

ANALISIS SENSITIVITAS MASALAH TRANSPORTASI DAN PENERAPANNYA PADA PENDISTRIBUSIAN PRODUK OTENTIK COFFEE YOGYAKARTA

SENSITIVITY ANALYSIS OF TRANSPORTATION PROBLEMS AND APPLICATION TO THE DISTRIBUTION OF OTENTIK COFFEE YOGYAKARTA PRODUCTS

Oleh : Intan Lila Nofita¹⁾, Himmawati Puji Lestari²⁾

^{1,2)} Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta

e-mail: ¹⁾intanlilanovita@gmail.com, ²⁾himmawati@uny.ac.id

ABSTRAK

Pendistribusian produk dari sumber atau produsen menuju tujuan atau konsumen yang memerlukan meminimalan biaya pengiriman merupakan masalah transportasi. Pada pengoptimalan biaya pendistribusian terkadang terjadi perubahan biaya, untuk menghadapi situasi tersebut dapat diatasi menggunakan analisis sensitivitas. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengkaji analisis sensitivitas masalah transportasi dan penerapannya pada pendistribusian produk Otentik Coffee Yogyakarta.

Penelitian ini merupakan studi literatur untuk membahas analisis sensitivitas pada masalah transportasi dan penerapannya di Otentik Coffee Yogyakarta. Untuk membahas analisis sensitivitas pada masalah transportasi dilakukan kajian terhadap Program Linear, Metode Simpleks, Analisis Sensitivitas, dan Masalah Transportasi.

Hasil dari penelitian ini adalah cara-cara penyelesaian analisis sensitivitas untuk perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan masalah transportasi. Langkah-langkah perubahan dilakukan dengan mengambil sembarang koefisien pada fungsi tujuan. Analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan program linear dengan menggunakan tabel simpleks dan metode simpleks optimal dari tabel optimal masalah transportasi. Perubahan pada variabel basis dari kedua langkah penyelesaian tersebut diambil c_5 dengan banyaknya perubahan sebesar (-10) sehingga nilai optimal turun menjadi 4478,125 (ribu/kg). Analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan pada tabel optimal masalah transportasi diambil perubahan pada variabel basis c_2 dengan banyaknya perubahan sebesar (0,9) sehingga nilai optimal naik menjadi 4534,875 (ribu/kg). Perubahan koefisien fungsi tujuan pada variabel non basis, akan memiliki nilai optimum tetap yaitu 4528,125 (ribu/kg).

Kata kunci: Program Linear, Metode Simpleks, Masalah Transportasi, Analisis Sensitivitas.

ABSTRACT

Distribution of products from resources or consumers to destinations or consumers that require to minimize the shipping costs is a transportation problem. Optimization of the cost distributing sometime there is a change of cost, to overcome the situation can be solved using sensitivity analysis. The purpose of this study is to examine the sensitivity analysis of transportation problems and application of Otentik Coffee Yogyakarta products distribution.

This study is a literature study for discussion the sensitivity analysis of transportation problems and application of products distribution in Otentik Coffee Yogyakarta. Discussion of sensitivity analysis on transportation problem was done study of linear program, simplex method, sensitivity analysis, and transportation problem.

The result from this study is steps of solution of sensitivity analysis of transportation problem change one of function coefficient objective function. The change steps were performed by

taking any coefficients on the objective function. The sensitivity analysis changes one of the coefficients of the objective function of the linear program using the simplex table and the optimal simplex method of the optimal table of transport problems. The change in the base variable of both steps is taken c_5 with the number of changes of (-10) so that the optimal value drops to 4478.125 (thousand / kg). The sensitivity analysis of the change of one of the objective function coefficients in the optimal table of transportation problems is taken to change the base variable c_2 with the number of changes of (0,9) so that the optimal value goes up to 4534,875 (thousand / kg). The change of objective function coefficient on non base variable, will have fixed optimum value that is 4528,125 (thousand / kg).

Keywords: Linear program, Simplex method, Transportation problem, Sensitivity analysis.

PENDAHULUAN

Pendistribusian produk merupakan penyaluran produk dari sumber atau produsen menuju tujuan atau konsumen, di mana dalam pendistribusian produk memerlukan biaya pengiriman. Pendistribusian produk membutuhkan suatu strategi atau kebijakan agar produk yang didistribusikan tersalur dengan baik dan biaya pengiriman yang dikeluarkan seminimal mungkin. Penghematan biaya pendistribusian dapat dilakukan dengan menganalisis keoptimalan biaya pendistribusian.

