

**PENDEKATAN NUMERIK KEADAAN TERIKAT DAN FENOMENA KRITIS  
POTENSIAL YUKAWA PADA INTERAKSI DUA NUKLEON MENGGUNAKAN  
METODE BEDA HINGGA (*FINITE DIFFERENCE METHOD*)**

***NUMERICAL APPROACH OF BOUNDED STATE AND CRITICAL PHENOMENON OF  
YUKAWA POTENTIAL AT TWO NUCLEON INTERACTION USING FINITE DIFFERENCE  
METHOD***

Oleh: Arif Gunawan<sup>1</sup>, R.Yosi Aprian Sari<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>Mahasiswa Program Studi Fisika FMIPA UNY  
<sup>2</sup>Dosen Program Studi Fisika FMIPA UNY  
 Email: [Arifg50@gmail.com](mailto:Arifg50@gmail.com)

**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) dari berbagai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ) pada interaksi dua nucleon dan mengetahui energi terikat pada keadaan kritis dengan pendekatan numerik. Penelitian ini hanya mengkaji interaksi dua nukleon dengan menggunakan persamaan Schrödinger yang mengandung bentuk potensial efektif (potensial Yukawa dan potensial sentrifugal). Metode numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode beda hingga (*finite difference method*) untuk menyelesaikan sistem hamiltonian persamaan Schrödinger dan metode bagi dua (*bisection method*) untuk mencari swanilai sebagai energi ikat nukleon. Penelitian ini menghasilkan beberapa nilai kritis dari jangkauan interaksi nukleon dan nilai energi terikat pada keadaan kritis. Hubungan nilai kritis  $\alpha_c$  dan  $\lambda$  pada berbagai bilangan kuantum momentum sudut  $l$  adalah  $\alpha_c l = \lambda A_1 \exp -l/B_1 - A_2 \exp -l/B_2$ . Ini berarti nilai kritis ( $\alpha_c$ ) menurun secara eksponensial pada bilangan kuantum momentum sudut  $l$  yang semakin besar. Energi ikat terendah keadaan kritis semakin besarketika konstanta kopling ( $\lambda$ ) semakin besar.

**Kata Kunci:** Nilai kritis, potensial Yukawa, bilangan kuantum momentum sudut

**Abstract**

*This research aimed to determine the correlation of critical value for various angular momentum quantum number ( $l$ ) at two nucleon interaction and to determine bound energy at critical state by numerical method. This research only studied the interaction of two nucleon by Schrödinger equation containing effective potential (Yukawa potential and centrifugal potential).*

*The used numerical method on this research was finite difference method to solve Hamiltonian system of Schrödinger equation and bisection method to find eigenvalue which is nucleon bound energy.*

*The result of this research was the critical value for several nucleon interaction range and bound energy value for critical state. Correlation between critical value ( $\alpha_c$ ) and coupling constants ( $\lambda$ ) for each angular momentum quantum number ( $l$ ) was gifted by  $\alpha_c l = \lambda A_1 \exp -l/B_1 + A_2 \exp -l/B_2$ , it implies that critical value ( $\alpha_c$ ) decays exponentially for large angular momentum quantum number ( $l$ ). Bound energy was larger for larger coupling constants ( $\lambda$ ).*

**Keywords:** Critical value, Yukawa potential, angular momentum quantum number

## PENDAHULUAN

Sistem inti dapat dipelajari melalui kesatuan sistem penyusun inti sebagai akibat dari interaksi di antara penyusun inti tersebut. Penyusun inti meliputi proton dan neutron yang dikenal dengan istilah nukleon. Nukleon-nukleon di dalam inti atom saling berinteraksi, interaksi dalam inti dapat berupa interaksi proton-proton, neutron-neutron, maupun proton-neutron melalui suatu potensial interaksi dengan sistem pada keadaan terikat.

