

# OPTIMASI PORTOFOLIO SAHAM MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING*

## OPTIMIZATION OF STOCK PORTFOLIO USING *SEPARABLE PROGRAMMING*

Oleh: Ifani Rahadian Saputri<sup>1)</sup>, Musthofa<sup>2)</sup>

Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA UNY

[rahadianifani@gmail.com](mailto:rahadianifani@gmail.com)<sup>1)</sup>, [mdataku@gmail.com](mailto:mdataku@gmail.com)<sup>2)</sup>

### Abstrak

Permasalahan optimasi adalah permasalahan menemukan kondisi dimana fungsi tujuan mencapai nilai maksimum atau minimum. Permasalahan optimasi dapat diterapkan dalam masalah nyata dalam kehidupan manusia. Salah satu permasalahan optimasi adalah permasalahan portofolio saham. Penelitian ini bertujuan untuk membentuk model nonlinear pengembangan *Mean Variance (extension MV model)* dan model linear *Mean Absolute Deviation (MAD)* untuk masalah optimasi portofolio saham yang diselesaikan dengan Algoritma Genetika. Model untuk portofolio saham dalam penentuan jumlah dana yang akan diinvestasikan pada tiga saham BBNI, UNVR, dan ADHI periode 21 November 2016 – 20 November 2017 diperoleh hasil yaitu, dengan model nonlinear pengembangan *Mean Variance (extension MV model)* diperoleh jumlah dana yang diinvestasikan pada BBNI Rp 29.000.000,00 (29%), UNVR Rp 57.000.000,00 (57%), ADHI Rp 14.000.000,00 (14%), sedangkan dengan model linear *Mean Absolute Deviation (MAD)* diperoleh jumlah dana yang diinvestasikan pada BBNI Rp 70.000.000,00 (70%), UNVR Rp 30.000.000,00 (30%), ADHI Rp 0,00 (0%).

Kata kunci: Pemrograman Nonlinear, *Separable Programming*, Algoritma Genetika, Portofolio Saham.

### Abstract

*The optimization problem is the problem of finding the condition where the objective function reaches the maximum or minimum value. Optimization problems can be applied in real problems in human life. One of the optimization issues is the stock portfolio problem. This study aims to form a nonlinear model of the development of Mean Variance (extension MV model) and the linear Mean Absolute Deviation (MAD) model for the problem of stock portfolio optimization completed with the Genetic Algorithm. The model for the stock portfolio in determining the amount of funds to be invested in the three stocks BBNI, UNVR, and ADHI period November 21, 2016 - November 20, 2017 obtained results that is, with nonlinear model development of Mean Variance (extension MV model) obtained the amount of funds invested in BBNI Rp 29.000.000,00 (29%), UNVR Rp 57.000.000,00 (57%), ADHI Rp 14.000.000,00 (14%), whereas with the linear Mean Absolute Deviation (MAD) model, the amount of funds invested on BBNI Rp 70.000.000,00 (70%), UNVR Rp 30.000.000,00 (30%), ADHI Rp 0,00 (0%).*

Keywords: Nonlinear Programming, *Separable Programming*, Genetic Algorithm, Stock Portfolio.

### PENDAHULUAN

Optimasi juga dapat didefinisikan sebagai proses menemukan kondisi dimana fungsi mencapai nilai maksimum atau minimum (Rao, 2009:1). Masalah optimasi dapat diselesaikan dengan menggunakan pemrograman linear maupun nonlinear. Suatu permasalahan optimasi disebut nonlinear apabila fungsi tujuan dan

kendala berbentuk nonlinear pada salah satu atau keduanya. Masalah pemrograman nonlinear dapat diselesaikan salah satunya dengan *Separable Programming*.

*Separable Programming* adalah metode pemecahan masalah yang mengkonversi masalah nonlinear menjadi model linear yang hanya memuat satu variabel (Hillier, 2001: 667).

*Separable Programming* dapat diselesaikan dengan menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong. Keakuratan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong dipengaruhi oleh banyaknya titik partisi atau titik kisi. Apabila titik kisi bertambah, maka variabel pada masalah hampiran pemrograman linear akan bertambah (Bazaraa, 2006: 694).

Beberapa penelitian mengenai *Separable Programming* pernah dibahas oleh Budi Marpaung (2012) dimana membandingkan pendekatan *Separable Programming* dan pendekatan kondisi *Karush-Kuhn-Tucker*, Rini Nurcahyani (2014) dimana membahas penyelesaian nonlinear menggunakan *Separable Programming* yang kemudian diselesaikan dengan metode simpleks, dan Lina Febriani (2015), yang membahas mengenai optimasi jumlah produksi menggunakan *Separable Programming*.

Menurut Hillier (2001) dalam pembentukan model portofolio saham optimal dapat menggunakan model *Mean Variance* (MV) dan *Mean Absolute Deviation* (MAD). Pada skripsi ini akan dibahas mengenai penyelesaian model portofolio saham optimal pengembangan *Mean Variance (extension MV model)* dan model portofolio saham optimal *Mean Absolute Deviation* (MAD). Portofolio merupakan kombinasi atau sekumpulan aset, baik berupa aset riil maupun aset finansial yang dimiliki oleh investor. Pada umumnya, investor menginginkan portofolio yang efisien. Portofolio efisien adalah portofolio yang memberikan risiko terendah dengan nilai *expected return* tertentu atau portofolio yang memberikan nilai *expected return* tertinggi dengan risiko tertentu.

