - \mu_t)}\right)$$

stabil asimtotik lokal.

**C. Simulasi Model**

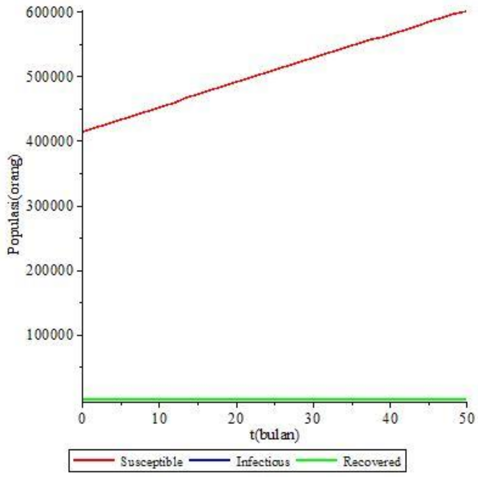
Pada tahun 2014, menurut profil kesehatan tahun 2015 di kota Yogyakarta terdapat penemuan kasus penderita *Tuberculosis* sebanyak 491 jiwa. Jumlah penduduk kota Yogyakarta pada saat itu sebanyak 413.936 jiwa dengan 202.296 jiwa penduduk laki-laki dan 211.640 jiwa penduduk perempuan. Berdasarkan permasalahan nyata yang terjadi di kota Yogyakarta diperoleh nilai awal untuk $S(0) = 413205,$ $I(0) = 491,$ dan $R(0) = 240$. Selain itu juga diperoleh banyaknya kelahiran sebesar 4369 $(\Pi = 4369)$. Banyaknya kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis* adalah 10 orang dalam 1 tahun, sehingga

$$\mu_t = \frac{10}{491\text{x}12} = \frac{5}{2946} = 1,697216565\text{x}10^{-3}.$$

Selanjutnya diasumsikan bahwa rata-rata usia hidup seseorang adalah 70 tahun atau 840 bulan, sehingga diperoleh $\mu = \frac{1}{840} = 1{,}19047619\text{x}10^{-3}$.

**1. Simulasi $R_0 < 1$**

Untuk $R_0 < 1$, diberikan nilai-nilai parameter supaya memenuhi syarat $R_0 < 1$, yaitu $b = 0{,}00015$ dan $c = 0{,}027$ (Fredlina, K. Queen, dkk, 2012).

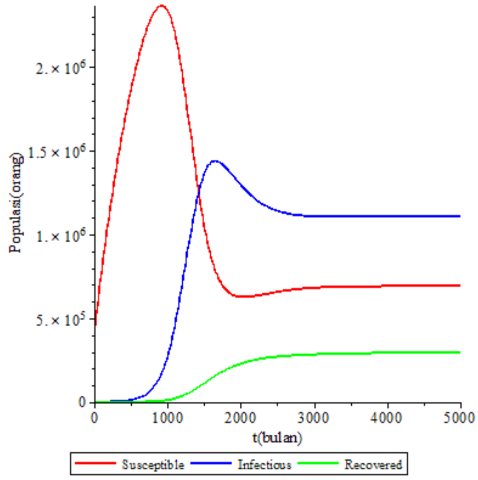



Gambar 1.2. Grafik Simulasi untuk $R_0 = 0{,}005018788208$

Pada Gambar 1.2. populasi $I$ dan $R$ mendekati nilai nol atau bahkan bisa menuju nol, sedangkan populasi $S$ mengalami peningkatan. Hal ini menunjukkan bahwa perilaku solusi semakin lama akan menuju titik $E_0$ atau dapat dikatakan bahwa pada saat $R_0 < 1$ maka semakin lama penyakit *Tuberculosis* akan hilang dari populasi.