Analisis keoptimalan biaya pendistribusian dapat menggunakan program linear, di mana merupakan model pengambilan keputusan dalam memecahkan masalah untuk mengalokasikan sumber daya yang terbatas ke berbagai kepentingan dengan seoptimal mungkin. Salah satu metode penyelesaian masalah program linear adalah dengan metode simpleks, untuk mencari nilai optimal dari fungsi tujuan dalam masalah optimal yang terkendala dengan menambahkan variabel pengetat, yaitu variabel *slack*, *surplus*, atau *artificial*. Permasalahan upaya mengoptimalkan biaya pendistribusian juga dapat dimodelkan dengan model transportasi, di

mana merupakan masalah pendistribusian suatu produk dari sejumlah sumber (*supply*) ke sejumlah tujuan (*demand*) dengan tujuan untuk meminimumkan biaya pengangkutan atau pengiriman barang. Metode penyelesaian masalah transportasi dapat menggunakan tabel awal Vogel dan pengecekan optimasi menggunakan metode *Stepping Stone*. Pengoptimalan biaya pendistribusian terkadang terjadi perubahan biaya pada pendistribusian produk, untuk mengatasinya dapat menggunakan metode analisis sensitivitas. Analisis tersebut dilakukan setelah diperoleh solusi optimal pada program linear.

Penelitian mengenai analisis sensitivitas untuk masalah transportasi pernah dilakukan oleh Cahaya Manurung (2010) yang membahas analisis sensitivitas masalah transportasi dengan algoritma *Stepping Stone* pada kasus optimasi. Penelitian lain yang dilakukan Dian Erawati (2013) membahas analisis sensitivitas pada masalah transportasi biasa dan pada masalah transportasi dalam bentuk interval tertutup. Permasalahan yang dihadapi suatu perusahaan sebagai upaya mengoptimalkan biaya pendistribusian dialami pada

pendistribusian produk kopi Otentik Coffee Yogyakarta, sehingga penelitian ini akan membahas tentang analisis sensitivitas masalah transportasi pada pendistribusian produk Otentik Coffee Yogyakarta.

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi literatur, di mana mengkaji materi program linear, masalah transportasi, dan analisis sensitivitas. Beberapa penelitian yang membahas analisis sensitivitas untuk masalah transportasi seperti analisis sensitivitas persoalan transportasi dengan algoritma *Stepping Stone* pada kasus optimasi (Manurung, 2010), analisis sensitivitas pada masalah transportasi biasa dan pada masalah transportasi dalam bentuk interval tertutup (Erawati, 2013). Penelitian lain yang membahas analisis sensitivitas, seperti analisis perubahan koefisien fungsi tujuan secara simpleks pada masalah program linear bilangan bulat (Ernawati, 2010).

Obyek penelitian ini dilakukan pada Otentik Coffee Yogyakarta berdasarkan data pengiriman produk kopi yang diambil dari lokasi pengiriman kopi. Data yang diambil adalah data pengiriman produk kopi jenis Single Origin rata-rata perbulan dari bulan Desember 2016. Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yaitu data yang diperoleh dari hasil wawancara dengan pihak manajemen kedai yang mempunyai keterkaitan dengan penelitian ini.

Teknik pengumpulan data untuk penelitian ini melalui observasi atau pengamatan secara langsung pada perusahaan yang menjadi objek penelitian, serta wawancara secara langsung dengan

pihak-pihak yang berhubungan dengan permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini.

Tahap-tahap yang harus dilakukan dalam menyelesaikan penelitian ini adalah penelitian pendahuluan, yang bertujuan untuk mengetahui secara lebih dekat aktivitas-aktivitas usaha dan operasional di Otentik Coffee Yogyakarta pada bagian distribusi. Identifikasi Gambaran Awal Masalah, yaitu mencari metode yang dapat menyelesaikan suatu masalah dalam perusahaan atau metode untuk memberi saran pada perusahaan. Studi Literatur dengan menggunakan beberapa buku sebagai kajian yang dapat membantu dalam menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini. Observasi Sistem, yaitu melakukan pengamatan terhadap data permintaan, biaya kirim, kapasitas produksi, dan kapasitas permintaan. Analisis Sistem, yaitu untuk mengetahui apakah karakteristik sistem yang akan diteliti memungkinkan untuk dibuat model. Pengolahan dan analisis data, menggunakan metode Masalah Transportasi yang merupakan masalah pendistribusian suatu produk dari sejumlah sumber (*supply*) ke sejumlah tujuan (*demand*) dengan tujuan untuk meminimumkan biaya pengangkutan atau pengiriman barang. Program Linear merupakan metode matematis yang berbentuk linear untuk menentukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap suatu kendala (Siswanto, 2007:26). Salah satu metode untuk menyelesaikan masalah program linear adalah dengan menggunakan metode simpleks. Metode simpleks merupakan prosedur aljabar (bukan secara grafik) untuk mencari nilai optimal dari fungsi

tujuan dalam masalah optimasi yang terkendala (Sirat, 2007:2). Analisis sensitivitas, merupakan suatu usaha untuk mempelajari nilai-nilai dari variabel-variabel pengambilan keputusan dalam suatu model matematika jika satu atau beberapa atau semua parameter model tersebut berubah yang bertujuan untuk mengurangi perhitungan-perhitungan dan menghindari perhitungan ulang (Hiller & Lieberman, 2008:120).

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Sensitivitas Perubahan Salah Satu Koefisien Fungsi Tujuan untuk Masalah Transportasi.