Skripsi ini akan membahas mengenai pengoptimalan portofolio saham dengan mengkombinasikan tiga saham, yaitu PT Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk (BBNI), PT Unilever Indonesia Tbk (UNVR), dan PT Adhi Karya (Persero) Tbk (ADHI). Ketiga perusahaan tersebut termasuk dalam perusahaan besar di Indonesia dan termasuk dalam daftar saham indeks LQ-45.

Skripsi ini akan membahas pembentukan model nonlinear portofolio saham optimal pengembangan *Mean Variance (extension MV model)* dan model linear portofolio saham optimal *Mean Absolute Deviation* (MAD) dengan mengkombinasikan tiga saham individual yaitu Bank Negara Indonesia, Unilever Indonesia, dan Adhi Karya periode 21 November 2016 sampai 20 November 2017. Model nonlinear portofolio optimal ditransformasikan menjadi model linear menggunakan *Separable Programming*. Selanjutnya kedua model linear portofolio akan diselesaikan menggunakan Algoritma Genetika.

## KAJIAN PUSTAKA

Data yang digunakan adalah data harga penutupan saham mingguan periode 21 November 2016 sampai 20 November 2017. Model portofolio saham optimal yang diformulasikan dalam bentuk model nonlinear pengembangan *Mean Variance (extension MV model)* dan model linear *Mean Absolute Deviation* (MAD).

### 1. Model Portofolio Pengembangan MV

Model pemrograman nonlinear untuk portofolio yang bertujuan memaksimalkan *expected return* dapat dituliskan sebagai berikut (Hillier, 2001: 658)

Memaksimumkan

$$f(x) = (E(R_1)x_1 + E(R_2)x_2 + E(R_3)x_3) - \beta(x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + x_3^2\sigma_3^2 + 2x_1x_2cov(R_1, R_2) + 2x_1x_3cov(R_1, R_3) + 2x_2x_3cov(R_2, R_3))$$

dengan kendala

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq B$$

dan  $x_i \geq 0$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

dengan parameter  $\beta$  merupakan konstanta tak negatif yang mengukur tingkat keinginan investor terhadap hubungan antara *expected return* dan risikonya. Untuk  $\beta = 0$ , artinya risiko diabaikan. Nilai untuk  $\beta$  yaitu  $0 \leq \beta \leq 1$ .  $B$  merupakan jumlah dana yang akan diinvestasikan untuk portofolio.  $E(R_i)$  merupakan *expected return* saham  $i$ ,  $x_i$  merupakan nilai investasi saham  $i$ , dan  $cov(R_i, R_j)$  merupakan kovarian antara *return* saham  $i$  dan *return* saham  $j$ .

## 2. Model Portofolio MAD

Pembentukan model linear pada portofolio optimal yaitu dengan meminimumkan nilai risiko pada tingkat *expected return* tertentu. Penghitungan nilai risiko pada model MAD adalah menentukan rata-rata nilai mutlak penyimpangan dari tingkat *realized return* terhadap *expected return*. Untuk model portofolio MAD dengan meminimumkan nilai risikonya sebagai berikut

Meminimumkan

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^n a_i x_i$$

Dengan kendala

$$\sum_{i=1}^n E(R_i) x_i \geq R$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$0 \leq x_i \leq u_i$  dengan  $i = 1, 2, \dots, n$

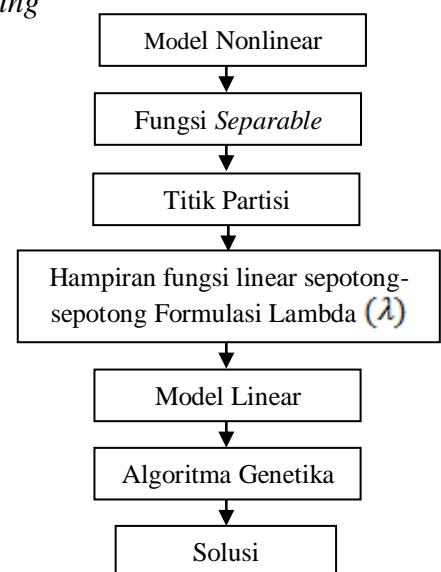
$\sigma_p$  merupakan risiko portofolio MAD,  $a_i$

merupakan risiko MAD saham  $i$ ,  $x_i$  merupakan nilai investasi saham  $i$ ,  $R$  adalah *expected return* minimal, dan  $u_i$  adalah bobot investasi maksimal saham ke- $i$

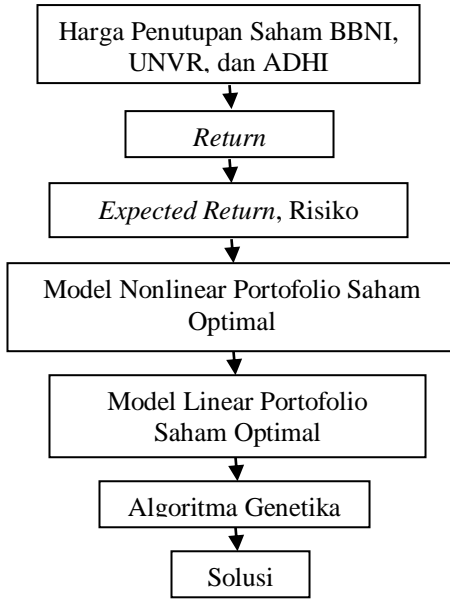
Kemudian apabila model nonlinear portofolio saham pengembangan MV telah terbentuk, maka selanjutnya akan dilinearisasi menggunakan *Separable Programming*. Bentuk linear model portofolio saham pengembangan MV dan model portofolio saham MAD diselesaikan menggunakan Algoritma Genetika.