**2. Simulasi $R_0 > 1$**

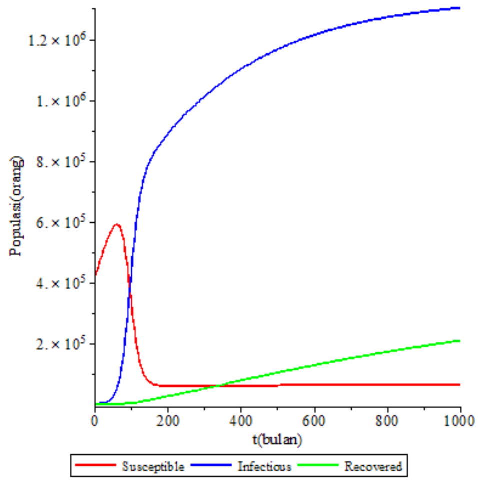
Untuk $R_0 > 1$, diberikan nilai-nilai parameter supaya memenuhi syarat $R_0 > 1$, yaitu $b = 0{,}0097$ dan $c = 0{,}00032$ (K. Queena Fredlina, dkk, 2012).




Gambar 1.3. Grafik Simulasi untuk $R_0 = 3{,}023980394$

Pada Gambar 1.3. terlihat bahwa populasi terinfeksi akan semakin naik bahkan melebihi populasi *susceptible*, sehingga penyakit akan menjadi endemik.

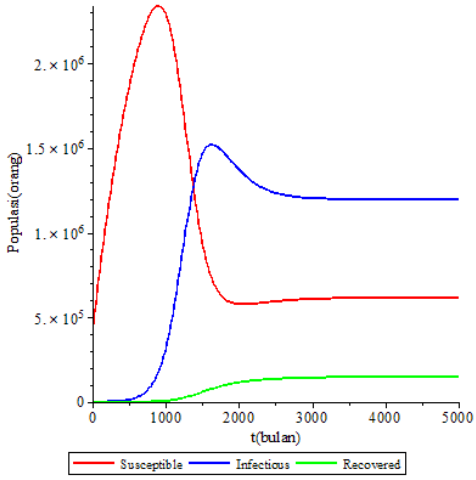
Selanjutnya diberikan simulasi dengan nilai awal dan parameter yang sama, namun dengan nilai $b = 0{,}08$ dan $c = 0{,}00032$ .




Gambar 1.4. Grafik Simulasi untuk $R_0 = 24.94004448$

Pada Gambar 1.4. populasi *recovered* juga terlihat meningkat, namun hal tersebut tidak mempengaruhi populasi *susceptible* karena populasi *infectious* meningkatnya sangat cepat sehingga peenyakit *Tuberculosis* akan menjadi endemik.

Pada Gambar 1.5. menunjukkan grafik simulasi dengan nilai awal dan parameter yang sama, namun dengan nilai $b = 0,0097$ dan $c = 0,00015$.




Gambar 1.5. Grafik Simulasi untuk $R_0 = 3,193213002$

Populasi *recovered* tidak tampak begitu jelas peningkatannya, sehingga penyakit *Tuberculosis* dapat dikatakan menjadi endemik.

**D. Analisis sensitivitas**

Penelitian ini difokuskan pada analisis sensitivitas dari parameter-parameter terhadap bilangan reproduksi dasar dan titik endemik kelas *infected.* Analisis dilakukan untuk mengetahui pengaruh setiap parameter terhadap penyebaran penyakit *Tuberculosis.* Untuk melakukan analisis sensitivitas ini, diasumsikan nilai input dari masing-masing parameter yang diambil dari penelitian Okky Rositarini (2017) sebagai berikut:

Tabel 1.1. Nilai parameter model

| Parameter | Nilai |
|---|---|
| $S(0)$ | 413936 |
| $\Pi$ | 4369 |
| $\mu$ | 1,19047619x10$^{-3}$ |
| $\mu_t$ | 1,697216565x10$^{-3}$ |
| $b$ | 9,7x10$^{-3}$ |
| $c$ | 3,2x10$^{-4}$ |

**1. Analisis Sensitivitas $R_0$**

Pada bagian ini akan dianalisis kesensitifitasan setiap parameter terhadap bilangan reproduksi dasar. Indeks sensitivitas untuk parameter $b$ diperoleh dengan

$$I_b^{R_0} = \frac{\partial R_0}{\partial b}\frac{b}{R_0}$$

$$= \frac{1}{\mu + \mu_t + c}\frac{b(\mu + \mu_t + c)}{b}$$

$$= 1.$$

Cara yang sama ilakukan untuk menghitung indeks sensitivitas bagi parameter lainnya. Hasil disajikan pada Tabel 1.3.

