# PENYELESAIAN MODEL NONLINEAR MENGGUNAKAN METODE *QUADRATIC PROGRAMMING* DENGAN ALGORITMA GENETIKA DALAM PENENTUAN PRODUKSI OPTIMUM PADA SALIS KONVEKSI

## *THE COMPLETION OF NONLINEAR MODEL USING QUADRATIC PROGRAMMING WITH GENETIC ALGORITHM TO DETERMINE THE OPTIMUM PRODUCTION AT SALIS CONVECTION*

Oleh: Rofiqotun Najah[1], Eminugroho Ratna Sari[2]
Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA UNY
rofiqotunnajah@gmail.com[1], eminugroho@uny.ac.id[2]

**Abstrak**

Pada paper ini dilakukan penyelesaian model nonlinear menggunakan metode *quadratic proggraming* dengan algoritma genetika dalam penentuan produksi optimum pada Salis Konveksi. Langkah penyelesaiannya adalah pembentukan model nonlinear, menentukan kondisi Khun Tucker, mengidentifikasi *complementary slackness*, menambahkan variabel buatan, dan membentuk fungsi tujuan linear. Model linear yang diperoleh kemudian diselesaikan dengan algoritma genetika. Adapun langkah penyelesaian menggunakan algoritma genetika adalah membangkitkan populasi awal, seleksi, *crossover*, mutasi, dan evaluasi. Terdapat 4 variabel keputusan yang dibahas, yaitu produksi atasan dewasa, rok dewasa, *dress* anak, dan atasan anak. Fungsi tujuan yang terbentuk adalah meminimalkan biaya produksi dengan kendala sedemikian sehingga semua permintaan dapat terpenuhi. Berdasarkan perhitungan didapatkan hasil yaitu total minimal biaya produksi Rp 3.026.706,87 dengan produksi atasan dewasa sebanyak 102 pcs, rok dewasa sebanyak 98 pcs, *dress* anak sebanyak 180 pcs, dan atasan anak sebanyak 40 pcs.

Kata Kunci : Optimasi, Pemrograman Nonlinear, *Quadratic Programming*, Algoritma Genetika

***Abstract***

*This paper discusses about the completion of nonlinear model using quadratic programming with genetic algorithm to determine the optimum production at salis convection The completion steps are by establishing a nonlinear model, determining Khun Tucker's condition, identifying complementary slackness, adding artificial variables, and forming a linear objective function. Then, the obtained linear model is solved by a genetics algorithm. The completion steps using genetic algorithms are by generating initial population, selection, crossover, mutation, and evaluation. There are four decision variables that discussed, namely the production of women's tops, skirts, child dresses, and girl's tops. The objective function is to minimize production cost. Based on the calculation, the result shows that total minimum production cost is Rp 3.026.706, 87 with the production of women's tops are 102 pieces, skirts are 98 pieces, child dresses are 180 pieces, and girl's tops are 40 pieces.*

*Key word: Optimization, Nonlinear Programming, Quadratic Programming, Genetics Algorithm*

## PENDAHULUAN

Optimasi berkaitan dengan pencarian solusi dari suatu permasalahan dengan kendala tertentu. Permasalahan tersebut dapat berupa model linear dan model nonlinear. Pada permasalahan sehari-hari seringkali diselesaikan dengan pemrograman nonlinear. Terdapat beberapa metode untuk menyelesaikan permasalahan model nonlinear, diantaranya adalah *Lagrange Multiplier*, pendekatan dengan metode *Karush-Kuhn-Tucker*, *Separable Programming*, dan *Quadratic Programming*.

Secara definisi, *quadratic programming* merupakan pendekatan penyelesaian permasalahan optimasi model nonlinear dimana kendalanya berupa fungsi linear dan fungsi tujuannya merupakan kuadrat dari variabel keputusan ataupun perkalian dari dua variabel keputusan (Hiller & Lieberman, 2001 : 665). Kondisi *Karush-Kuhn-Tucker* digunakan sebagai penyelesaian akhir *quadratic programming*, namun demikian untuk *quadratic programming* yang memiliki banyak kendala maka metode wolfe dapat digunakan untuk menyelesaikannya. Melalui *quadratic programming* permasalahan pemrograman nonlinear dibawa menjadi masalah pemrograman linear.