## METODE PENELITIAN

Berikut ini disajikan bagan mengenai langkah-langkah dalam penyelesaian model pemrograman nonlinear menggunakan *Separable Programming*



Berikut disajikan bagan penyelesaian model nonlinear menggunakan *Separable Programming* pada portofolio optimal saham PT Bank Negara Indonesia (BBNI), PT Unilever Indonesia (UNVR), dan PT Adhi Karya (ADHI)



Berdasarkan bagan di atas, *return* masing-masing saham diuji normalitas menggunakan Uji *Kolmogorov-Semirnov*. Model nonlinear portofolio saham diubah menjadi model linear menggunakan *Separable Programming*.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

*Return* saham BBNI, UNVR, dan ADHI berdistribusi normal dengan uji normalitas menggunakan Uji *Kolmogorov-Semirnov*, sehingga data dapat digunakan dalam pembentukan model portofolio. Diilustrasikan seorang investor akan menginvestasikan dananya sebesar Rp 100.000.000,00.

### 1. Model Portofolio Pengembangan MV

Memaksimumkan

$$f(x) = 0,00512x_1 + 0,00422x_2 + 0,00343x_3 - 0,000524x_1^2 - 0,000084x_2^2 - 0,000604x_3^2 - 0,000092x_4^2 - 0,000052x_5^2 - 0,00002x_6^2 \quad (1)$$

dengan kendala

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10 \quad (2a)$$

$$x_1 + x_2 - x_4 = 0 \quad (2b)$$

$$x_1 + x_3 - x_5 = 0 \quad (2c)$$

$$x_2 + x_3 - x_6 = 0 \quad (2d)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \quad (2e)$$

Masalah P yang diperoleh sebagai berikut

$$f_1(x_1) = 0,00512x_1 - 0,000524x_1^2 \quad (3a)$$

$$f_2(x_2) = 0,00422x_2 - 0,000084x_2^2 \quad (3b)$$

$$f_3(x_3) = 0,00343x_3 - 0,000604x_3^2 \quad (3c)$$

$$f_4(x_4) = -0,000092x_4^2 \quad (3d)$$

$$f_5(x_5) = -0,000052x_5^2 \quad (3e)$$

$$f_6(x_6) = -0,00002x_6^2 \quad (3f)$$

dengan kendala

$$g_{11}(x_1) = x_1, \quad g_{12}(x_2) = x_2, \quad g_{13}(x_3) = x_3 \quad (4a)$$

$$g_{21}(x_1) = x_1, \quad g_{22}(x_2) = x_2, \quad g_{24}(x_4) = -x_4 \quad (4b)$$

$$g_{31}(x_1) = x_1, \quad g_{33}(x_3) = x_3, \quad g_{35}(x_5) = -x_5 \quad (4c)$$

$$g_{42}(x_2) = x_2, \quad g_{43}(x_3) = x_3, \quad g_{46}(x_6) = -x_6 \quad (4d)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (4e)$$

Hampiran dari masalah P dengan menggunakan 11 titik kisi yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dan 10, dapat dituliskan sebagai masalah AP berikut ini

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^{11} f_j(x_{vj}) = \sum_{v=1}^{11} \lambda_{v1} f_1(x_{v1}) + \sum_{v=2}^{11} \lambda_{v2} f_2(x_{v2}) + \sum_{v=3}^{11} \lambda_{v3} f_3(x_{v3}) + \sum_{v=4}^{11} \lambda_{v4} f_4(x_{v4}) + \sum_{v=5}^{11} \lambda_{v5} f_5(x_{v5}) + \sum_{v=6}^{11} \lambda_{v6} f_6(x_{v6}) \quad (5)$$

dengan kendala

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{1j}(x_j) = \hat{g}_{11}(x_1) + \hat{g}_{12}(x_2) + \hat{g}_{13}(x_3) = 10 \quad (6a)$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{2j}(x_j) = \hat{g}_{21}(x_1) + \hat{g}_{22}(x_2) + \hat{g}_{24}(x_4) \leq b_2 \quad (6b)$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{3j}(x_j) = \hat{g}_{31}(x_1) + \hat{g}_{33}(x_3) + \hat{g}_{35}(x_5) \leq b_3 \quad (6c)$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{4j}(x_j) = \hat{g}_{42}(x_2) + \hat{g}_{43}(x_3) + \hat{g}_{46}(x_6) \leq b_4 \quad (6d)$$

$$\sum_{v=1}^k \lambda_{vj} = 1, x_j \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \text{ dan } j \in L \quad (6e)$$

dapat diperoleh nilai-nilai  $x_j$  sebagai berikut

$$x_1 = 0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 2\lambda_{31} + 3\lambda_{41} + 4\lambda_{51} + 5\lambda_{61} + 6\lambda_{71} + 7\lambda_{81} + 8\lambda_{91} + 9\lambda_{101} + 10\lambda_{111} \quad (7a)$$

$$x_2 = 0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 2\lambda_{32} + 3\lambda_{42} + 4\lambda_{52} + 5\lambda_{62} + 6\lambda_{72} + 7\lambda_{82} + 8\lambda_{92} + 9\lambda_{102} + 10\lambda_{112} \quad (7b)$$