Masalah transportasi dapat diselesaikan dengan metode transportasi biasa dan metode transportasi simpleks program linear. Setelah ditemukan tabel optimum masalah transportasi, akan dikaji mengenai analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan masalah transportasi. Perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan merupakan perubahan yang terjadi karena adanya penambahan atau pengurangan pada koefisien ongkos. Perubahan yang terjadi pada salah satu koefisien fungsi tujuan dilakukan dengan asumsi bahwa koefisien yang lain bersifat tetap. Kemungkinan perubahan yang terjadi pada salah satu koefisien fungsi tujuan terjadi pada salah satu koefisien fungsi tujuan yang bukan merupakan variabel basis atau perubahan pada salah satu koefisien fungsi tujuan yang merupakan variabel basis. Langkah-langkah penyelesaian analisis sensitivitas perubahan koefisien fungsi tujuan pada masalah transportasi.

1. Analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan program linear dengan menggunakan metode simpleks.

Pada analisis perubahan untuk salah satu koefisien fungsi tujuan masalah transportasi akan dijadikan program linear dalam bentuk simpleks transportasi.

Karakteristik kunci masalah ini adalah kebanyakan koefisien a_{ij} dalam kendala-kendala memiliki nilai nol dan beberapa koefisien relatif bukan nol tampil dalam pola yang berbeda. Sebagai hasilnya, dimungkinkan untuk mengembangkan algoritma khusus yang mampu mempersingkat perhitungan dengan memanfaatkan struktur khusus masalah yang ada (Hiller & Lieberman, 2008:274). Formulasi program linear pada masalah transportasi dan tabel koefisien kendala yang memiliki struktur khusus, menunjukkan bahwa masalah transportasi merupakan jenis pemrograman linear yang khusus. Berikut tabel yang menunjukkan koefisien-koefisien kendala pada masalah transportasi:

Tabel.1 Koefisien kendala untuk masalah transportasi

$$A = \begin{matrix} & x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,n} & x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,n} & \dots & x_{m,1} & x_{m,2} & \dots & x_{m,n} \\ \begin{matrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

Salah satu keistimewaan masalah transportasi ke program linear adalah masalah transportasi memiliki 2 indeks (i sumber dan j tujuan) dan pada metode simpleks program linear memiliki 1 indeks. Untuk menyamakan indeks antara masalah transportasi dan metode simpleks dapat dijelaskan sebagai berikut.

- Untuk $i = 1$; maka $c_{i,j} = c_k$; dengan $k = j$
- Untuk $i = 2$; maka $c_{i,j} = c_k$; dengan $k = n + j$
- Untuk $i = 3$; maka $c_{i,j} = c_k$; dengan $k = 2n + j$
- Untuk $i = m$; maka $c_{i,j} = c_k$; dengan $k = (m - 1)n + j$
- Di mana $j = 1, 2, \dots, n$

Dari penjelasan di atas dapat diterapkan pada tabel perubahan indeks dari masalah transportasi ke metode simpleks sebagai berikut:

Tabel.2 Perubahan Indek dari Masalah Transportasi ke Metode Simpleks

	D_1	...	D_n	Suplay		
O_1	x_1	c_1	...	x_n	c_n	b_1
O_2	x_{n+1}	c_{n+1}	...	x_{2n}	c_{2n}	b_2
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots	\vdots
O_m	$x_{(m-1)n}$	$c_{(m-1)n}$...	x_{mn}	c_{mn}	b_m
Demand	a_1	...	a_n			

Setelah diubah lalu dimasukkan ke bentuk tabel simpleks umum, kemudian dianalisis sensitivitas untuk perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan. Dalam mencari besar perubahan untuk salah satu koefisien fungsi tujuan menggunakan tabel simpleks optimal lama, dengan rumus:

$$\text{batas bawah} \leq c_m \leq \text{batas atas}$$

Rumus analisis perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis dan non basis (Susanta, 1994:262-265) adalah sebagai berikut:

a. Variabel basis

$$z_j^* - c_j^* = (z_j - c_j) + \Delta \bar{C} Y_j - \Delta c_j$$

Dari perubahan tersebut, penyelesaian optimal soal lama akan tetap menjadi penyelesaian optimal bagi soal baru (soal lama yang mengalami perubahan) jika:

$$z_j^* - c_j^* \geq 0 \text{ (memaksimumkan), atau}$$

$$(z_j - c_j) + \Delta \bar{C} Y_j - \Delta c_j \geq 0.$$

$$z_j^* - c_j^* \leq 0 \text{ (meminimumkan), atau}$$

$$(z_j - c_j) + \Delta \bar{C} Y_j - \Delta c_j \leq 0.$$

Jika persamaan tersebut dipenuhi maka variabel basis yang menyusun penyelesaian optimal dan nilainya tidak berubah, yang berubah adalah nilai optimum yang semula $z = \bar{C} \bar{x}$ berubah menjadi:

$$z^* = \bar{C}^* \bar{x} = (\bar{C} + \Delta \bar{C}) \bar{x} = \bar{C} \bar{x} + \Delta \bar{C} \bar{x} = z + \Delta z$$

Jadi nilai optimum mengalami perubahan sebesar $\Delta z = \Delta \bar{C} \bar{x}$.

b. Variabel non basis

$$z_j^* - c_j^* = (z_j - c_j) - \Delta c_j$$

Dari perubahan tersebut, penyelesaian optimal soal lama akan tetap menjadi penyelesaian optimal bagi soal baru (soal lama yang mengalami perubahan) dengan syarat yang sama pada perubahan untuk variabel basis.