Energi ikat sebuah inti adalah energi yang diperlukan untuk memecahkan inti atom menjadi nukleon-nukleon penyusunnya yaitu neutron dan proton (Beiser, 1987). Pada saat ini dilakukan upaya untuk memahami interaksi-interaksi nukleon di dalam inti atom melalui pendekatan komputasi dengan berbagai metode seperti metode *Runge Kutta*, *Monte Carlo*. Dalam inti terjadi interaksi antar nukleon-nukleon penyusunnya. Secara elektrostatis nukleon-nukleon dalam inti atom akan berusaha saling tolak menolak. Fakta lain menunjukkan nukleon-nukleon dalam inti atom seolah-olah menyatu pada jarak yang sangat dekat (sekitar 1,4 fm). Dalam inti tersebut diketahui adanya gaya yang mengikat nukleon-nukleon dalam inti yang disebut gaya kuat. Hideki Yukawa menerapkan teori partikel maya baru (*pion*) pada interaksi nukleon untuk memahami gaya kuat inti. Gaya kuat inti ini mampu menyatukan partikel-partikel inti atom dan mampu menahan gaya tolak antara proton-proton. Sebagai partikel yang bermuatan

sama (positif), proton-proton berusaha saling menjauhkan diri satu sama lain karena pengaruh potensial Coulomb di antara proton-proton tersebut. Namun pada jarak maksimum inti  $r_{max}$ , proton-proton saling berdekatan tetapi juga tidak menyatu karena pengaruh gaya kuat. Semua nukleon terikat bersama-sama dengan kuat karena pengaruh gaya kuat. Gaya kuat sangat terpengaruh dengan banyaknya nukleon yang berinteraksi, sehingga semakin besar jumlah partikel penyusun intinya akan menyebabkan gaya kuat yang mengikat inti semakin kuat (Beiser, 1987).

Penelitian tentang interaksi partikel di dalam inti atom menggunakan bentuk potensial Yukawa terus dikembangkan dalam upaya memahami perilaku partikel tersebut karena masih sedikitnya penelitian yang menggunakan potensial Yukawa. Berbagai macam pendekatan dengan beberapa pemodelan partikel di dalam inti atom dilakukan dengan bantuan komputer. Dengan memahami hubungan setiap variabel-variabel akan diketahui keadaan kritis terkait dengan variabel tersebut, ada dua potensial yang dialami nukleon saat berinteraksi dengan nukleon lain yaitu potensial sentrifugal  $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$  dengan bentuk potensial interaksi sentral dan potensial Yukawa  $V(r) = -\lambda \frac{e^{-\alpha r}}{r}$ , dengan  $\lambda$  dan  $\alpha$  adalah suatu parameter.  $\lambda$  adalah konstanta kopling yang menyatakan kekuatan relatif gaya elektromagnetik dari interaksi nukleon-nukleon dan  $1/\alpha$  adalah jangkauan terpendek

nukleon-nukleon dalam interaksi. Adapun fenomena kritis yang dapat terjadi pada potensial Yukawa yaitu terkait dengan parameter konstantanya (Lou dkk., 2005).

Berdasarkan penelitian Shandar (2013) tentang hubungan antara variabel  $\lambda$  dan  $E$  (energi ikat), dan hubungan antara variabel  $\alpha$  dan  $E$  (energi ikat) pada interaksi dua nukleon pada keadaan dasar ( $l = 0$ ) dengan pendekatan numerik menjelaskan bahwa semakin besar konstanta kopling maka semakin besar nilai energi ikat antara nukleon-nukleon dan semakin besar jangkauan interaksi maka semakin besar nilai energi ikat antara nukleon-nukleon. Penelitian tersebut dibatasi dengan keadaan dasar belum diketahui nilai energi ikat dalam keadaan kritis.