Beberapa penelitian tentang *quadratic programming* pernah dibahas antara lain oleh Anisyah (2009) yang membahas tentang penyelesaian pemrograman kuadratik dengan metode *Frank and Wolfe*, Dewi (2013) yang menerapkan pemodelan kuadratik untuk analisa hasil panen padi, Utami (2015) yang membahas tentang efektivitas penyelesaian model nonlinear menggunakan pendekatan *quadratic programming* dan *separable programming* untuk optimasi biaya produksi pada industri bakpia 716. Penelitian-penelitian tersebut, setelah permasalahan menjadi model linear kemudian diselesaikan dengan metode simpleks. Sementara terdapat metode lain untuk menyelesaikan model linear, salah satunya adalah Algoritma Genetika.

Algoritma Genetika dimulai dari penelusuran solusi dari sejumlah titik awal sebagai kandidat-kandidat solusi. Algoritma ini kemudian melakukan perbaikan kontinyu yang digabungkan dengan preservasi kandidat solusi prospektif. Langkah rekursif tersebut diulangi sampai dengan diperoleh solusi optimal. Meskipun demikian, implementasi algoritma ini pada pencarian solusi optimal memerlukan penentuan parameter optimisasi yang tepat untuk memandu algoritma menelusuri solusi terbaik (Suyanto, 2005 : 1).

Beberapa penelitian tentang Algoritma Genetika pernah dibahas antara lain oleh Indrianingsih (2010) yang membahas tentang penyelesaian masalah optimasi fungsi berkendala dengan pengkodean bilangan bulat, Ulinuha (2015) yang membahas tentang ukuran optimal populasi algoritma genetika dan unjuk kerjanya dalam perolehan solusi global, Indriana (2016) yang membahas tentang penyelesaian model nonlinear menggunakan *separable programming* dengan algoritma genetika pada produksi tempe.

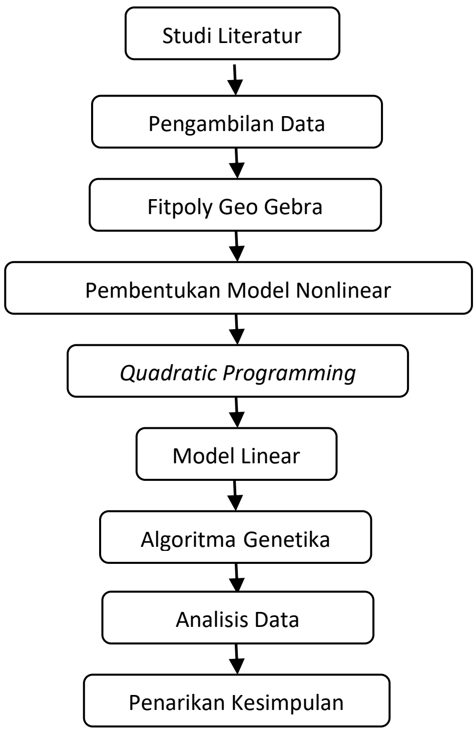
Mayoritas orang memanfaatkan perkembangan teknologi untuk memudahkan melakukan kegiatan sehari-hari. Seperti berbelanja *online*, *sms banking* untuk keperluan perbankan, dan lain sebagainya. Saat ini berkembang berbagai jenis usaha yang memanfaatkan jaringan internet, sebagai contoh adalah bisnis *fashion* dari busana balita, anak, hingga dewasa banyak diperjualbelikan secara *online*. Banyak cara penjual *online* untuk mendapatkan lebih banyak keuntungan salah satunya adalah dengan membuat busana sendiri dengan mencari konveksi untuk membuat busana-busana tersebut. Jumlah produksi dari konveksi tersebut bergantung pada minat pasar, sehingga setiap bulannya jumlah produksi dari konveksi tersebut tidak selalu sama.

Salis Konveksi merupakan salah satu konveksi yang berlokasi di Solo. Solo adalah kota yang terkenal dengan pusat grosir dari berbagai macam pakaian. Sehingga banyak pembeli yang berdatangan ke Solo yang berasal dari kota lain. Oleh sebab itu banyak penjual yang menjual pakaiannya secara *online*, dan Salis Konveksi merupakan salah satu konveksi yang bekerjasama dengan beberapa penjual *online* untuk memproduksi pakaian.

Salah satu nilai tambah dari Salis Konveksi adalah Salis Konveksi dapat menerima bahan pakaian dari pelanggan untuk kemudian dibuat pakaian berdasarkan pesanan, sehingga pelanggan hanya membayar biaya produksi saja. Biaya tersebut relatif lebih murah dibandingkan dengan konveksi lain di Solo, namun karena lokasi Salis Konveksi yang tidak terlalu strategis, menyebabkan Salis Konveksi menjadi kurang banyak diminati oleh para pelanggan. Hal tersebut mengakibatkan jumlah produksi tiap bulan di Salis Konveksi tidak selalu tetap. Jumlah biaya produksi yang selalu berubah-ubah ini membuat model matematika yang akan diterapkan merupakan jenis model nonlinear.