Setelah diperoleh penyelesaian yang optimal dan layak, maka penyelesaian optimal inilah yang menjadi penyelesaian optimal pada masalah program linear yang mengalami perubahan koefisien fungsi tujuan tersebut.

2. Analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan program linear dengan menggunakan tabel simpleks optimal dari tabel optimal masalah transportasi.

Untuk analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan program linear dengan menggunakan tabel simpleks optimal dari tabel optimal masalah transportasi, maka akan dicari terlebih dahulu nilai optimal dari masalah transportasi dengan menggunakan metode vogel untuk menentukan tabel basis awal dan merevisi tabel menggunakan metode Stepping Stone.

Dari tabel optimal masalah transportasi juga dapat dibuat dalam bentuk tabel simpleks yaitu tabel simpleks optimum masalah transportasi. Pengisian sel-sel pada variabel basis dengan matriks identitas yang terdiri dari 1 dan 0. Sel-sel variabel non basis diisi dengan 1 untuk pergeseran langkah stepping stone bertanda (+), untuk angka -1 digunakan pada pergeseran stepping stone bertanda (-), dan selebihnya sel-sel variabel non basis diisi dengan 0. Dari perubahan tersebut maka dapat ditunjukkan tabel simpleks optimal dari tabel optimal masalah transportasi berikut:

Tabel.3 Tabel simpleks optimal dari tabel optimal masalah transportasi

c_j	c_1	c_2	...	c_{mn}	M	M	...	M	b_i	R_i
x_j	x_1	x_2	...	x_{mn}	d_1	d_2	...	d_{m+n}		
\bar{x}_i										
x_1	1	0	...	0	I	I	...	I	b_1	
x_2	0	1	...	0	I	I	...	I	b_2	
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots	
x_{m+n-1}	0	0	...	I	I	I	...	I	\vdots	
d_p	0	0	...	0	I	I	...	I	b_{m+n}	
z_j	z_1	z_2	z_3	z_{mn}		
$z_j - c_j$	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	$z_{mn} - c_{mn}$		

Keterangan: d_p adalah salah satu bilangan artificial dari d_1 sampai d_{m+n} .

I adalah koefisien kendala yang memiliki nilai 1, -1, atau 0. Setelah dibawa ke permasalahan program linear dengan metode simpleks lalu dianalisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan.

3. Analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan pada tabel optimum masalah transpormasi.

Analisis sensitivitas salah satu koefisien fungsi tujuan pada tabel optimal masalah transportasi merupakan analisis perubahan yang dilakukan secara langsung dari tabel optimum transportasi tanpa menggunakan tabel simpleks optimum. Untuk menghitung nilai perubahan dari analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan yaitu dengan memperhatikan *opportunity cost* atau kemungkinan biaya yang harus ditanggung bila satu alternatif dipilih, pada Stepping Stone atau pengecekan optimalitas pada tabel optimum masalah transportasi.

B. Penerapan Analisis Sensitivitas Salah Satu Koefisien Fungsi Tujuan Masalah Transportasi pada Otentik Coffee Yogyakarta.

Langkah-langkah analisis sensitivitas untuk masalah transportasi pada data pendistribusian produk di Otentik Coffee Yogyakarta.

1. Analisis sensitivitas salah satu koefisien fungsi tujuan program linear dengan metode simpleks pada tabel masalah transportasi di Otentik Coffee Yogyakarta.

Berikut data produksi dan permintaan Otentik Coffee Yogyakarta yang akan diterapkan pada analisis sensitivitas masalah transportasi.

Tabel.4 Data Produksi dan Permintaan Kopi di Otentik Coffee Yogyakarta

Kedai	Permintaan (Kg)
OC1	25
OC2	18,5
OC3	20,5
OC4	11,5

Variansi Kopi	Produksi (Kg)
Gayo	20
Mandelin	5
Sipirok	4,5
Kerinci	5,5
Saribu Dolok	6
Flores	3,5
Kintamani	15
Toraja	5,5
Kalosi	4,5
Ijen	6

Biaya rata-rata pendistribusian (dalam ribuan/Kg) dari setiap pabrik asal kopi ke masing-masing kedai.

Tabel.5 Data Rata-rata Biaya Transportasi Otentik Coffee Yogyakarta

	OC1	OC2	OC3	OC4
Gayo	152,4	151,2	151,5	150,9
Mandelin	22,6	22,3	22,6	22
Sipirok	32,45	32,3	32,3	32,3
Kerinci	24,6	24,3	24,45	24,3
Saribu Dolok	27,9	27	27,45	27,45
Flores	48,45	48,3	48,3	48
Kintamani	33,2	32,9	33,2	33,2
Toraja	10,3	10,45	10,6	10,3
Kalosi	36,3	36,6	36,45	36
Ijen	11,3	12,2	11,15	11,3

Dari data pendistribusian produk Otentik Coffee Yogyakarta di atas dapat dibuat tabel masalah transportasi.