$$x_3 = 0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 2\lambda_{33} + 3\lambda_{43} + 4\lambda_{53} + 5\lambda_{63} + 6\lambda_{73} + 7\lambda_{83} + 8\lambda_{93} + 9\lambda_{103} + 10\lambda_{113} \quad (7c)$$

$$x_4 = 0\lambda_{14} + 1\lambda_{24} + 2\lambda_{34} + 3\lambda_{44} + 4\lambda_{54} + 5\lambda_{64} + 6\lambda_{74} + 7\lambda_{84} + 8\lambda_{94} + \lambda_{104} + 10\lambda_{114} \quad (7d)$$

$$x_5 = 0\lambda_{15} + 1\lambda_{25} + 2\lambda_{35} + 3\lambda_{45} + 4\lambda_{55} + 5\lambda_{65} + 6\lambda_{75} + 7\lambda_{85} + 8\lambda_{95} + \lambda_{105} + 10\lambda_{115} \quad (7e)$$

$$x_6 = 0\lambda_{16} + 1\lambda_{26} + 2\lambda_{36} + 3\lambda_{46} + 4\lambda_{56} + 5\lambda_{66} + 6\lambda_{76} + 7\lambda_{86} + 8\lambda_{96} + 9\lambda_{106} + 10\lambda_{116} \quad (7f)$$

Pemrograman linear dengan fungsi-fungsi linear pada masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

Memaksimumkan

$$\sum_{j \in I} \sum_{v=1}^{11} \hat{f}_j(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 0,004596\lambda_{21} + 0,008144\lambda_{31} + 0,010644\lambda_{41} + 0,012096\lambda_{51} + 0,0125\lambda_{61} + 0,011856\lambda_{71} + 0,010164\lambda_{81} + 0,007424\lambda_{91} + 0,003636\lambda_{101} - 0,0012\lambda_{111}] + [0\lambda_{12} + 0,004136\lambda_{22} + 0,008104\lambda_{32} + 0,0011904\lambda_{42} + 0,015536\lambda_{52} + 0,019\lambda_{62} + 0,022296\lambda_{72} + 0,025424\lambda_{82} + 0,028384\lambda_{92} + 0,031176\lambda_{102} + 0,0338\lambda_{112}] + [0\lambda_{13} + 0,002826\lambda_{23} + 0,004444\lambda_{33} + 0,004854\lambda_{43} + 0,004056\lambda_{53} + 0,00205\lambda_{63} - 0,00116\lambda_{73} - 0,00559\lambda_{83} - 0,01122\lambda_{93} - 0,01805\lambda_{103} - 0,0261\lambda_{113}] + [0\lambda_{14} - 0,000092\lambda_{24} - 0,000368\lambda_{34} - 0,000828\lambda_{44} - 0,001472\lambda_{54} - 0,0023\lambda_{64} - 0,003312\lambda_{74} - 0,004508\lambda_{84} - 0,005888\lambda_{94} - 0,007452\lambda_{104} - 0,0092\lambda_{114}] + [0\lambda_{15} - 0,000052\lambda_{25} - 0,000208\lambda_{35} - 0,00047\lambda_{45} - 0,00083\lambda_{55} - 0,0013\lambda_{65} - 0,001872\lambda_{75} - 0,002548\lambda_{85} - 0,00328\lambda_{95} - 0,004212\lambda_{105} - 0,0052\lambda_{115}] + [0\lambda_{16} - 0,00002\lambda_{26} - 0,00008\lambda_{36} - 0,00018\lambda_{46} - 0,00032\lambda_{56} - 0,0005\lambda_{66} - 0,00072\lambda_{76} - 0,00098\lambda_{86} - 0,00128\lambda_{96} - 0,00162\lambda_{106} - 0,002\lambda_{116}] \quad (8)$$

dengan kendala

$$\sum_{j \in I} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{vj}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 2\lambda_{31} + 3\lambda_{41} + 4\lambda_{51} + 5\lambda_{61} + 6\lambda_{71} + 7\lambda_{81} + 8\lambda_{91} + 9\lambda_{101} + 10\lambda_{111}] + [0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 2\lambda_{32} + 3\lambda_{42} + 4\lambda_{52} + 5\lambda_{62} + 6\lambda_{72} + 7\lambda_{82} + 8\lambda_{92} + 9\lambda_{102} + 10\lambda_{112}] + [0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 2\lambda_{33} + 3\lambda_{43} + 4\lambda_{53} + 5\lambda_{63} + 6\lambda_{73} + 7\lambda_{83} + 8\lambda_{93} + 9\lambda_{103} + 10\lambda_{113}] = 10 \quad (9a)$$

$$\sum_{j \in I} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{vj}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 2\lambda_{31} + 3\lambda_{41} + 4\lambda_{51} + 5\lambda_{61} + 6\lambda_{71} + 7\lambda_{81} + 8\lambda_{91} + 9\lambda_{101} + 10\lambda_{111}] + [0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 2\lambda_{32} + 3\lambda_{42} + 4\lambda_{52} + 5\lambda_{62} + 6\lambda_{72} + 7\lambda_{82} + 8\lambda_{92} + 9\lambda_{102} + 10\lambda_{112}] + [0\lambda_{14} - 1\lambda_{24} - 2\lambda_{34} - 3\lambda_{44} - 4\lambda_{54} - 5\lambda_{64} - 6\lambda_{74} - 7\lambda_{84} - 8\lambda_{94} - 9\lambda_{104} - 10\lambda_{114}] = 0 \quad (9b)$$