Berdasarkan latar belakang tersebut maka tujuan penulisan penelitian ini untuk membentuk membentuk model nonlinear produksi pada Salis Konveksi kemudian menyelesaikannya menggunakan *quadratic programming* dengan algoritma genetika.

Berikut ditampilkan *flowchart* langkah penyelesaian model nonlinear menggunakan *quadratic programming* dengan algoritma genetika pada Salis Konveksi.




**Gambar 1.** Bagan penyelesaian model nonlinear menggunakan *quadratic programming* dengan algoritma genetika.

## KAJIAN PUSTAKA

### Pemrograman Nonlinear

Pemrograman nonlinear adalah suatu teknik dalam masalah optimasi yang mempunyai fungsi tujuan nonlinear dan fungsi kendala berbentuk nonlinear atau linear. (Bazaraa et al, 2006 : 1).

Bentuk umum dari pemrograman nonlinear adalah menemukan nilai $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, (Hiller & Lieberman, 2001 : 654) sehingga

Max / Min $f(X)$,

dimana $f(X)$ berupa fungsi non linear (1)

kendala $g_i(X)(\leq, =, \geq)b_i$, untuk setiap $i = 1, 2, \dots, m$ (2)

dan $x_j \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ (3)

Fungsi kendala $g_i\,(X)$ dapat berupa fungsi nonlinear maupun fungsi linear. Selain itu, $f(X)$ dan fungsi $g_i\,(X)$ adalah fungsi-fungsi dengan n variabel.

### *Quadratic Programming*

*Quadratic Programming* adalah pendekatan penyelesaian permasalahan optimasi nonlinear dimana kendalanya berupa fungsi linear dan fungsi tujuannya merupakan kuadrat dari variabel keputusan ataupun perkalian dari dua variabel keputusan (Hiller & Lieberman, 2001 : 665). Bentuk umum dari masalah *quadratic programming* menurut Peressini et al (1988 : 258) yaitu:

Meminimumkan

$$f(X) = C^T X + \frac{1}{2} X^T Q X + d \quad (4)$$

Dengan kendala $AX \leq B, X \geq 0$ (5)

Matriks $X$ merupakan matriks satu kolom dari variabel-variabel yang dicari, dan $C^T$ adalah matriks satu baris untuk setiap koefisien ongkos ($c_j$). Matriks $A$ merupakan matriks koefisien persamaan kendala, dan $B$ adalah matriks satu kolom dari ruas kanan persamaan kendala. (Bronson & Naadimuthu, 1997 : 20). Adapun $d$ merupakan suatu konnstanta, sedangkan $Q$ merupakan matriks simetris yang tersusun dari nilai $q_{ij}$, dimana $q_{ij}$ merupakan hasil dari turunan parsial kedua terhadap $x_i$ dan $x_j$ dari fungsi tujuan. Matriks $Q$ merupakan matriks simetris, sehingga nilai $q_{ij} = q_{ji}$. Bentuk (4) dapat ditransformasikan menjadi berikut:

$$f(X) = C^T X + \frac{1}{2} X^T Q X + d = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_i x_j + d \quad (6)$$

Jika $Q$ adalah matriks definit positif, $f(X)$ merupakan fungsi konveks ketat, dan fungsi kendala merupakan fungsi konveks, maka setiap nilai minimum dari masalah tersebut merupakan minimum global (Rao, 1984 : 231).

### Algoritma Genetika

Algoritma Genetika merupakan suatu metode algoritma pencarian berdasarkan pada mekanisme seleksi alam dan genetik alam (Kusumadewi, 2003 : 87). Algoritma Genetika terinspirasi oleh proses biologi dari teori evolusi Darwin, sehingga banyak istilah dan konsep biologi yang digunakan dalam Algoritma Genetika (Chambers, 2000 : 13).

Algoritma Genetika merupakan teknik pencarian yang didasarkan atas mekanisme seleksi genetik natural. Algoritma genetika berbeda dengan teknik pencarian konvensional. Algoritma genetika dimulai dari himpunan solusi yang pada umumnya dihasilkan secara acak. Himpunan ini disebut populasi, sedangkan setiap individu dalam populasi disebut kromosom (merupakan representasi dari solusi) dan yang menempati kromosom disebut gen dan nilainya dapat berupa bilangan numerik, bilangan biner, simbol ataupun sebuah karakter dari permasalahan yang ingin diselesaikan (Gen & Cheng, 2000 : 1).