Tabel.6 Tabel Transportasi Otentik Coffee Yogyakarta

	OC1	OC2	OC3	OC4	Supply
V1	152,4	151,2	151,5	150,9	20
V2	22,6	22,3	22,6	22	5
V3	32,45	32,3	32,3	32,3	4,5
V4	24,6	24,3	24,45	24,3	5,5
V5	27,9	27	27,45	27,45	6
V6	48,45	48,3	48,3	48	3,5
V7	33,2	32,9	33,2	33,2	15
V8	10,3	10,45	10,6	10,3	5,5
V9	36,3	36,6	36,45	36	4,5
V10	11,3	12,2	11,15	11,3	6
Demand	25	18,5	20,5	11,5	

Tabel transportasi untuk Otentik Coffee Yogyakarta dapat dibentuk dalam masalah program linear berikut. Meminimumkan:

$$z = 152,4x_1 + 151,2x_2 + 151,5x_3 + 150,9x_4 + 22,6x_5 + 22,3x_6 + 22,6x_7 + 22x_8 + 32,45x_9 + 32,3x_{10} + 32,3x_{11} + 32,3x_{12} + 24,6x_{13} + 24,3x_{14} + 24,45x_{15} + 24,3x_{16} + 27,9x_{17} + 27x_{18} + 27,45x_{19} + 27,45x_{20} + 48,45x_{21} + 48,3x_{22} + 48,3x_{23} + 48x_{24} + 33,2x_{25} + 32,9x_{26} + 33,2x_{27} + 33,2x_{28} + 10,3x_{29} + 10,45x_{30} + 10,6x_{31} + 10,3x_{32} + 36,3x_{33} + 36,6x_{34} + 36,45x_{35} + 36x_{36} + 11,3x_{37} + 12,2x_{38} + 11,15x_{39} + 11,3x_{40}$$

$$x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + d_8 = 5,5$$

$$x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + d_9 = 4,5$$

$$x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40} + d_{10} = 6$$

$$x_1 + x_5 + x_9 + x_{13} + x_{17} + x_{21} + x_{25} + x_{29} + x_{33} + x_{37} + d_{11} = 25$$

$$x_2 + x_6 + x_{10} + x_{14} + x_{18} + x_{22} + x_{26} + x_{30} + x_{34} + x_{38} + d_{12} = 18,5$$

$$x_3 + x_7 + x_{11} + x_{15} + x_{19} + x_{23} + x_{27} + x_{31} + x_{35} + x_{39} + d_{13} = 20,5$$

$$x_4 + x_8 + x_{12} + x_{16} + x_{20} + x_{24} + x_{28} + x_{32} + x_{36} + x_{40} + d_{14} = 11,5$$

Dari penghitungan masalah transportasi menggunakan metode simpleks program linear, didapat tabel simpleks optimum untuk masalah transportasi Otentik Coffee Yogyakarta.

Dengan kendala:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

$$x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 5$$

$$x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 4,5$$

$$x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 5,5$$

$$x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} = 6$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 3,5$$

$$x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} = 15$$

$$x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} = 5,5$$

$$x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 4,5$$

$$x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40} = 6$$

$$x_1 + x_5 + x_9 + x_{13} + x_{17} + x_{21} + x_{25} + x_{29} + x_{33} + x_{37} = 25$$

$$x_2 + x_6 + x_{10} + x_{14} + x_{18} + x_{22} + x_{26} + x_{30} + x_{34} + x_{38} = 18,5$$

$$x_3 + x_7 + x_{11} + x_{15} + x_{19} + x_{23} + x_{27} + x_{31} + x_{35} + x_{39} = 20,5$$

$$x_4 + x_8 + x_{12} + x_{16} + x_{20} + x_{24} + x_{28} + x_{32} + x_{36} + x_{40} = 11,5$$

Tabel.7 Tabel Simpleks Optimum Masalah Transportasi Umum (Otentik Coffee Yogyakarta)