Tabel 1.3. Parameter, persamaan dan nilai indeks sensitivitas terhadap $R_0$

| Parameter | Persamaan | Indeks Sensitivitas |
|---|---|---|
| $b$ | 1 | 1 |
| $\mu$ | $\frac{-\mu}{\mu + \mu_t + c}$ | $-0,37113161$ |
| $\mu_t$ | $\frac{-\mu_t}{\mu + \mu_t + c}$ | $-0,529108207$ |
| $c$ | $\frac{-c}{\mu + \mu_t + c}$ | $-0,099760177$ |

**2. Analisis Sensitivitas *I***

Indeks sensitivitas untuk parameter $b$ terhadap $I$ diperoleh dengan menggunakan formula indeks sensitivitas sebagai berikut:

$$I_b^I = \frac{\partial I}{\partial b}\frac{b}{I}$$

$$= \frac{b(\mu + c)}{(b - \mu_t)(b - \mu - \mu_t - c)} \tag{1.2}$$

dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 1.2 ke Sistem (1.2) diperoleh

$$I_b^I = 0{,}28199765.$$

Indeks sensitivitas untuk parameter lainnya dapat dilakukan dengan prosedur yang sama dan hasilnya diberikan pada Tabel 1.4.

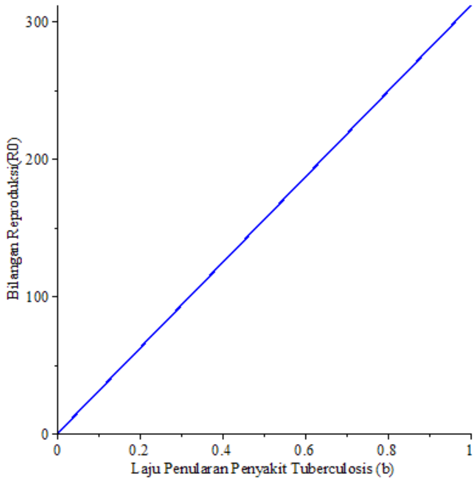
Tabel 1.4. Parameter, persamaan dan nilai indeks sensitivitas terhadap *I*

| Para-meter | Persamaan | Indeks Sensitivitas |
|---|---|---|
| $b$ | $\dfrac{b(\mu+c)}{(b-\mu_t)(b-\mu-\mu_t-c)}$ | 0,28199765 |
| $\mu$ | $\dfrac{-\mu b}{(\mu+\mu_t+c)(b-\mu-\mu_t-c)}$ | $-0{,}554498812$ |
| $\mu_t$ | $\dfrac{-\mu_t[b(b-\mu_t)-(b-\mu-\mu_t-c)(\mu+\mu_t+c)]}{(\mu+\mu_t+c)(b-\mu_t)(b-\mu-\mu_t-c)}$ | $-0{,}578449556$ |
| $c$ | $\dfrac{-cb}{(\mu+\mu_t+c)(b-\mu-\mu_t-c)}$ | $-0{,}14904928$ |
| $\Pi$ | 1 | 1 |

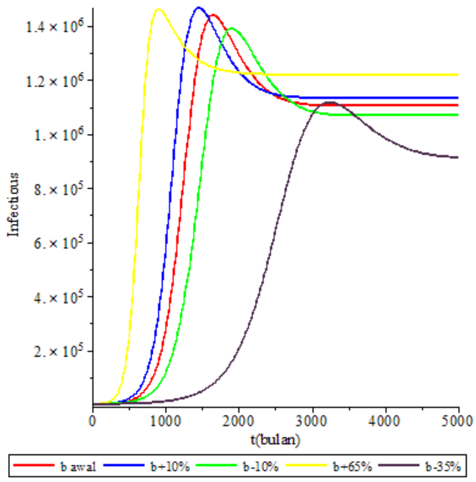
## E. Simulasi Numerik

### 1. Efek laju penularan penyakit *Tuberculosis* (*b*)

Gambar 1.6. menunjukkan efek laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$) terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$). Nampak bahwa $b$ naik 10%, maka $R_0$ akan naik sebesar 10%. Hal ini diperkuat Gambar 1.7. dengan memasukkan nilai input yang berbeda secara random dari parameter $b$ terhadap titik ekuilibrium endemik nampak bahwa populasi *infected* naik 2,820% jika $b$ dinaikkan 10%. Jadi, nilai parameter dengan laju penularan penyakit ($b$) harus dipertahankan atau diturunkan untuk menurunkan penyebaran penyakit Tuberculosis.