Pada setiap generasi, kromosom akan melalui proses evaluasi dengan menggunakan alat ukur yang disebut dengan fungsi *fitness* (kebugaran). Nilai *fitness* dari suatu kromosom akan menunjukkan kualitas dari kromosom dalam populasi tersebut (Zukhri, 2014 : 23). Generasi berikutnya dikenal dengan istilah anak (*offspring*) terbentuk dari gabungan dua kromosom generasi sekarang yang bertindak sebagai induk (*parent*) dengan menggunakan operator penyilangan (*crossover*). Selain operator penyilangan, suatu kromosom dapat pula dimodifikasi dengan menggunakan operator mutasi (*mutation*) dengan harapan akan menghasilkan kromosom baru dengan tingkat fitness lebih tinggi sebagai generasi baru atau keturunan (*offspring*) berikutnya. Setelah beberapa generasi maka algoritma genetika akan konvergen pada kromosom terbaik, yang diharapkan merupakan solusi optimal (Goldberg, 1989 : 71).

Struktur umum dari suaru Algoritma Genetika terdiri dari langkah-langkah:

a. Membangkitkan Populasi
b. Seleksi
c. Crossover
d. Mutasi
e. Evaluasi Solusi

Pada umumnya dalam proses Algoritma Genetika untuk mendapatkan hasil optimal membutuhkan proses pengulangan yang cukup panjang. Oleh karena itu, selanjutnya penyelesaian optimasi dengan Algoritma Genetika dilakukan dengan bantuan *software* Matlab.

## PEMBAHASAN

### Pembentukan Model Nonlinear

Penerapan *Quadratic Programming* digunakan untuk menyelesaikan masalah nonlinear penetapan jumlah produksi minimal selama satu bulan di Salis Konveksi untuk mengoptimumkan biaya produksi. Objek penelitian yang digunakan adalah data hasil produksi pada Salis Konveksi selama periode bulan Juli 2016 sampai Desember 2016. Data tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Data Produksi

| | Atasan Dewasa | Rok Dewasa | *Dress* Anak | Atasan Anak |
|---|---|---|---|---|
| Juli 2016 | 178 | 159 | 235 | 242 |
| Agustus 2016 | 193 | 94 | 173 | 236 |
| September 2016 | 215 | 132 | 184 | 251 |
| Oktober 2016 | 243 | 103 | 193 | 367 |
| November 2016 | 134 | 256 | 209 | 96 |
| Desember 2016 | 215 | 145 | 247 | 195 |

Tabel 2. Data Biaya Produksi

| | Atasan Dewasa | Rok Dewasa | *Dress* Anak | Atasan Anak |
|---|---|---|---|---|
| Juli 2016 | Rp. 1.487.500,00 | Rp. 1.275.000,00 | Rp. 1.508.000,00 | Rp. 1.248.000,00 |
| Agustus 2016 | Rp. 1.615.000,00 | Rp. 765.000,00 | Rp. 1.105.000,00 | Rp. 1.222.000,00 |
| September 2016 | Rp. 1.785.000,00 | Rp. 1.105.000,00 | Rp. 1.170.000,00 | Rp. 1.300.000,00 |
| Oktober 2016 | Rp. 2.040.000,00 | Rp. 858.500,00 | Rp. 1.235.000,00 | Rp. 1.980.000,00 |
| November 2016 | Rp. 1.105.000,00 | Rp. 2.125.000,00 | Rp. 1.300.000,00 | Rp. 495.000,00 |
| Desember 2016 | Rp. 1.785.000,00 | Rp. 1.050.000,00 | Rp. 1.579.500,00 | Rp. 1.045.000,00 |

Dalam Penelitian ini diasumsikan beberapa hal, yaitu:

1. Produksi setiap bulan selalu habis terjual.
2. Tidak ada perubahan biaya produksi.

Selanjutnya, berdasarkan tujuan yang akan dicapai yaitu untuk meminimumkan biaya produksi Salis Konveksi, maka dibentuk variabel keputusan yang akan digunakan yaitu:

$x_1$ = banyak produksi atasan dewasa dalam satu bulan.

$x_2$ = banyak produksi rok dewasa dalam satu bulan.

$x_3$ = banyak produksi *dress* anak dalam satu bulan.
$x_4$ = banyak produksi atasan anak dalam satu bulan.