	(ZM-152.0)	(ZM-151.1)	(ZM-151.5)	(ZM-150.9)	(ZM-22.6)	(ZM-22.3)	(ZM-22.6)	(ZM-22.1)	(ZM-43.45)	(ZM-43.3)	(ZM-43.3)	(ZM-43.6)	(ZM-43.9)	(ZM-43.45)	(ZM-43.6)	(ZM-43.7)
0	41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(ZM-22.6)	x5	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
(ZM-43.3)	x11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
(ZM-48.3)	x23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(ZM-47.1)	x18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
(ZM-86.3)	x33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(ZM-33.1)	x25	1	0	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	1	0	0	1
(ZM-10.3)	x29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(ZM-24.45)	x15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
(ZM-11.15)	x39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(ZM-151.1)	x1	1	1	0	0	0	-1	-1	1	1	0	0	1	1	0	0
(ZM-43.6)	x26	-1	0	0	0	1	1	-1	0	0	0	-1	0	0	0	-1
(ZM-151.5)	x3	0	0	1	0	0	0	1	0	-1	-1	0	-1	-1	0	-1
(ZM-150.9)	x4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
z	(ZM-151.5)	(ZM-151.1)	(ZM-150.9)	(ZM-22.6)	(ZM-22.3)	(ZM-22.6)	(ZM-22.1)	(ZM-43.3)	(ZM-43.6)	(ZM-43.9)	(ZM-43.45)	(ZM-43.6)	(ZM-43.8)	(ZM-43.7)		
z-Cj	-0.9	0	0	0	0	0	0	0	-0.15	-0.3	0	-0.6	-0.15	-0.15	0	-0.45
(ZM-27.1)	(ZM-27.45)	(ZM-27.45)	(ZM-48.45)	(ZM-48.3)	(ZM-48.3)	(ZM-48)	(ZM-33.1)	(ZM-33.2)	(ZM-33.1)	(ZM-33.1)	(ZM-43.45)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)
x18	x19	x20	x21	x22	x23	x24	x25	x26	x27	x28	x29	x30	x31	x32	x33	x34
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	1	1	0	0	0	-1	-1	0	0	-1	-1	0	0	-1
0	0	0	-1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	-1	-1	0	-1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(ZM-27.1)	(ZM-27.3)	(ZM-26.7)	(ZM-48.3)	(ZM-48)	(ZM-48.3)	(ZM-47.7)	(ZM-33.2)	(ZM-33.1)	(ZM-33.1)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.6)	(ZM-43.7)
0	-0.15	-0.75	-0.15	-0.3	0	-0.3	0	0	0	-0.6	0	-0.45	-0.3	-0.6	0	-0.6
(ZM-11.3)	(ZM-11.2)	(ZM-11.15)	(ZM-11.3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x37	x38	x39	x40	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	d12	d13
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	-1	-1	0	1	0	0	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	55
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	55
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	6
1	1	0	0	0	-1	0	0	-1	-1	-1	-1	0	1	1	0	75
-1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	-1	0	0	5
-1	-1	0	-1	0	0	-1	-1	0	-1	0	0	-1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	115
(ZM-11.15)	(ZM-10.85)	(ZM-11.15)	(ZM-10.55)	0	-10.9	-10.2	-10.75	-10.2	-10.3	-10.1	-10.2	-10.35	-10.15	-10.35	(ZM-10.5)	(ZM-10.5)
-0.15	-0.9	0	-0.75	0	-10.9	-10.2	-10.75	-10.2	-10.3	-10.1	-10.2	-10.35	-10.15	-10.35	(ZM-10.5)	(ZM-10.5)

Berdasarkan tabel di atas ditunjukkan bahwa biaya pendistribusian produk kopi-kopi

Otentik Coffee Yogyakarta yang optimum (minimalis) adalah 4258,125 (ribu). Untuk analisis sensitivitasnya, diambil perubahan pada variabel basis c_5 dengan batasan $c_5 \leq 22,6$, sehingga diambil besar perubahan sebesar (-10) dan didapat nilai optimum sebesar 4478,125 (ribu/kg). Hasil tersebut dapat diperoleh dengan mengurangi ongkos pendistribusian produk dari Mandelin ke Otentik Coffee 1 sebesar 10 (ribu).

2. Analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan dengan tabel simpleks optimum dari tabel Optimal masalah transportasi pada Otentik Coffee Yogyakarta.

Mencari tabel optimum masalah transportasi pada penerapan ini, diselesaikan dengan tabel awal Vogel dan pengecekan optimasi dengan Stepping stone.

Tabel.8 Tabel Optimum penyelesaian masalah transportasi Otentik Coffee Yogyakarta

Tujuan Sumber	OC1	OC2	OC3	OC4	Supply
V1	152,4	151,2	151,5	150,9	20
V2	22,6	22,3	22,6	22	5
V3	32,45	32,3	32,3	32,3	4,5
V4	24,6	24,3	24,45	24,3	5,5
V5	27,9	27	27,45	27,45	6
V6	48,45	48,3	48,3	48	3,5
V7	33,2	32,9	33,2	33,2	15
V8	10,3	10,45	10,6	10,3	5,5
V9	36,3	36,6	36,45	36	4,5
V10	11,3	12,2	11,15	11,3	6
Demand	25	18,5	20,5	11,5	

Setelah diperoleh tabel optimum masalah transportasi Otentik Coffee Yogyakarta, masukkan koefisien-koefisien masalah transportasi ke tabel simpleks optimum masalah transportasi.

Tabel.9 Tabel Simpleks Optimum dari Tabel Optimum Masalah Transportasi Otentik Coffee Yogyakarta

	151,2	151,5	150,9	22,6	32,3	24,45	27	48,3	33,2	36,3	11,15	M	152,4	22,3	22,6	
	X2	X3	X4	X5	X11	X15	X18	X23	X25	X29	X33	X39	0A	X1	X6	X7
151,2	X2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1
151,5	X3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
150,9	X4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22,6	X5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
32,3	X11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24,45	X15	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	X18	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
48,3	X23	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
33,2	X25	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1
36,3	X29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	1
11,15	X33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
152,4	X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
22,3	X6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
22,6	X7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
M	0A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0		151,2	151,5	150,9	22,6	32,3	24,45	27	48,3	33,2	36,3	11,15	M	0	0	0
22,3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-152,4	-22,3	-22,6	