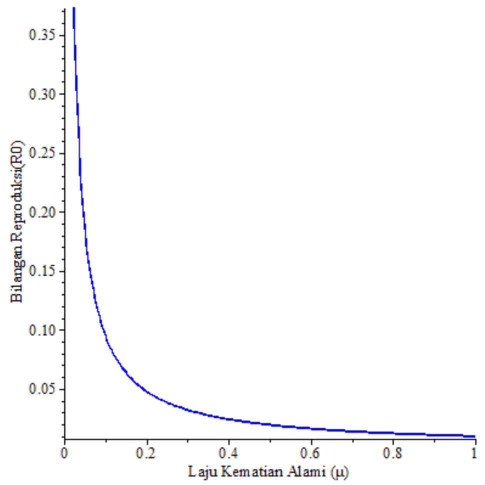

Gambar 1.6. Efek $b$ terhadap $R_0$



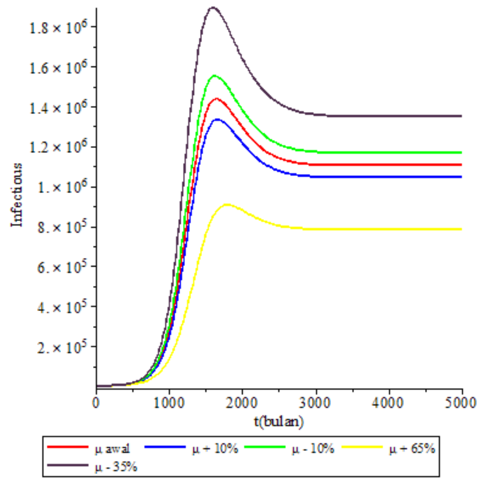

Gambar 1.7. Efek $b$ terhadap $I$

### 2. Efek laju kematian alami ($\mu$)

Gambar 1.8. menunjukkan efek laju kematian alami ($\mu$) terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$). Nampak bahwa $\mu$ naik 10%, maka $R_0$ akan turun sebesar 3,711%. Gambar 1.9. menunjukkan bahwa dengan memasukkan nilai input yang berbeda secara random dari parameter $\mu$ terhadap titik ekuilibrium endemik, populasi *infected* akan turun 5,545% jika $\mu$ dinaikkan 10%. Jadi, nilai parameter dengan laju kematian alami ($\mu$) jika dipertahankan atau nilainya naik maka akan menurunkan penyebaran penyakit *Tuberculosis.*