Fungsi tujuan dibentuk dengan menjadikan jumlah produksi total tiap jenis sebagai nilai $x$, dan biaya produksi setiap jenis produksi sebagai nilai $f(x)$. Fungsi biaya yang dikeluarkan untuk memproduksi setiap jenis pakaian diperoleh dengan mencari regresi polinomial yang akan ditentukan dengan *software* Geogebra melalui perintah *Fitpoly*, sehingga didapatkan fungsi tujuan adalah meminimumkan:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0{,}38{x_1}^2 + 8344{,}04\, x_1 + 12{,}07{x_2}^2 + 4043{,}24\, x_2 + 15{,}86{x_3}^2 - 232{,}07\, x_3 + 1{,}83\, {x_4}^2 + 4586{,}28\, x_4 + 1001032{,}87 \quad (7)$$

Fungsi kendala dari permasalahan ini didapatkan berdasarkan informasi dari pemilik Salis Konveksi, jumlah produksi minimal untuk Atasan Dewasa $(x_1)$ adalah 102 pcs, Rok Dewasa $(x_2)$ sebanyak 98 pcs, *Dress* Anak $(x_3)$ sebanyak 180 pcs, dan Atasan Anak $(x_4)$ sebanyak 40 pcs. Dari informasi tersebut dapat dibentuk fungsi kendala sebagai berikut:

$x_1 \geq 102$ (8a)
$x_2 \geq 98$ (8b)
$x_3 \geq 180$ (8c)
$x_4 \geq 40$ (8d)
$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4 \geq 0$ (8e)

Jadi permasalahan pada Salis Konveksi dapat dimodelkan menjadi model nonlinear dengan fungsi tujuan sesuai dengan Persamaan (7) dan fungsi kendala sesuai dengan persamaan (8).

**Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan *Quadratic Programming***

Setelah mendapat persamaan (7) dan (8), kedua persamaan tersebut perlu diidentifikasi menjadi bentuk umum *quadratic programming* yang tertera pada persamaan (4) dan (5) sebagai berikut:
Persamaan (7) dapat ditentukan :

$C^T = [8344{,}04 \quad 4043{,}24 232{,}07 \quad 4586{,}28]$,

$$Q = \begin{bmatrix} 0{,}76 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 24{,}14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 31{,}72 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3{,}66 \end{bmatrix}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0{,}38{x_1}^2 + 8344{,}04\, x_1 + 12{,}07{x_2}^2 + 4043{,}24\, x_2 + 15{,}86{x_3}^2 - 232{,}07\, x_3 + 1{,}83\, {x_4}^2 + 4586{,}28\, x_4 + 1001032{,}87$$

$$f(X) = C^T X + \frac{1}{2} X^T Q X + d$$

$$= [8344{,}04 \quad 4043{,}24 {-} 232{,}07 \quad 4586{,}28] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4] \begin{bmatrix} 0{,}76 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 24{,}14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 31{,}72 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3{,}66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + 1001032{,}87$$

Bentuk Kendala dari (8) disesuaikan menjadi:

$x_1 \geq 102 \iff -x_1 \leq -102$
$x_2 \geq 98 \iff -x_2 \leq -98$
$x_3 \geq 180 \iff -x_3 \leq -180$
$x_4 \geq 40 \iff -x_4 \leq -40$
$x_1, x_2,\ x_3,\ x_4 \geq 0$

Tampak bahwa Persamaan(7) dan (8) memenuhi bentuk persamaan (4) dan (5). Sehingga persamaan (7) dapat diselesaikan dengan menggunakan *quadratic programming*.

Langkah-langkah penyelesaian dengan *quadratic programming* adalah sebagai berikut:

1. Menentukan kondisi *Khun Tucker*

Persamaan (7) dapat ditentukan syarat *Khun Tucker*-nya yaitu:

1) $0{,}76\, x_1 + 8344{,}04 - \lambda_1 - e_1 = 0$ (9a)
$24{,}14\, x_2 + 4043{,}24 - \lambda_2 - e_2 = 0$ (9b)
$31{,}72\, x_3 - 232{,}07 - \lambda_3 - e_3 = 0$ (9c)
$3{,}66\, x_4 + 4586{,}28 - \lambda_4 - e_4 = 0$ (9d)
2) $\lambda_1[-102 - (-x_1)] = 0$ (10a)
$\lambda_2[-98 - (-x_2)] = 0$ (10b)
$\lambda_3[-180 - (-x_3)] = 0$ (10c)
$\lambda_4[-40 - (-x_4)] = 0$ (10d)
3) $(0{,}76\, x_1 + 8344{,}04 - \lambda_1)x_1 = 0$ (11a)
$(24{,}14\, x_2 + 4043{,}24 - \lambda_2)x_2 = 0$ (11b)
$(31{,}72\, x_3 - 232{,}07 - \lambda_3)x_3 = 0$ (11c)
$(3{,}66\, x_4 + 4586{,}28 - \lambda_4)x_4 = 0$ (11d)
4) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$ (12)
5) $e_1, e_2, e_3, e_4 \geq 0$ (13)