22	32,45	32,3	32,3	24,6	24,3	24,3	27,9	27,45	27,45	48,45	48,3	48	33,2	33,2	10,45	10,6	10,3	36,6
X8	X9	X10	X12	X13	X14	X16	X17	X19	X20	X21	X22	X24	X27	X28	X30	X31	X32	X34
-1	1	1	0	1	1	0	0	-1	-1	-1	1	0	-1	-1	0	0	-1	0
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
-1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1
1	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-22	-32,45	-32,3	-32,3	-24,6	-24,3	-24,3	-27,9	-27,45	-27,45	-48,45	-48,3	-48	-33,2	-33,2	-10,45	-10,6	-10,3	-36,6

Dari Tabel simpleks optimum tersebut, diperoleh solusi optimum untuk permasalahan pendistribusian produk dalam meminimalkan biaya yaitu sebesar 4528,125 (ribu/kg). Untuk penerapan analisis sensitivitas masalah transportasi, dapat diketahui solusi batasan optimum untuk dapat membatasi perubahan koefisien ongkos agar tetap optimum. Pada langkah penyelesaian analisis sensitivitas yang pertama, diambil perubahan pada c_5 dengan batasan $c_5 \leq 22,6$, sehingga besar perubahan sebesar (-10) dan didapat nilai optimum sebesar 4478,125 (ribu/kg).

3. Analisis sensitivitas salah satu koefisien fungsi tujuan pada tabel Optimal masalah transportasi di Otentik Coffee Yogyakarta.

Penyelesaian langkah ini secara langsung menggunakan tabel optimum masalah transportasi, menggunakan metode Stepping Stone untuk menganalisis perubahan pada salah satu fungsi tujuannya. Penerapan analisis sensitivitas masalah transportasi ini diambil perubahan pada c_2 .

Tabel.10 Tabel Pengecekan Optimasi Perubahan Salah Satu Koefien Variabel Basis Dari Tabel Optimal Masalah Transportasi pada Otentik Coffee Yogyakarta

Sel Kosong	Loop	Opportunity Cost
x_1	$x_1 - x_2 - x_{26} - x_{25}$	$(152,4 - (151,2 + \Delta) + 32,9 - 33,2) = 0,9 - \Delta$
x_6	$x_6 - x_{26} - x_{25} - x_5$	$(22,3 - 32,9 + 33,2 - 22,6) = 0$
x_7	$x_7 - x_3 - x_2 - x_{26} - x_{25} - x_5$	$(22,6 - 151,5 + (151,2 + \Delta) - 32,9 + 33,2 - 22,6) = \Delta$
x_8	$x_8 - x_4 - x_2 - x_{26} - x_{25} - x_5$	$(22 - 150,9 + (151,2 + \Delta) - 32,9 + 33,2 - 22,6) = \Delta$

x_9	$x_9 - x_{11} - x_3 - x_2 - x_{26} - x_{25}$	$(32,45 - 32,3 + 151,5(151,2 + \Delta) + 32,9 - 33,2) = 0,15 + \Delta$
x_{10}	$x_{10} - x_{11} - x_3 - x_2$	$(32,3 - 32,3 + 151,5 - (151,2 + \Delta)) = 0,3 - \Delta$
x_{12}	$x_{12} - x_4 - x_3 - x_{11}$	$(32,3 - 150,9 + 151,2 - 33,2) = 0,6$
x_{13}	$x_{13} - x_{15} - x_3 - x_2 - x_{26} - x_{25}$	$(24,6 - 24,45 + 151,5 - (151,2 + \Delta) + 32,9 - 33,2) = 0,15 - \Delta$
x_{14}	$x_{14} - x_{15} - x_3 - x_2$	$(24,3 - 24,45 + 151,5 - (151,2 + \Delta)) = 0,15 - \Delta$
x_{16}	$x_{16} - x_4 - x_3 - x_{15}$	$(24,3 - 150,9 + 151,5 - 24,45) = 0,45$
x_{17}	$x_{17} - x_{18} - x_{26} - x_{25}$	$(27,9 - 27 + 32,9 - 33,2) = 0,6$
x_{19}	$x_{19} - x_3 - x_2 - x_{18}$	$(27,45 - 151,5 + (151,2 + \Delta) - 27) = 0,15 + \Delta$
x_{20}	$x_{20} - x_4 - x_2 - x_{18}$	$(27,45 - 150,9 + (151,2 + \Delta) - 27) = 0,75 + \Delta$
x_{21}	$x_{21} - x_{23} - x_3 - x_2 - x_{26} - x_{25}$	$(48,45 - 48,3 + 151,5 - (151,2 + \Delta) + 32,9 - 33,2) = 0,15 - \Delta$
x_{22}	$x_{22} - x_{23} - x_3 - x_2$	$(48,3 - 48,3 + 151,5 - (151,2 + \Delta)) = 0,3 - \Delta$
x_{24}	$x_{24} - x_4 - x_3 - x_{23}$	$(48,3 - 150,9 + 151,5 - 48,3) = 0,3$
x_{27}	$x_{27} - x_3 - x_2 - x_{26}$	$(33,2 - 151,5 - (151,2 + \Delta) - 33,9) = -\Delta$
x_{28}	$x_{28} - x_4 - x_2 - x_{26}$	$(33,2 - 150,9 - (151,2 + \Delta) - 32,9) = 0,6 - \Delta$
x_{30}	$x_{30} - x_{26} - x_{28} - x_{29}$	$(10,45 - 32,9 + 33,2 - 10,3) = 0,45$
x_{31}	$x_{31} - x_2 - x_2 - x_{26} - x_{25} - x_{29}$	$(10,6 - 151,5 - (151,2 + \Delta) - 32,9 - 33,2 - 10,3) = 0,9 - \Delta$
x_{32}	$x_{32} - x_4 - x_2 - x_{26} - x_{25} - x_{29}$	$(10,3 - 150,9 - (151,2 + \Delta) - 32,9 - 33,2 - 10,3) = 0,6 - \Delta$
x_{34}	$x_{34} - x_{26} - x_{28} - x_{29}$	$(36,6 - 32,9 + 33,2 - 36,3) = 0,6$
x_{35}	$x_{35} - x_3 - x_2 - x_{26} - x_{25} - x_{29}$	$(36,45 - 151,5 + (151,2 + \Delta) - 32,9 + 33,2 - 36,3) = 0,15 + \Delta$
x_{36}	$x_{36} - x_4 - x_2 - x_{26} - x_{25} - x_{29}$	$(36 - 150,9 + (151,2 + \Delta) - 32,9 + 33,2 - 36,3) = 0,3 - \Delta$
x_{37}	$x_{37} - x_{39} - x_3 - x_2 - x_{26} - x_{25}$	$(11,3 - 11,15 + 151,5 - (151,2 + \Delta) + 32,9 - 33,2) = 0,15 - \Delta$
x_{38}	$x_{38} - x_{39} - x_3 - x_2$	$(12,2 - 11,15 + 151,5 - (151,2 + \Delta)) = 1,53 - \Delta$
x_{40}	$x_{40} - x_4 - x_3 - x_{39}$	$(11,3 - 150,9 + 151,5 - 11,15) = 0,75$