$$\sum_{j \in I} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{vj}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 2\lambda_{31} + 3\lambda_{41} + 4\lambda_{51} + 5\lambda_{61} + 6\lambda_{71} + 7\lambda_{81} + 8\lambda_{91} + 9\lambda_{101} + 10\lambda_{111}] + [0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 2\lambda_{33} + 3\lambda_{43} + 4\lambda_{53} + 5\lambda_{63} + 6\lambda_{73} + 7\lambda_{83} + 8\lambda_{93} + 9\lambda_{103} + 10\lambda_{113}] + [0\lambda_{15} - 1\lambda_{25} - 2\lambda_{35} - 3\lambda_{45} - 4\lambda_{55} - 5\lambda_{65} - 6\lambda_{75} - 7\lambda_{85} - 8\lambda_{95} - 9\lambda_{105} - 10\lambda_{115}] = 0 \quad (9c)$$

$$\sum_{j \in I} \sum_{v=1}^{11} \hat{g}_{vj}(x_{vj}) = [0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 2\lambda_{32} + 3\lambda_{42} + 4\lambda_{52} + 5\lambda_{62} + 6\lambda_{72} + 7\lambda_{82} + 8\lambda_{92} + 9\lambda_{102} + 10\lambda_{112}] + [0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 2\lambda_{33} + 3\lambda_{43} + 4\lambda_{53} + 5\lambda_{63} + 6\lambda_{73} + 7\lambda_{83} + 8\lambda_{93} + 9\lambda_{103} + 10\lambda_{113}] + [0\lambda_{16} - 1\lambda_{26} - 2\lambda_{36} - 3\lambda_{46} - 4\lambda_{56} - 5\lambda_{66} - 6\lambda_{76} - 7\lambda_{86} - 8\lambda_{96} - 9\lambda_{106} - 10\lambda_{116}] = 0 \quad (9d)$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} + \lambda_{61} + \lambda_{71} + \lambda_{81} + \lambda_{91} + \lambda_{101} + \lambda_{111} = 1 \quad (9e)$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} + \lambda_{62} + \lambda_{72} + \lambda_{82} + \lambda_{92} + \lambda_{102} + \lambda_{112} = 1 \quad (9f)$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} + \lambda_{53} + \lambda_{63} + \lambda_{73} + \lambda_{83} + \lambda_{93} + \lambda_{103} + \lambda_{113} = 1 \quad (9g)$$

$$\lambda_{14} + \lambda_{24} + \lambda_{34} + \lambda_{44} + \lambda_{54} + \lambda_{64} + \lambda_{74} + \lambda_{84} + \lambda_{94} + \lambda_{104} + \lambda_{114} = 1 \quad (9h)$$

$$\lambda_{15} + \lambda_{25} + \lambda_{35} + \lambda_{45} + \lambda_{55} + \lambda_{65} + \lambda_{75} + \lambda_{85} + \lambda_{95} + \lambda_{105} + \lambda_{115} = 1 \quad (9i)$$

$$\lambda_{16} + \lambda_{26} + \lambda_{36} + \lambda_{46} + \lambda_{56} + \lambda_{66} + \lambda_{76} + \lambda_{86} + \lambda_{96} + \lambda_{106} + \lambda_{116} = 1 \quad (9j)$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \dots, \lambda_{v6} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, 11 \quad (9k)$$

Penentuan hasil optimasi menggunakan Algoritma Genetika. Untuk mempermudah dalam penghitungan, maka diinterpretasikan bahwa  $\lambda_{11} = a(1), \lambda_{21} = a(2), \dots, \lambda_{116} = a(66)$ .

Menggunakan program Matlab pada percobaan ke-16 diperoleh hasil yang maksimal.

Berdasarkan *output* dari program Matlab diperoleh sebagai berikut

$$\begin{aligned} x_1 &= 0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 2\lambda_{31} + 3\lambda_{41} + 4\lambda_{51} + \\ & 5\lambda_{61} + 6\lambda_{71} + 7\lambda_{81} + 8\lambda_{91} + 9\lambda_{101} + 10\lambda_{111} \\ &= 5(0,5458) + 7(0,0258) = 2,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 2\lambda_{32} + 3\lambda_{42} + 4\lambda_{52} + \\ & 5\lambda_{62} + 6\lambda_{72} + 7\lambda_{82} + 8\lambda_{92} + 9\lambda_{102} + 10\lambda_{112} \\ &= 2(0,0071) + 5(0,4333) + 8(0,4455) = 5,7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3 &= 0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 2\lambda_{33} + 3\lambda_{43} + 4\lambda_{53} + \\ & 5\lambda_{63} + 6\lambda_{73} + 7\lambda_{83} + 8\lambda_{93} + 9\lambda_{103} + 10\lambda_{113} \\ &= 1(0,6296) + 2(0,3704) = 1,4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_4 &= 0\lambda_{14} + 1\lambda_{24} + 2\lambda_{34} + 3\lambda_{44} + 4\lambda_{54} + \\ & 5\lambda_{64} + 6\lambda_{74} + 7\lambda_{84} + 8\lambda_{94} + 9\lambda_{104} + 10\lambda_{114} \\ &= 8(0,1992) + 9(0,3333) + 10(0,4675) = 8,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_5 &= 0\lambda_{15} + 1\lambda_{25} + 2\lambda_{35} + 3\lambda_{45} + 4\lambda_{55} + \\ & 5\lambda_{65} + 6\lambda_{75} + 7\lambda_{85} + 8\lambda_{95} + 9\lambda_{105} + 10\lambda_{115} \\ &= 5(0,0030) + 6(0,0749) + 7(0,4332) + \\ & 9(0,0974) + 10(0,3915) = 7,3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_6 &= 0\lambda_{16} + 1\lambda_{26} + 2\lambda_{36} + 3\lambda_{46} + 4\lambda_{56} + \\ & 5\lambda_{66} + 6\lambda_{76} + 7\lambda_{86} + 8\lambda_{96} + 9\lambda_{106} + 10\lambda_{116} \\ &= 9(0,4075) + 10(0,5925) = 9,6 \end{aligned}$$