Sebagai akibat dari (10) maka:

$-x_1 - (-102) \leq 0$ (14a)
$-x_2 - (-98) \leq 0$ (14b)
$-x_3 - (-180) \leq 0$ (14c)
$-x_4 - (-40) \leq 0$ (14d)

Bentuk (10) dapat dijadikan bentuk kanonik sehingga menjadi:

$x_1 - e_1' = 102$ (15a)

$x_2 - e_2' = 98$ (15b)
$x_3 - e_3' = 180$ (15c)
$x_4 - e_4' = 40$ (15d)

Setelah mengidentifikasi syarat *Khun Tucker*, maka kondisi *Khun Tucker* untuk persamaan (7) - (8) yaitu:

$0{,}76\, x_1 + 8344{,}04 - \lambda_1 - e_1 = 0$ (9a)
$24{,}14\, x_2 + 4043{,}24 - \lambda_2 - e_2 = 0$ (9b)
$31{,}72\, x_3 - 232{,}07 - \lambda_3 - e_3 = 0$ (9c)
$3{,}66\, x_4 + 4586{,}28 - \lambda_4 - e_4 = 0$ (9d)
$x_1 - e_1' = 102$ (15a)
$x_2 - e_2' = 98$ (15b)
$x_3 - e_3' = 180$ (15c)
$x_4 - e_4' = 40$ (15d)

2. Mengidentifikasi *Complementary Slackness*

Berdasarkan (10) dan (15), (9) dan (13), maka kondisi *complementary slackness* untuk persamaan (7) adalah:

$\lambda_1 e_1' = 0$ $\quad e_1 x_1 = 0$
$\lambda_2 e_2' = 0$ $\quad e_2 x_2 = 0$
$\lambda_3 e_3' = 0$ $\quad e_3 x_3 = 0$
$\lambda_4 e_4' = 0$ $\quad e_4 x_4 = 0$

3. Menambahkan variabel buatan $\boldsymbol{a_i}$ untuk setiap kondisi *Khun Tucker* yang tidak memiliki variabel basis

Persamaan (9) dan (15) tidak ada yang memiliki basis sehingga semuanya ditambahkan variabel buatan $\boldsymbol{a_i}$ sehingga bentuknya menjadi:

$-0{,}76\, x_1 + \lambda_1 + e_1 + a_1 = 8344{,}04$ (16a)
$-24{,}14\, x_2 + \lambda_2 + e_2 + a_2 = 4043{,}24$ (16b)
$31{,}72\, x_3 - \lambda_3 - e_3 + a_3 = 232{,}07$ (16c)
$-3{,}66\, x_4 + \lambda_4 + e_4 + a_4 = 4586{,}28$ (16d)
$x_1 - e_1' + a_1' = 102$ (16e)
$x_2 - e_2' + a_2' = 98$ (16f)
$x_3 - e_3' + a_3' = 180$ (16g)
$x_4 - e_4' + a_4' = 40$ (16h)

Semua variabel non negatif.

4. Menentukan fungsi tujuan baru yang linear

Bentuk fungsi linear baru yang linear untuk Salis Konveksi adalah

Meminimumkan

$$w = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_1' + a_2' + a_3' + a_4' \quad (17)$$

Dengan kendala:

$-0{,}76\, x_1 + \lambda_1 + e_1 + a_1 = 8344{,}04$ (16a)
$-24{,}14\, x_2 + \lambda_2 + e_2 + a_2 = 4043{,}24$ (16b)
$31{,}72\, x_3 - \lambda_3 - e_3 + a_3 = 232{,}07$ (16c)
$-3{,}66\, x_4 + \lambda_4 + e_4 + a_4 = 4586{,}28$ (16d)
$x_1 - e_1' + a_1' = 102$ (16e)
$x_2 - e_2' + a_2' = 98$ (16f)
$x_3 - e_3' + a_3' = 180$ (16g)
$x_4 - e_4' + a_4' = 40$ (16h)

Semua variabel non negatif.