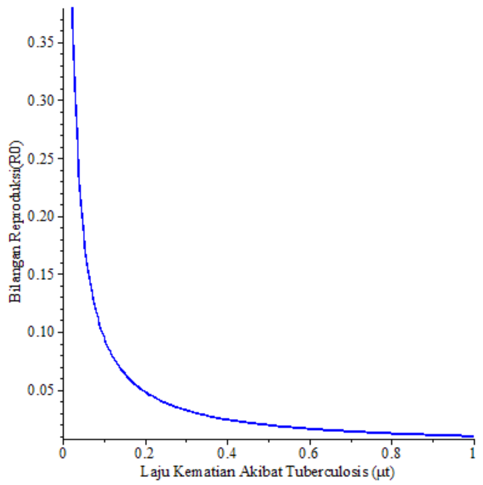

Gambar 1.8. Efek $\mu$ terhadap $R_0$



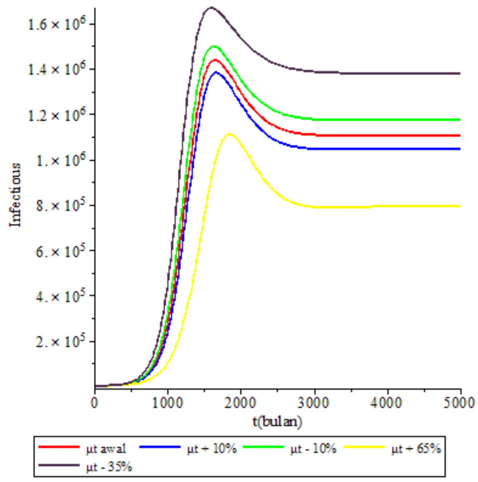

Gambar 1.9. Efek $\mu$ terhadap $I$

**3. Efek laju kematian akibat Tuberculosis ($\mu_t$)**

Gambar 1.10. menunjukkan efek laju kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis* ($\mu_t$) terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$). Jika $\mu_t$ naik 10%, maka $R_0$ akan turun sebesar 5,291%. Gambar 1.11. menunjukkan bahwa dengan memasukkan nilai input yang berbeda secara random dari parameter $\mu_t$ terhadap titik ekuilibrium endemik, populasi *infected* akan turun 5,784% jika $\mu_t$ naik 10%. Jadi, nilai laju kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis* ($\mu_t$) jika dipertahankan atau nilainya naik maka akan menurunkan penyebaran penyakit *Tuberculosis.*



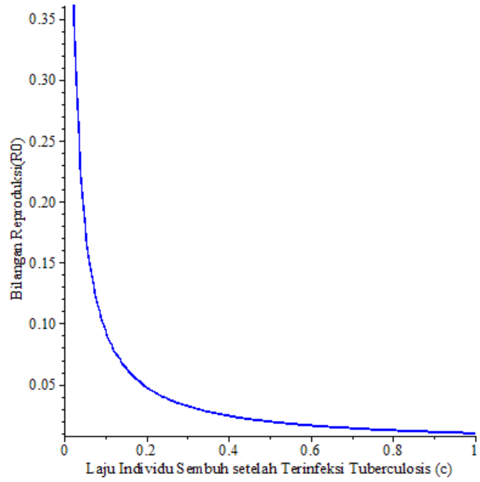

Gambar 1.10. Efek $\mu_t$ terhadap $R_0$



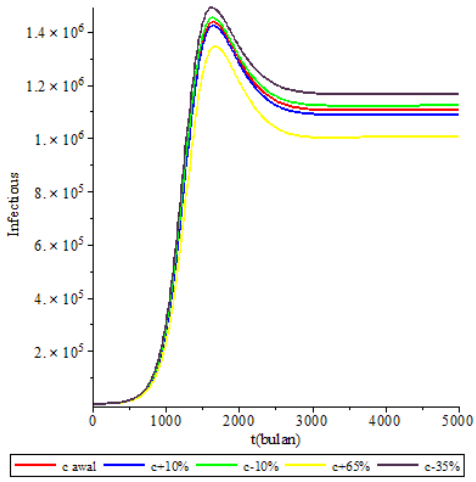

Gambar 1.11. Efek $\mu_t$ terhadap $I$

**4. Efek laju individu sembu setelah terinfeksi Tuberculosis ($c$)**

Gambar 1.12. menunjukkan efek laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis* ($c$) terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$). Jika $c$ naik 10%, maka $R_0$ akan turun sebesar 0,998%. Sedangkan Gambar 1.13. menunjukkan bahwa dengan memasukkan nilai input yang berbeda secara random dari parameter $c$ terhadap titik ekuilibrium endemik, populasi *infected* akan turun 1,490% jika $c$ naik 10%. Jadi, nilai laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis* ($c$) harus dipertahankan atau dinaikkan untuk menurunkan penyebaran penyakkit *Tuberculosis.*