Selanjutnya akan dicari jumlah dana yang akan diinvestasikan pada BNI, Unilever, dan Adhi Karya.

Untuk jumlah dana yang diinvestasikan pada Bank Negara Indonesia diperoleh

$$x_1 = 2,9 \times 10.000.000 = 29.000.000$$

Untuk jumlah dana yang diinvestasikan pada Unilever diperoleh

$$x_2 = 5,7 \times 10.000.000 = 57.000.000$$

Untuk jumlah dana yang diinvestasikan pada Adhi Karya diperoleh

$$x_3 = 1,4 \times 10.000.000 = 14.000.000$$

Berdasarkan jumlah dana yang diperoleh pada model portofolio saham optimal pengembangan MV jumlah lembar saham yang dibeli investor apabila investor membeli saham pada tanggal 20 November 2017 sebagai berikut

Tabel 1. Jumlah Lembar Saham yang Dibeli pada Model Portofolio Pengembangan MV

No	Saham	Harga Beli 20 November 2017 (Rp)	Lembar
1.	BBNI	7.975	3.636
2.	UNVR	49.425	1.153
3.	ADHI	2.200	6.363

Hasil perhitungan keuntungan yang diperoleh investor pada model portofolio saham optimal MV apabila saham dijual kembali pada periode 1 Januari 2018 diperoleh sebagai berikut

Tabel 2. Keuntungan Penjualan pada Model Portofolio Pengembangan MV

No	Saham	Lembar	Selisih Harga (Rp)	Keuntungan (Rp)
1.	BBNI	3.636	1.325	4.817.700
2.	UNVR	1.153	4.575	5.274.975
3.	ADHI	6.363	-305	-1.940.715
Total				8.151.960

## 2. Model Portofolio MAD

Model portofolio saham MAD yaitu dengan meminimumkan nilai risiko. Berikut adalah model linearnya

Meminimumkan

$$f(x) = 0,02056x_1 + 0,01727x_2 + 0,02930x_3 \quad (10)$$

Berdasarkan ilustrasi sebelumnya, seorang investor akan menginvestasikan dananya sebesar Rp 100.000.000,00 pada tiga perusahaan. Untuk memudahkan dalam perhitungan, maka 100.000.000 ditulis sebagai 1. Sehingga fungsi kendala dapat dituliskan sebagai berikut

$$0,00512x_1 + 0,00422x_2 + 0,00343x_3 \geq 0,00426 \quad (11a)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \quad (11b)$$

$$0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 0,7 \quad (11c)$$

Persamaan (10) dan (11) merupakan masalah primal, kemudian akan ditentukan masalah dual sebagai berikut

Memaksimumkan

$$f(x) = 0,00512x_1 + 0,00422x_2 + 0,00343x_3 \quad (12)$$

dengan kendala

$$0,02056x_1 + 0,01727x_2 + 0,02930x_3 \leq 0,02238 \quad (13a)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \quad (13b)$$

$$0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 0,7 \quad (13c)$$

Persamaan (12) dan (13) merupakan model linear portofolio saham optimal MAD. Kemudian model portofolio saham linear tersebut akan ditentukan solusi optimalnya menggunakan Algoritma Genetika. Berikut adalah langkah-langkah penyelesaian model portofolio saham MAD menggunakan Algoritma Genetika

#### a. Skema Pengkodean

Langkah pertama dalam algoritma genetika adalah menentukan skema pengkodean. Pada penelitian ini menggunakan *binary encoding* atau pengkodean biner.

#### b. Inisialisasi Populasi

Membangkitkan populasi awal adalah proses membangkitkan sejumlah individu secara acak berdasarkan hasil pengkodean menggunakan pengkodean biner yaitu membangkitkan kromosom yang berupa matriks berukuran  $m \times n$ . Matriks  $m \times n$  artinya  $m$  merupakan ukuran populasi dan  $n$  merupakan jumlah gen dalam satu kromosom. Selanjutnya kromosom-kromosom pada populasi awal dikodekan menjadi individu-individu yang berupa alokasi bobot investasi.

#### c. Pengkodean Kromosom

Hasil dari pengkodean ini berupa bilangan real yang terletak pada suatu interval tertentu. Pada skripsi ini digunakan interval  $[0,1]$ .

Berdasarkan kendala kedua, yaitu total dari jumlah dana yang akan diinvestasikan sama dengan 1. Satu bobot saham atau jumlah dana yang akan diinvestasikan diwakili oleh 10 bit.

Apabila terdapat tiga saham, maka satu kromosom terdiri dari  $3 \times 10 = 30$  bit.