Penelitian yang lain dilakukan Joko (2011) tentang nilai kritis pada berbagai bilangan kuantum momentum sudut yang dibatasi sampai eksitasi ketiga ( $l=3$ ). Penelitian tersebut menunjukkan hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap konstanta kopling ( $\lambda$ ) pada berbagai keadaan bilangan kuantum momentum sudut mendekati bentuk linear. Penelitian tersebut tidak menunjukkan hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap bilangan kuantum momentum sudut pada berbagai konstanta kopling ( $\lambda$ ).

Permasalahan yang dikaji pada penelitian ini adalah mencari nilai energi ikat pada keadaan kritis dan hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap nilai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ) pada berbagai nilai konstanta kopling ( $\lambda$ ). Formulasi matematis

yang digunakan adalah persamaan Schrödinger satu dimensi dalam kajian bagian radialnya, dengan metode *finite difference* (beda hingga) dan *bisection* (bagi dua).

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Riset Komputasi Fisika Jurusan Pendidikan Fisika Universitas Negeri Yogyakarta. Penelitian ini dilakukan pada bulan Agustus 2015 sampai dengan bulan November 2015.

Instrumen yang digunakan di dalam penelitian ini adalah perangkat keras dan perangkat lunak. Perangkat keras yang digunakan adalah satu set komputer. Perangkat lunak yang digunakan adalah *software Microsoft Office 2013*, *Software Matlab*, *Software Origin Lab*.

## Teknik Pengambilan Data

Menyelidiki interaksi nukleon dalam inti pada berbagai nilai bilangan kuantum momentum sudut menggunakan persamaan Schrodinger radial yang berlaku untuk sistem tanpa spin yaitu

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + U(r) \right] \psi(r) = E\psi(r) \quad (1)$$

$U(r)$  merupakan potensial efektif, penjumlahan antara potensial sentral dengan potensial sentrifugal.

$$U(r) = V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \quad (2)$$

$V(r)$  merupakan potensial sentral, dalam interaksi nukleon didalam inti atom

pada penelitian ini dipilih potensial Yukawa pada Persamaan 3.

$$V(r) = -\lambda \frac{e^{-\alpha r}}{r} \tag{3}$$

Persamaan 2 dimasukkan ke dalam Persamaan 1 schrodinger radial dapat diubah dalam bentuk sistem Hamiltonandengan  $I$  merupakan matrik identitas untuk  $n \times n$  seperti Persamaan 4 dan Persamaan 5 yaitu:

$$\tilde{H}\psi = E\psi \tag{4}$$

$$(\tilde{H}-EI)\psi_i = 0 \tag{5}$$

dengan memisalkan  $A = \frac{\hbar^2}{2m}$  dan  $B = U(r)$  didapatkan Persamaan 6 yaitu:

$$\left[-A \frac{d^2}{dr^2} + B\right] \psi(r) = E\psi(r), \tag{6}$$

dengan menggunakan metode beda hinggapersamaan menjadi persamaan 7 dan 8 yaitu :

$$\frac{-A[\psi_{i-1} - 2\psi_i + \psi_{i+1}]}{(\Delta r)^2} + B\psi_i = E\psi_i \tag{7}$$

$$-\left[\frac{A}{(\Delta r)^2}\right] \psi_{i-1} + \left[\frac{2A}{(\Delta r)^2} + B\right] \psi_i - \left[\frac{A}{(\Delta r)^2}\right] \psi_{i+1} = E\psi_i \tag{8}$$

indeks  $i$  merupakan banyak data yang akan dicari, sehingga mencari untuk  $i = 1, \psi_i = \psi_{(r=r_{min})}$ , untuk  $i = 2$  sampai  $N-2$  dan untuk  $i = N, \psi_N = \psi_{(r=r_{max})}$ , lalu disusun ke dalam matrik Hamiltonan Operator seperti pada Persamaan 9.