Batasan pada c_2 yaitu $\Delta \leq 0,15$, sehingga besar perubahan sebesar (0,9) dan didapat nilai optimum sebesar 4529,25 (ribu/kg). Hasil tersebut dapat diperoleh dengan menaikkan ongkos pendistribusian produk dari Gayo ke Otentik Coffee 2 sebesar 0,9 (ribu).

KESIMPULAN

Biaya minimal pada masalah transportasi Otentik Coffee Yogyakarta sebesar 4528,125 (ribu/kg). Pada cara pertama untuk penyelesaian analisis sensitivitas masalah transportasi, diambil perubahan pada c_5 dengan perubahan sebesar (-10) sehingga didapat nilai optimum yaitu 4478,125 (ribu/kg). Hasil tersebut dapat diperoleh dengan mengurangi ongkos pendistribusian produk dari Mandelin ke Otentik Coffee 1 sebesar 10 (ribu). Cara kedua pada penyelesaian analisis sensitivitas masalah transportasi diambil perubahan koefisien ongkos dan besar perubahan yang sama dengan analisis sensitivitas masalah transportasi pertama sehingga didapat nilai optimum yang sama yaitu sebesar 4478,125 (ribu/kg). Cara ketiga pada penyelesaian analisis sensitivitas masalah transportasi, diambil perubahan pada

c_2 dengan perubahan sebesar (0,9) sehingga didapat nilai optimum yaitu 4529,25 (ribu/kg). Hasil tersebut dapat diperoleh dengan menaikkan ongkos pendistribusian produk dari Gayo ke Otentik Coffee 2 sebesar 0,9 (ribu).

SARAN

Pada penelitian ini telah dibahas analisis sensitivitas perubahan salah satu koefisien fungsi tujuan, alangkah baik untuk penelitian selanjutnya meneliti analisis sensitivitas perubahan untuk beberapa koefisien fungsi tujuan dan meneliti analisis sensitivitas pada masalah transportasi dengan perubahan pada koefisien teknis, perubahan pada koefisien ruas kanan, dan lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Erawati, D. (2013). Analisis Sensitivitas pada Masalah Transportasi Biasa dan pada Masalah Transportasi dalam Bentuk Interval Tertutup. *Skripsi*. Universitas Gajah Mada.
- Ernawati. (2010). Analisis Perubahan Koefisien Fungsi Tujuan Secara Simpleks pada Masalah Program Linier Bilangan Bulat. *Skripsi*. Universitas Negeri Yogyakarta.
- Hillier, F.S. & Lieberman, G.J. (2008). *Introduction to Operation Research*. (8thed). New York: McGraw-Hill.
- Manurung, C. (2010). Analisis Sensitivitas Persoalan Transportasi dengan Algoritma Stepping Stone pada Kasus Optimasi. *Skripsi*. Universitas Sumatra Utara.
- Sirat, M. (2007). Metode Simpleks. Lampung: Fakultas Ekonomi Univeraitas Lampung.
- Siswanto. (2007). Operation Research Jilid 1. Jakarta: Erlangga.
- Susanta, B. (1994). *Program Linear*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktori Jenderal Pendidikan Tinggi.