Kemudian dari beberapa individu yang terbentuk, individu yang memiliki nilai pada interval  $0 \leq x_i \leq u$ , dipilih  $u$  adalah 0,7 (merupakan kendala ketiga), serta memiliki nilai risiko kurang dari 0,02238 (merupakan kendala pertama) yang dapat dihitung nilai *fitness*-nya. Individu yang tidak memenuhi kendala tersebut nilai *fitness*-nya menjadi 0.

#### d. Evaluasi fungsi *fitness*

Fungsi *fitness* dalam kasus optimasi portofolio ini adalah memaksimumkan *expected return* dengan tingkat risiko tertentu. Berikut adalah fungsi *fitness*-nya

$$fitness = 0,00512x_1 + 0,00422x_2 + 0,00343x_3 \quad (14)$$

Dengan memaksimumkan fungsi *fitness* tersebut, maka akan diperoleh portofolio yang optimal.

#### e. Seleksi orang tua

Penyeleksian yang digunakan untuk memilih kromosom orang tua adalah metode *roulette-wheel selection*. Nilai *fitness* dari masing-masing kromosom diletakkan pada potongan lingkaran pada roda *roulette*. Kromosom yang memiliki nilai *fitness* yang lebih besar akan menempati potongan lingkaran yang lebih besar dibandingkan dengan kromosom yang memiliki nilai *fitness* rendah. Suatu kromosom akan dipilih sebagai induk apabila bilangan random yang dibangkitkan berada dalam nilai akumulatifnya.

#### f. Pindah Silang

Kromosom orang tua yang terpilih pada seleksi orang tua, maka selanjutnya akan dilakukan pindah silang. Pindah silang yang digunakan adalah pindah silang satu titik potong (*one-point crossover*). Pindah silang akan menghasilkan individu baru yang disebut sebagai Anak.

#### g. Mutasi

Setelah melalui proses pindah silang, tahapan selanjutnya adalah proses mutasi. Proses ini terjadi pada anak hasil dari pindah silang yang bertujuan untuk mendapatkan individu baru sebagai calon solusi pada generasi selanjutnya dengan *fitness* yang lebih baik, dan akan menuju solusi yang optimal. Probabilitas mutasi yang digunakan adalah  $\frac{1}{n}$ , dengan  $n$  adalah jumlah generasi. Artinya apabila pada kromosom terdapat 30 gen, mutasi hanya terjadi pada 1 gen. Sehingga probabilitas mutasi pada penelitian ini adalah  $\frac{1}{30} = 0,03$ .

#### h. Elitisme

Proses ini bertujuan untuk menjaga supaya individu bernilai *fitness* tertinggi tidak hilang selama evolusi yang disebabkan karena seleksi, pindah silang, dan mutasi, maka perlu dibuat satu atau beberapa salinannya.

#### i. Penggantian Populasi

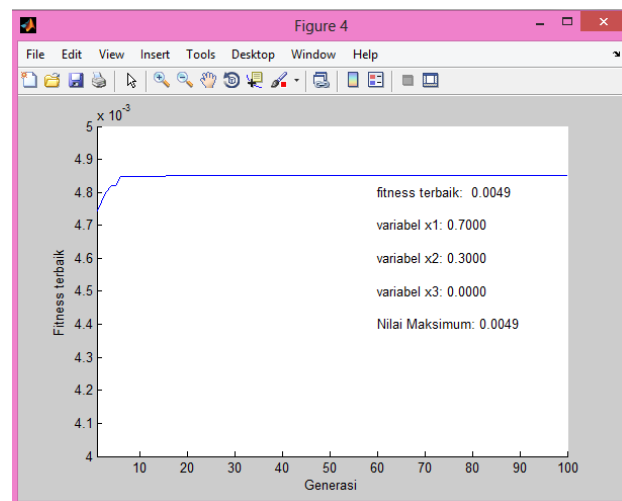
Proses penggantian populasi bertujuan untuk mengganti populasi lama dengan generasi yang baru hasil proses seleksi, pindah silang, mutasi, dan *elitisme*. Pada penelitian ini digunakan *generational replacement*, yaitu dengan mengganti seluruh populasi lama dengan generasi yang baru.

Berikut adalah hasil percobaan algoritma genetika menggunakan *software* Matlab

Tabel 3. Hasil Percobaan Algoritma Genetika Menggunakan *Software* Matlab

Percobaan Ke-	Jumlah Iterasi	Ukuran Populasi	Nilai <i>Fitness</i> Tertinggi	$x_1$	$x_2$	$x_3$	Nilai Maksimum
1	100	100	0,0047	0,5	0,5	0	0,0047
2		200	0,0046	0,5	0,4995	0,0005	0,0046
3		300	0,0049	0,7	0,3	0	0,0049
4		400	0,0044	0,3999	0,3983	0,2017	0,0044
5		500	0,0044	0,3999	0,3995	0,2005	0,0044
6	500	100	0,0045	0,4	0,3995	0,2005	0,0045
7		200	0,0048	0,6	0,4	0	0,0048
8		300	0,0043	0,3821	0,4235	0,1944	0,0043
9		400	0,0045	0,4	0,3885	0,2131	0,0045
10		500	0,0046	0,5999	0,3	0,1001	0,0046
11	1000	100	0,0045	0,4217	0,5328	0,0455	0,0045
12		200	0,0043	0,3	0,5213	0,1787	0,0043
13		300	0,0042	0,4988	0,5	0,0012	0,0042
14		400	0,0041	0,3929	0,5919	0,0152	0,0041
15		500	0,004	0,3871	0,5368	0,0761	0,00450

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh nilai *fitness* terbaik untuk model portofolio MAD pada percobaan ke-3 yaitu sebesar 0,0049 dengan  $x_1 = 0,7$ ,  $x_2 = 0,3$ , dan  $x_3 = 0$  dan nilai maksimum *expected return* sebesar 0,0049. Berikut grafik percobaan ke-3



Gambar 1. Grafik Percobaan ke-3 Algoritma Genetika dengan Matlab

Selanjutnya akan dicari jumlah dana yang akan diinvestasikan pada BNI, Unilever, dan Adhi Karya.