$$H = \begin{bmatrix} \left[\frac{2A}{(\Delta r)^2} + B\right] & -\left[\frac{A}{(\Delta r)^2}\right] & 0 & 0 \\ -\left[\frac{A}{(\Delta r)^2}\right] & \left[\frac{2A}{(\Delta r)^2} + B\right] & -\left[\frac{A}{(\Delta r)^2}\right] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left[\frac{2A}{(\Delta r)^2} + B\right] \end{bmatrix}$$

$$\psi_i = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_{N-1} \end{bmatrix} \tag{9}$$

dengan memisahkan  $a = -\left[\frac{A}{(\Delta r)^2}\right]$ ,  $b = \left[\frac{2A}{(\Delta r)^2} + B\right]$  dan  $c = -\left[\frac{A}{(\Delta r)^2}\right]$  dan disusun ulang

kedalam matrik Tridiagonal (Matrik Energi) menjadi Persamaan 10 yaitu:

$$\begin{bmatrix} b_1 - E & c_1 & \cdot & \cdot & 0 \\ a_2 & b_2 - E & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & a_3 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & a_N & b_N - E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \vdots \\ \psi_{N-1} \end{bmatrix} = 0 \tag{10}$$

Mengubah persamaan matrik Tridiagonal menjadi fungsi Polinomial seperti pada persamaan 11 adalah :

$$P_0(E) = 1$$

$$P_1(E) = b_1 - E$$

$$P_2(E) = [b_2 - E]P_1(E) - a_2c_1$$

$$P_3(E) = [b_3 - E]P_2(E) - a_3c_2P_1(E)$$

$$P_N(E) = [b_N - E]P_{N-1}(E) - a_Nc_{N-1}P_{N-2}(E) \tag{11}$$

untuk  $P_N(E) = 0$ , dengan menggunakan Metode bagi dua (*bisection method*) sehingga diperoleh  $E$  (Energi ikat).

### Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dalam penyusunan program komputer dalam penelitian ini ada beberapa langkah yaitu :

#### 1. Pembuatan algoritma program

Penerapan hasil diskretasi persamaan scrodinger ke dalam algoritma program, dengan menentukan besaran masukan dan besaran keluaran program sebagai berikut:

##### a. Masukan

###### 1). Besaran fisis

a)  $\lambda$  = besarnya konstanta kopling.

b)  $\frac{1}{\alpha}$  = jangkauan gaya inti.

###### 2). Besaran itegrasi

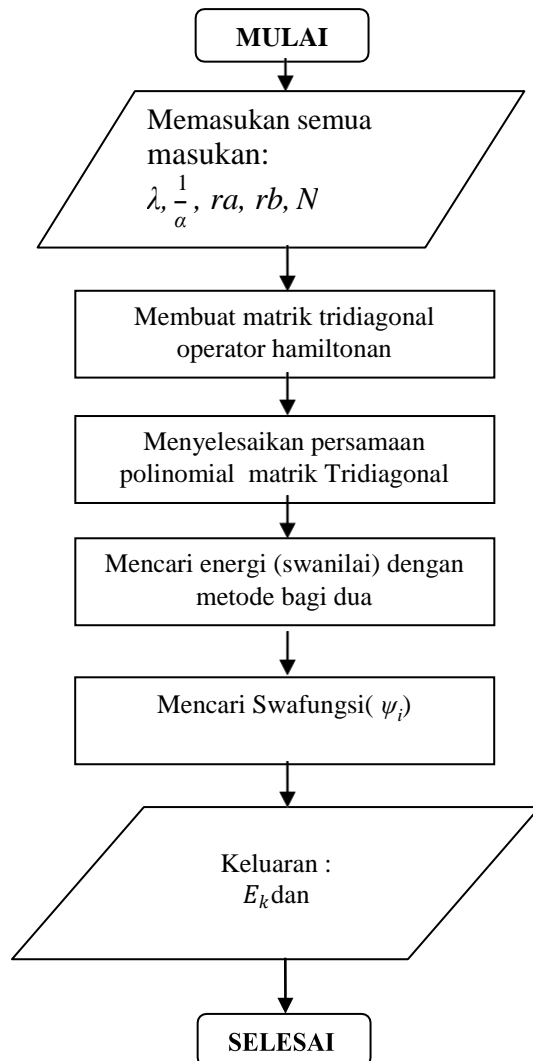
- a)  $ra$  = Jarak awal antar nukleon.
- b)  $rb$  = Jarak akhir antar nukleon.
- c)  $N$  = Banyaknya interval.