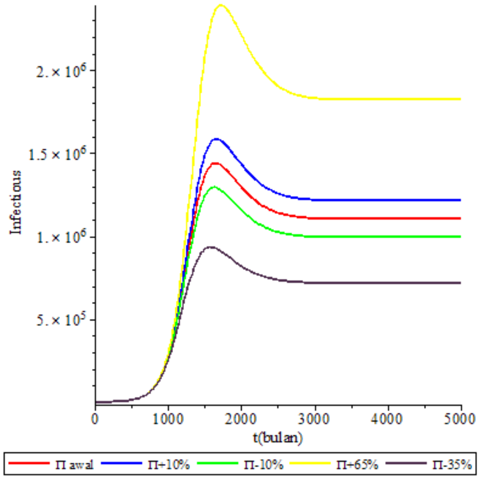

Gambar 1.12. Efek $c$ terhadap $R_0$




Gambar 1.13. Efek $c$ terhadap $I$

**5. Efek banyaknya kelahiran populasi (Π)**

Gambar 1.14. menunjukkan efek banyaknya kelahiran populasi ($\Pi$) terhadap titik endemik kelas *infected*. Dari gambar tersebut nampak bahwa dengan memasukkan nilai input yang berbeda secara random dari parameter $\Pi$ terhadap titik ekuilibrium endemik, menunjukkan populasi *infected* akan naik 10% jika $\Pi$ naik 10%. Jadi, banyaknya kelahiran populasi ($\Pi$) harus dipertahankan atau diturunkan untuk menurunkan penyebaran penyakit *Tuberculosis*




Gambar 1.14. Efek Π terhadap $I$

Setelah melakukan analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$) dan titik endemik kelas *infected* diperoleh parameter yang berpengaruh terhadap penyebaran penyakit *Tuberculosis*. Untuk analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$) diperoleh parameter yang paling berpengaruh yaitu laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$), artinya bahwa semakin besar laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$) menyebabkan meningkatnya nilai $R_0$, sehingga penyakit akan semakin menyebar. Parameter yang berpengaruh selanjutnya adalah laju kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis* ($\mu_t$), diikuti laju kematian alami ($\mu$), dan kemudian diikuti laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis* ($c$). Untuk analisis sensitivitas terhadap titik endemik kelas *infected* diperoleh parameter yang paling berpengaruh yaitu banyaknya kelahiran populasi ($\Pi$), diikuti laju kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis* ($\mu_t$), diikuti laju kematian alami ($\mu$),diikuti laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$), dan selanjutnya diikuti laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis* ($c$). Kelima parameter tersebut sama-sama mempengaruhi, namun yang paling berpengaruh adalah banyaknya kelahiran populasi ($\Pi$), artinya untuk dapat mengurangi jumlah individu terinfeksi dalam populasi maka banyaknya kelahiran harus kecil, dengan kata lain perlu intervensi yang dilakukan untuk mengurangi banyaknya kelahiran individu.

## SIMPULAN DAN SARAN

### A. Simpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah diuraikan di di atas dapat disimpulkan bahwa :

1. Analisis sensitivitas model penyebaran penyakit *Tuberculosis* dilakukan dengan mencari nilai indeks sensitivitas setiap parameter terhadap bilangan reproduksi dasar dan titik endemik kelas *infected* menggunakan rumus indeks sensitivitas normalisasi. Serta mensimulasikannya menggunakan *Software Maple 16.*
2. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas pada tiap parameter dalam model, dengan nilai awal dan parameter yang telah diberikan, diperoleh bahwa:
   a. Parameter yang berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$) adalah laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$), diikuti laju kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis* ($\mu_t$), diikuti laju kematian alami ($\mu$), selanjutnya diikuti laju individu sembuh setelah terinfeksi *Tuberculosis* ($c$).. Dari keempat parameter tersebut yang paling berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dasar ($R_0$) adalah laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$), artinya semakin besar laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$) menyebabkan meningkatnya nilai $R_0$, sehingga penyakit akan semakin menyebar.

   b. Parameter yang berpengaruh terhadap titik endemik kelas *infected* adalah banyaknya kelahiran populasi ($\Pi$), diikuti laju kematian yang disebabkan oleh penyakit *Tuberculosis* ($\mu_t$), diikuti laju kematian alami ($\mu$), diikuti laju penularan penyakit *Tuberculosis* ($b$), dan selanjutnya diikuti laju individu sembuh setelah terinfeksi

*Tuberculosis* ($c$). Dari kelima parameter tersebut yang paling berpengaruh terhadap titik endemik kelas *infected* adalah banyaknya kelahiran populasi ($\Pi$). Hal ini mengindikasikan bahwa untuk dapat mengurangi jumlah individu terinfeksi dalam populasi maka banyaknya kelahiran harus kecil, dengan kata lain perlu intervensi yang dilakukan untuk mengurangi banyaknya kelahiran individu.