**KESIMPULAN DAN SARAN****Kesimpulan**

Hasil optimasi portofolio saham dengan model portofolio saham optimal pengembangan MV dan model portofolio saham MAD sebagai berikut

- Hasil optimasi portofolio saham dengan model portofolio saham optimal pengembangan MV, yaitu jumlah dana yang diinvestasikan pada BBNI sebesar Rp 29.000.000,00, pada UNVR sebesar Rp 57.000.000,00, dan ADHI sebesar Rp 14.000.000,00. Artinya 29% pada BBNI, 57% pada UNVR, dan 14% pada ADHI. Berdasarkan analisa, diperoleh keuntungan sebesar Rp 8.151.960,00.
- Hasil optimasi portofolio saham dengan model portofolio saham optimal MAD, yaitu jumlah dana yang diinvestasikan pada BBNI sebesar Rp 70.000.000,00, pada UNVR sebesar Rp 30.000.000,00, dan ADHI sebesar Rp 0,00. Artinya 70% pada BBNI, 30% pada UNVR, dan 0% pada ADHI. Berdasarkan analisa, diperoleh keuntungan sebesar Rp 14.401.975,00.

**Saran**

Penulisan penelitian ini hanya sebatas menyelesaikan pemrograman nonlinear yang mempunyai fungsi tujuan nonlinear dan fungsi kendala linear pada penentuan jumlah dana yang akan diinvestasikan pada tiga saham dengan model portofolio saham optimal pengembangan *Mean Variance (extension MV model)* dan model linear portofolio saham optimal *Mean Absolute Deviation (MAD)* menggunakan pendekatan *separable programming*. Bagi pembaca yang ingin mengembangkan lebih lanjut tentang

Untuk jumlah dana yang diinvestasikan pada Bank Negara Indonesia diperoleh

$$x_1 = 0,7 \times 100.000.000 = 70.000.000$$

Untuk jumlah dana yang diinvestasikan pada Unilever diperoleh

$$x_2 = 0,3 \times 100.000.000 = 30.000.000$$

Untuk jumlah dana yang diinvestasikan pada Adhi Karya diperoleh

$$x_3 = 0 \times 100.000.000 = 0$$

Berdasarkan jumlah dana yang diperoleh pada model portofolio saham optimal MAD jumlah lembar saham yang dibeli investor apabila investor membeli saham pada tanggal 20 November 2017 sebagai berikut

Tabel 4. Jumlah Lembar Saham yang Dibeli pada Model Portofolio MAD

No	Saham	Harga Beli 20 November 2017 (Rp)	Lembar
1.	BBNI	7.975	8.777
2.	UNVR	49.425	606
3.	ADHI	2.200	0

Hasil perhitungan keuntungan yang diperoleh investor pada model portofolio saham optimal MAD apabila saham dijual kembali pada periode 1 Januari 2018 diperoleh sebagai berikut

Tabel 2. Keuntungan Penjualan pada Model Portofolio MAD

No	Saham	Lembar	Selisih Harga (Rp)	Keuntungan (Rp)
1.	BBNI	8.777	1.325	11.629.525
2.	UNVR	606	4.575	2.772.450
3.	ADHI	0	-305	0
Total				14.401.975

*separable programming* dapat membahas dengan pemrograman nonlinear yang mempunyai fungsi tujuan nonlinear dan fungsi kendala nonlinear.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bazaraa M. S., H. D. Sherali and C. M. Shetty. (2006). *Nonlinear Programming*. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc.
- Fahmi, I. (2012). *Analisis Kerja Keuangan*. Bandung: Alfabeta.
- Hartono, J. (2010). *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*. Yogyakarta : BPFY-Yogyakarta
- Hillier, F.S and Gerald, L. Lieberman. (2001). *Introduction to Operation Research 7<sup>th</sup> ed.* Singapore : McGraw-Hill, Inc.
- Lina Febriani. (2015). *Penyelesaian Pemrograman Nonlinear dengan Pendekatan Separable Programming untuk Produksi Bakpia Eny*. Skripsi : UNY.
- Markowitz, Harry. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No.1, 77-91.
- Marpaung, B. (2012). Perbandingan Pendekatan Separable Programming dengan The Khun-Tucker Conditions dalam Pemecahan Masalah Nonlinear. *Jurnal Teknik dan Ilmu Komputer*, Vol. 01 No. 02, 153-161.
- Rao S.S. (2009). *Engineering Optimization Theory and Practice 4<sup>th</sup> ed.* Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons Inc.
- Rini Nurcahyani. (2014). *Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan Separable Programming pada Portofolio Optimal*. Skripsi : UNY.
- Suyanto. (2005). *Algoritma Genetika dalam Matlab*. Yogyakarta : Andi offset.
- www.yahoofinance.com diakses pada tanggal 21 November 2017.