b. Keluaran

- 1) Besarnya energi dari interaksi antar nukleon.
- 2) Grafik persamaan fungsi gelombang.

2. Diagram Alir program

Diagram Alir (*Flowchart*) program penentuan nilai kritis pada interaksi dua nukleon dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir program.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini dimulai dengan mencari nilai kritis jangkauan gaya inti ( $\alpha_c$ ) pada berbagai nilai konstanta kopling ( $\lambda$ ) dan bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ). Mengetahui nilai kritis jangkauan gaya inti ( $\alpha_c$ ) sebagai indikasinya adalah jumlah energi ikat. Jumlah energi ikat saat berubah menjadi nol menunjukkan akan terjadinya keadaan kritis, dapat dilihat pada Tabel 1 lalu memfilter nilai  $\alpha$  maksimum untuk menghasilkan nilai kritisnya ( $\alpha_c$ ) ditunjukkan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 1. Jumlah energi ikat untuk bilangan kuantum momentum sudut ( $l = 0$ ).

	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$
$\alpha = 0,1$	2	3	3	4	5
$\alpha = 0,2$	1	2	3	4	4
$\alpha = 0,3$	1	2	3	3	3
$\alpha = 0,4$	1	2	2	3	3
$\alpha = 0,5$	1	2	2	2	3
$\alpha = 0,6$	1	1	2	2	3
$\alpha = 0,7$	1	1	1	2	2
$\alpha = 0,8$	1	1	2	2	2
$\alpha = 0,9$	1	1	1	2	2
$\alpha = 1,0$	1	1	1	2	2
$\alpha = 1,1$	0	1	1	2	2
$\alpha = 1,2-2,2$	0	1	1	1	2
$\alpha = 2,3-3,0$	0	0	1	1	1
$\alpha = 3,4-4,4$	0	0	0	1	1
$\alpha = 4,5-5,4$	0	0	0	0	1
$\alpha = 5,5-5,9$	0	0	0	0	0
$\alpha = 6,0$	0	0	0	0	0

Tabel 2. Nilai kritis ( $\alpha_c$ ) untuk bilangan kuantum momentum sudut ( $l = 0$ ).

$\phi$	Nilai kritis ( $\alpha_c$ )				
	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$
0	1,0415	2,2130	3,3398	4,4114	5,4234

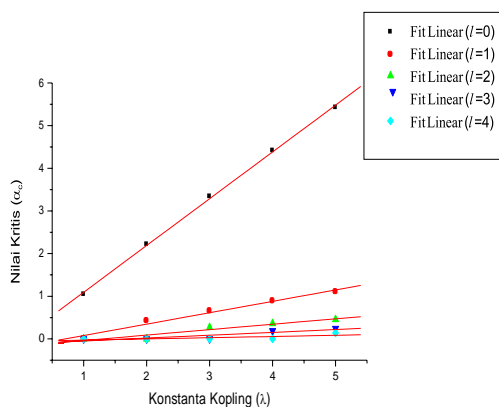
Tabel 3 menunjukkan hasil nilai kritis untuk jangkauan gaya inti ( $\alpha_c$ ) terhadap nilai bilangan kuantum momentum sudut ( $l = 0, 1, 2, 3, 4$ ) berdasarkan program yang telah dibuat.