**B. Saran**

1. Pada skripsi ini simulasi model penyebaran penyakit *Tuberculosis* hanya terbatas di wilayah Kota Yogyakarta tahun 2014. Oleh karena itu, untuk penelitian selanjutnya bisa dilakukan pengambilan data pada wilayah lainnya supaya dapat mengetahui penyebaran penyakit *Tuberculosis* di wilayah lainnya.
2. Untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan analisis sensitivitas dengan metode Partial Rank Correlation Coefficients (PRCC) atau metode Monte-Carlo (MC).
3. Pada model matematika yang terbentuk dapat ditambahkan kompartemen baru atau melibatkan jenis perawatan penderita *Tuberculosis.*

**DAFTAR PUSTAKA**

Aditama, Tjandra Y. (2000). *Tuberkulosis: Diagnosis, Terapi dan Masalahnya*. Jakarta: Laboratorium Mikrobiologi RSUP Persahabatan / WHO Collaborating Center for Tuberculosis.

Chitnis, Nakul R. (2005). Using Mathematical Models in Controlling The Spread Of Malaria. *Dissertation The University of Arizona*. USA.

Dinas Kesehatan Kota Yogyakarta. (2015). *Profil Kesehatan Tahun 2015 Kota Yogyakarta (Data Tahun 2014)*. Yogyakarta: Dinas Kesehatan Kota Yogyakarta.

Fredlina, K. Queena, Oka, Bagus Tjokroda & I Made Eka Dwipayana. (2012). Model SIR (*Susceptible*, *Infectious*, *Recovered*) untuk Penyebaran Penyakit *Tubercolusis*. *E-Journal Matematika*. 1(I). Hlm 52-58.

Hurint, Roberta U., Ndii, Meksianis Z. & Maria Lobo. (2017). Analisis Sensitivitas Model Epidemi SEIR. *Online Journal of Natural Science*. 6(1). Hlm 22-28.

Lisa P. (2009). Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Tuberculosis. *Skripsi UNDIP*. Semarang.

Marsudi. (2014). Analisis Sensitivitas Model Epidemiologi HIV dengan Edukasi. *Prosiding KNM XVII 2014*. ISBN:978-602-96426-3-6. Hlm 907-917.

Ningsih, Wahyuni, Winarko, M.Setijo & Nuri Wahyuningsih. (2013). Analisis Stabilitas dan Sensitivitas Model Epidemik Flu Burung pada Unggas-Manusia dengan Vaksinasi. *Jurnal Sains dan Seni POMITS.* 2(1). Hlm 1-6.

Taufik, M. Rifki, Lestari, Dwi & Tri Wijayanti Septiarini. (2015). Mathematical Model for Vaccinated Tuberculosis Disease with VEIT Model. *International Journal of Modeling and Optimization*. 5(3). Hlm 192-197.

Rositarini, Okky, Lestari, Dwi & Husna Arifah. (2017). Analisis Numerik Model Epidemik SIR (*Susceptible, Infectious, Recovered*) Pada Penyebaran Penyakit *Tuberculosis* di Yogyakarta. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNY*. Yogyakarta. Hlm 171-178.

Sari, Ilmiyati & Tasman, Hengki. (2014). Model Epidemik SIR untuk Penyakit yang Menular Secara Horizontal dan Vertikal. *Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII.* Surabaya : ITS. Hlm 754

World Health Organization. (2016). "*Tuberculosis*". Diakses dari http://www.who.int/tb/en/ pada 18 Januari 2018, Jam 20:30 WIB.

Yong, Benny & Owen, Livia. (2016). Dynamical Transmission Model of MERS-CoV in Two Areas. *Proceedings of The American Institute of Physic*. 1716 (1).