**Penyelesaian Model Linear Menggunakan Algoritma Genetika**

Model linear yang diperoleh yaitu pada persamaan (17) dan persamaan (16), kemudian persamaan tersebut diselesaikan menggunakan algoritma genetika. Langkah-langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

a. Pengkodean Fungsi *Fitness*

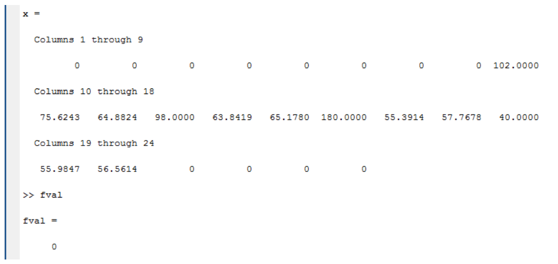
Fungsi *fitness* merupakan fungsi tujuan yang akan dicari nilai optimalnya. Nilai optimal yang dicari dalam Matlab adalah nilai minimum dari fungsi *fitness*. Fungsi *fitness* diinput dalam *script* matlab dan disimpan dengan nama tujuan.m.

b. Pengkodean Fungsi Kendala

Fungsi kendala diinput dalam *script* Matlab dan disimpan dengan nama kendala.m.

c. Minimasi dengan Algoritma Genetika

Langkah yang dilakukan yaitu menginput pada *script* Matlab kemudian disimpan dengan nama maincodelinear.m. Hasil dari penyelesaian tersebut adalah sebagai berikut:




Gambar 2. Input Perintah Minimasi pada *Command Window*

Berdasarkan Gambar 2 diapatkan nilai-nilai sebagai berikut:

$a_1 = 0{,}0000$
$a_2 = 0{,}0000$
$a_3 = 0{,}0000$
$a_4 = 0{,}0000$
$a_1' = 0{,}0000$
$a_2' = 0{,}0000$
$a_3' = 0{,}0000$
$a_4' = 0{,}0000$
$x_1 = 102{,}0000$
$\lambda_1 = 75{,}6243$
$e_1 = 64{,}8824$
$x_2 = 98{,}0000$
$\lambda_2 = 63{,}8419$
$e_2 = 65{,}1780$
$x_3 = 180{,}0000$

$\lambda_3 = 55{,}3914$
$e_3 = 57{,}7678$
$x_4 = 40{,}0000$
$\lambda_4 = 55{,}9847$
$e_4 = 56{,}5614$
$e_1{}' = 0{,}0000$
$e_2{}' = 0{,}0000$
$e_3{}' = 0{,}0000$
$e_4{}' = 0{,}0000$

Nilai fungsi tujuan (17) adalah 0, sehingga hasil yang diperoleh yaitu jumlah produksi $x_1$(atasan dewasa) sebanyak 102 pcs, $x_2$(rok dewasa) sebanyak 98 pcs, $x_3$(*dress* anak) sebanyak 180 pcs, dan $x_4$(atasan anak) sebanyak 40 pcs.

Nilai minimum untuk fungsi $f$ nonlinear (biaya total produksi) yaitu:

$$\begin{aligned} &f(x_1, x_2, x_3, x_4) \\ &= 0{,}38{x_1}^2 + 8344{,}04\, x_1 + 12{,}07{x_2}^2 \\ &\quad +4043{,}24\, x_2 + 15{,}86{x_3}^2 - 232{,}07\, x_3 \\ &\quad +1{,}83\, {x_4}^2 + 4586{,}28\, x_4 + 1001032{,}87 \\ &= (0{,}38)(102)^2 + (8344{,}04)(102) \\ &\quad +(12{,}07)(98)^2 + (4043{,}24)(98) \\ &\quad +(15{,}86)(180)^2 - (232{,}07)(180) \\ &\quad +(1{,}83)(40)^2 + (4586{,}28)(40) \\ &\quad + 1001032{,}87 \\ &= 3026706{,}87 \end{aligned}$$