Tabel 3. Nilai kritis ( $\alpha_c$ ) pada berbagai  $l$  dan nilai  $\lambda$

$l$	Nilai kritis ( $\alpha_c$ )				
	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$
0	1,0415	2,2130	3,3398	4,4114	5,4234
1	0	0,4231	0,6531	0,8878	1,1014
2	0	0	0,2700	0,3601	0,4543
3	0	0	0	0,1867	0,2429
4	0	0	0	0	0,1416

### Hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap nilai konstanta kopling ( $\lambda$ )

Hasil Tabel 3 nilai kritis ( $\alpha_c$ ) untuk nilai bilangan kuantum momentum sudut  $l = 0, 1, 2, 3, 4$ , dibuat bentuk grafik lalu diolah pada program *Origin Lab* dengan menggunakan *curve fitting* yang mendekati bentuk grafik yang dicari. Perhatikan Gambar 2 tersebut.



Gambar 2. Grafik hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap konstanta kopling ( $\lambda$ ).

Hasil grafik hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap nilai konstanta kopling ( $\lambda$ ) mendekati bentuk *linear*. Hubungan variabel

potensial Yukawa (nilai kritis) terhadap nilai konstanta kopling ( $\lambda$ ) menggunakan *fitting linear* diperoleh hasil dan nilai *Rsquare* ( $R^2$ ) sebagai berikut.

1. Untuk  $l = 0$  dengan nilai *Rsquare* ( $R^2$ ) = 0,99958

$$\alpha_c l = 0 = -0,00284 + 1,09622\lambda$$

2. Untuk  $l = 1$  dengan nilai *Rsquare* ( $R^2$ ) = 0,98899

$$\alpha_c l = 1 = -0,18717 + 0,26675\lambda$$

3. Untuk  $l = 2$  dengan nilai *Rsquare* ( $R^2$ ) = 0,96242

$$\alpha_c l = 2 = -0,16373 + 0,12687\lambda$$

4. Untuk  $l = 3$  dengan nilai *Rsquare* ( $R^2$ ) = 0,91171

$$\alpha_c l = 3 = -0,11583 + 0,06725\lambda$$

5. Untuk  $l = 4$  dengan nilai *Rsquare* ( $R^2$ ) = 0,90701

$$\alpha_c l = 4 = -0,05664 + 0,028326\lambda$$

Gambar 1 menunjukkan bahwa nilai kritis ( $\alpha_c$ ) semakin besar seiring bertambahnya nilai konstanta kopling ( $\lambda$ ), sehingga jangkauan gaya kuat dari interaksi dua nukleon semakin besar dengan semakin besarnya kekuatan relatif dari gaya kuat inti yang dialami nukleon. Jika nilai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ) semakin besar, maka nilai kritis ( $\alpha_c$ ) semakin menurun, menunjukkan adanya batas nilai yang dimiliki oleh bilangan kuantum momentum sudut pada saat dua nukleon berinteraksi.

### Hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap berbagai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ).

Penelitian selanjutnya yaitu mencari hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap berbagai nilai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ). Tabel 4 menunjukkan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap variasi bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ), sehingga  $k_l$  didefinisikan pada persamaan 12.

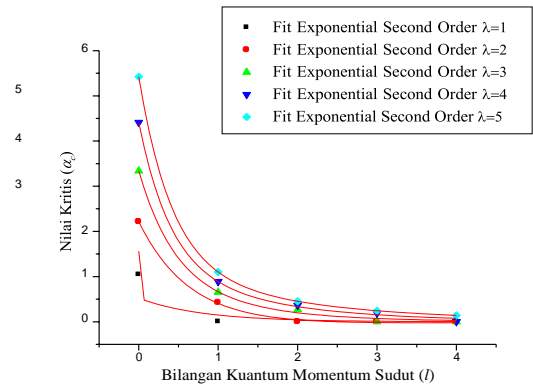
$$k_l = \frac{\alpha_c(l)}{\lambda} \quad (12)$$

Hasil penelitian untuk nilai kritis terhadap berbagai bilangan kuantum momentum sudut pada berbagai nilai konstanta kopling ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai  $k_l$  terhadap bilangan kuantum momentum sudut ( $l = 0, 1, 2, 3, 4$ )

	$l$	0	1	2	3	4
$\lambda=1$	$k_l$	1,0415	-	-	-	-
$\lambda=2$	$k_l$	2,2130	0,4231	-	-	-
$\lambda=3$	$k_l$	3,3398	0,6531	0,2700	-	-
$\lambda=4$	$k_l$	4,4114	0,8878	0,3601	0,1867	-
$\lambda=5$	$k_l$	5,4234	1,1014	0,4543	0,2429	0,1416

Hasil nilai kritis ( $\alpha_c$ ) untuk nilai bilangan kuantum momentum sudut  $l = 0, 1, 2, 3, 4$  pada Tabel 4 dibuat bentuk grafik lalu diolah pada program Origin Lab dengan menggunakan *curvefitting* yang mendekati bentuk grafik yang dicari. Dapat dilihat pada Gambar 3 sebagai berikut.



Gambar 3. Hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap berbagai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ).

Grafik hubungan nilai kritis terhadap bilangan kuantum momentum sudut ( $l = 0, 1, 2, 3, 4$ ) pada konstanta kopling ( $\lambda$ ) tetap, lalu dianalisis dengan menggunakan *fitting exponential second order* ditunjukkan persamaan 13.

$$k_l = A_1 \exp\left(-\frac{l}{B_1}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{l}{B_2}\right) \quad (13)$$

dengan mem-*fitting* data Tabel 4, pada persamaan 14 untuk nilai bilangan kuantum momentum sudut  $l$  yang kecil suku pertama lebih dominan karena  $A_1 > A_2$  sedangkan untuk nilai bilangan kuantum momentum sudut  $l$  yang besar suku kedua lebih dominan karena  $B_1 < B_2$ , jadi nilai kritis ( $\alpha_c$ ) menurun secara eksponensial pada bilangan kuantum momentum sudut  $l$  besar.

Hubungan nilai kritis ( $\alpha_c$ ) terhadap bilangan kuantum momentum sudut  $l$  menggunakan *fitting exponential second order* diperoleh persamaan sebagai berikut.

1. Untuk lamda ( $\lambda=1$ ).

$$\alpha_c(l) = \lambda \left[ 1,041 \exp\left(-\frac{l}{0,006}\right) + 0,520 \exp\left(-\frac{l}{0,799}\right) \right]$$

2. Untuk lamda ( $\lambda=2$ ).

$$\alpha_c(l) = \lambda \left[ 2,366 \exp\left(-\frac{l}{0,64}\right) + (-0,15) \exp\left(-\frac{l}{2,215}\right) \right]$$

3. Untuk lamda ( $\lambda=3$ ).

$$\alpha_c(l) = \lambda \left[ 2,272 \exp\left(-\frac{l}{0,439}\right) + 1,067 \exp\left(-\frac{l}{1,107}\right) \right]$$

4. Untuk lamda ( $\lambda=4$ ).

$$\alpha_c(l) = \lambda \left[ 3,095 \exp\left(-\frac{l}{0,393}\right) + 1,317 \exp\left(-\frac{l}{1,402}\right) \right]$$

5. Untuk lamda ( $\lambda=5$ ).

$$\alpha_c(l) = \lambda \left[ 4,161 \exp\left(-\frac{l}{0,414}\right) + 1,262 \exp\left(-\frac{l}{1,816}\right) \right]$$

**Energi Ikat pada Keadaan Kritis**

Penelitian selanjutnya mencari nilai energi ikat pada keadaan kritis. Setelah mendapatkan nilai kritis yang ditunjukkan Tabel 3, nilai tersebut dimasukkan ke dalam program sehingga akan diperoleh energi ikat pada keadaan kritis yang ditunjukkan oleh Tabel 5.