## SIMPULAN DAN SARAN

### Simpulan

1. Model matematika pengoptimalan biaya produksi di Salis Konveksi merupakan model nonlinear, yaitu meminimumkan fungsi tujuan :
   $$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0{,}38{x_1}^2 + 8344{,}04\, x_1 + 12{,}07{x_2}^2 + 4043{,}24\, x_2 + 15{,}86{x_3}^2 - 232{,}07\, x_3 + 1{,}83\, {x_4}^2 + 4586{,}28\, x_4 + 1001032{,}87$$
   dengan kendala
   $x_1 \geq 102$
   $x_2 \geq 98$
   $x_3 \geq 180$
   $x_4 \geq 40$
   $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$
2. Setelah permasalahan *quadratic programming* teridentifikasi, maka langkah penyelesaian model menggunakan *quadratic programming* dengan algoritma genetika adalah :
   a. Menentukan kondisi Khun Tucker untuk fungsi nonlinear $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ yang terbentuk.
   b. Mengidentifikasi *complementary slackness*.
   c. Menambahkan variabel buatan $a_i$ untuk setiap kondisi Khun Tucker yang tidak memiliki variabel basis.
   d. Menentukan fungsi tujuan baru yang linear, yaitu meminimumkan $w = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_1' + a_2' + a_3' + a_4{}'$.
   e. Menyelesaikan model linear dengan algoritma genetika.
   Berdasarkan perhitungan didapatkan hasil yaitu total biaya produksi Rp 3.026.706,87 dengan produksi $x_1$(atasan dewasa) sebanyak 102 pcs, $x_2$(rok dewasa) sebanyak 98 pcs, $x_3$(*dress* anak) sebanyak 180 pcs, dan $x_4$(atasan anak) sebanyak 40 pcs.

### Saran

Permasalahan yang dibahas dalam skripsi imi masih terbatas pada penyelesaian optimum model nonlinear menggunakan *quadratic programming* dengan algoritma genetika. Bagi pembaca yang tertarik untuk melakukan optimasi model nonlinear, terdapat banyak metode yang dapat digunakan, diantaranya metode *Separable Programming*, metode *penalty*, *Pengali Lagrange*, dan sebagainya. Selain itu untuk penggunaan algoritma genetika dalam skripsi ini juga masih sederhana. Bagi pembaca yang tertarik hendaknya dapat mengkaji lebih dalam tentang penggunaan algoritma genetika dalam matematika, misalnya manfaat algoritma genetika untuk penjadwalan masalah TSP, optimasi yang lebih kompleks dan lainnya.

## DAFTAR PUSTAKA

Anisyah, U. (2009). *Penyelesaian Pemrograman Kuadratik (Quadratic Programming) Dengan Metode Frank and Wolfe*. Skripsi, tidak diterbitkan, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga, Yogyakarta.

Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear Programming*. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons Inc.

Bronson, R., & Naadimuthu, G. (1997). *Schaum's Outline of Theory and Problems of Operations Research Second Edition*. Unites States : McGraw-Hill.

Chambers, L. (2000). *The Practical Handbook of Genetic Algorithms Applications*. CRC Press LLC N. W. Corporate Blvd. Boca Raton. Florida 33431.

Dewi, V. P., Parhusip, H. A., Linawati, L. (2013). Analisis Hasil Panen Padi Menggunakan Pemodelan Kuadratik. *Seminar Nasional Matematika VII UNNES.*

Gen, M., & Cheng, R. (2000). *Genetic Algorithms & Engineering Optimization*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.

Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. England: Addision-Wesley Publishing Company.

Hiller, F.S. and Lieberman, G. J. (2001). *Introduction to Operation Research 7th ed*. Singapore : McGraw-Hill, Inc.

Indriana, A. (2016). *Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan Separable Programming dengan Algoritma Genetika Pada Produksi Tempe*. Skripsi, tidak diterbitkan, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.

Indrianingsih, Y. (2010). Algoritma Genetik Untuk Menyelesaikan Masalah Optimasi Fungsi Berkendala Dengan Pengkodean Bilangan Bulat. *Jurnal Sekolah Tinggi Teknologi Adisucipto (STTA) Vol. 2 No. 1.*

Kusumadewi, S. (2003). *Artificial Intelligence (Teknik dan Aplikasinya)*. Yogyakarta : Graha Ilmu.

Peressini, A. L., Sullivan, F. S., Uhl, J. J. (1988). *The Mathematics of Nonlinear Programming (Undergraduate Text in Mathematics)*. New York: Springer-Verlag.

Rao, S. (1984). *Optimization : Theory and Applications (Second Editions)* . New Delhi : Wiley Eastern Limited).

Suyanto. (2005). *Algoritma Genetika dalam MATLAB*. Yogyakarta: ANDI.

Ulinuha, A. (2015). Ukuran Optimal Populasi Algoritma Genetika dan Unjuk Kerjanya dalam Perolehan Solusi Optimal Global. *Simposium Nasional RAPI XIV. Solo: FT UMS*

Utami, Y. E. D. (2015). *Efektivitas Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan Pendekatan Quadratic Programming dan Separable Programming Untuk Optimasi Biaya Produksi Pada Industri Bakpia 716*. Skripsi, tidak diterbitkan, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.

Zukhri, Z. (2014). *Algoritma Genetika*. Yogyakarta: ANDI.