Tabel 5. Energi ikat (satuan energi) keadaan kritis pada berbagai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ )

Energi ikat keadaan kritis (satuan energi)					
$l$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$
0	-7,1925e-005	-7,0998e-005	-6,5367e-005	-1,8298e-005	-1,0225e-005
1	-	-5,0514e-005	-2,9145e-005	-6,5605e-005	-4,9576e-005
2	-	-	-0,0002557	-0,00019669	-8,5705e-005
3	-	-	-	-0,00010568	-6,9651e-005
4	-	-	-	-	-0,00021560

Hasil pada Tabel 5 nilai bilangan kuantum momentum sudut ( $l = 0$ ) menunjukkan energi ikat terendah pada keadaan dasar. Semakin besarnilai konstanta kopling ( $\lambda$ ) mengakibatkan nilai energi ikat terendah semakin besar menuju nilai nol pada bilangan kuantum momentum sudut yang sama.

**KESIMPULAN DAN SARAN**

**Kesimpulan**

Dari penelitian yang telah dilakukan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Pada konstanta kopling ( $\lambda$ ) tetap nilai kritisnya ( $\alpha_c$ ) menurun secara eksponensial terhadap berbagai nilai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ) dengan fungsi  $\alpha_c(l) = \lambda [A_1 \exp(-l/B_1) - A_2 \exp(-l/B_2)]$ .
2. Nilai energi ikat keadaan kritis pada berbagai bilangan kuantum momentum sudut ( $l$ ) dan konstanta kopling ( $\lambda$ ) yaitu
  - a. Pada  $l = 0$  untuk berbagai nilai konstanta kopling ( $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5$ ) secara berurutan adalah -7,1925e-005, -7,0998e-005, -6,5367e-005, -1,8298e-005, -1,0225e-005.
  - b. Pada  $l = 1$  untuk berbagai nilai konstanta kopling ( $\lambda = 2, 3, 4, 5$ ) secara berurutan adalah -5,0514e-005, -2,9145e-005, -6,5605e-005, -4,957e-005.
  - c. Pada  $l = 2$  untuk berbagai nilai konstanta kopling ( $\lambda = 3, 4, 5$ ) secara berurutan adalah -0,0002557, -0,00019669, -8,5705e-005.
  - d. Pada  $l = 3$  untuk berbagai nilai konstanta kopling ( $\lambda = 4, 5$ ) secara berurutan adalah -0,00010568, -6,9651e-005.
  - e. Pada  $l = 4$  untuk nilai konstanta kopling ( $\lambda = 5$ ) secara adalah -0,00021560.



## Saran

Untuk penelitian selanjutnya disarankan agar menentukan jenis interaksi partikel yang akan dikaji, adanya metode pembandingan misalnya dengan metode *Runge Kutta*, metode *Monte Carlo* dan mencari kuadrat fungsi gelombang untuk menunjukkan probabilitas .

## DAFTAR PUSTAKA

- Beiser, Artur. (1987). *Konsep Fisika Modern*. Jakarta: Erlangga.
- Joko Tri Yuniyanto. (2011). Nilai Kritis Pada Berbagai Nilai Momentum Sudut Pada Interaksi Dua Nukleon. *Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta.
- Luo, Xiang-Qiandkk., (2005). Bound State and Critical Behavior of The Yukawa Potential. *Science in China Journal* (Vol 49, number 1, Januari, 2006). Hlm 60-71.
- R. Yosi Aprian Sari. (2000). Swafungsi dan Observable Deuteron Aspek Teoritis dan Komputasi. *Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Gajah Mada.
- Shandar Tunggal Ksatria. (2013). Variasi Parameter-parameter Fisis Konstanta Kopling ( $\lambda$ ) dan Jangkauan Interaksi ( $\alpha$ ) Pada Interaksi Dua Partikel Pada Keadaan Dasar ( $l = 0$ ). *Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta.