

STUDI INTERAKSI DUA NUKLEON DAN FENOMENA KRITIS POTENSIAL YUKAWA

INTERACTION STUDY OF TWO NUCLEONS AND CRITICAL PHENOMENON OF THE POTENTIAL YUKAWA

Oleh :

Bima Anang Dwijaya dan R. Yosi Aprian Sari, M.Si
bimaadwijaya@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui nilai energi ikat inti pada interaksi dua nukleon dalam besaran komputasi (tak bersatuan), mengetahui hubungan antara jangkauan interaksi nukleon (l/α) terhadap nilai konstanta kopling (λ) dan mengetahui hubungan antara (α_c) sebagai fungsi (l). Penelitian ini menggunakan persamaan Schrodinger yang mengandung potensial efektif (potensial Yukawa dan potensial sentrifugal). Metode yang digunakan untuk penyelesaian persamaan Schrodinger di penelitian ini adalah metode beda hingga (*finite difference method*) dan metode bagi dua (*bisection method*) untuk menentukan swanilai sebagai nilai energi ikat inti. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa semakin besar nilai konstanta kopling (λ) pada bilangan kuantum $l=0$, maka semakin besar pula jangkauan interaksi antar nukleon (l/α). Pada $l = 0$ untuk $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5$ secara berurutan adalah -5.5706×10^{-5} , -3.9383×10^{-5} , -4.2967×10^{-5} , -3.6282×10^{-5} , -5.6721×10^{-5} . Pada $l = 1$ untuk nilai $\lambda = 2, 3, 4, 5$ secara berurutan adalah -2.8020×10^{-4} , -1.6167×10^{-4} , -3.6391×10^{-4} , -2.7500×10^{-4} . Pada $l = 2$ untuk $\lambda = 3, 4, 5$ secara berurutan adalah -3.1003×10^{-4} , -4.7158×10^{-4} , -4.7541×10^{-4} . Pada $l = 3$ untuk $\lambda = 4, 5$ secara berurutan adalah -5.8623×10^{-4} , -3.8635×10^{-4} . Pada $l = 4$ untuk $\lambda = 5$ adalah -1.1960×10^{-3} . Pada konstanta kopling (λ) tetap, nilai kritis (α_c) menurun secara eksponensial terhadap berbagai nilai bilangan kuantum momentum sudut (l) dengan fungsi $\alpha_c(l) = \lambda[A1 \exp(-l/B1) + A2 \exp(-l/B2)]$ dengan $A1=0.83227$, $B1=0.41485$, $A2=0.00954$ dan $B2=0.04329$.

Kata kunci: potensial Yukawa, energi ikat, nukleon

Abstract

This study aims to determine the value of the nucleus binding energy on the interaction of two nucleons in the unit of computing (non dimensionless). The second aim is to determine the relation between the range of interaction of nucleons (l/α) to the value of coupling constants (λ). The last is to determine the relation between (α_c) as a function of (l). This study uses the Schrodinger equation containing effective potential (Yukawa potential and centrifugal potential). The method used to solve the Schrodinger equation in this study the finite difference method and bisection method to determine eigenvalue as a nucleus binding energy. The results of this study showed that the greater the value of the coupling constants (λ) on the quantum number $l = 0$, the greater the range of interactions between nucleons (l/α). At $l = 0$ for $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5$ the range of interactions are: -5.5706×10^{-5} , -3.9383×10^{-5} , -4.2967×10^{-5} , -3.6282×10^{-5} , -5.6721×10^{-5} respectively, at $l = 1$ to the value $\lambda = 2, 3, 4, 5$ the range of interactions are: -2.8020×10^{-4} , -1.6167×10^{-4} , -3.6391×10^{-4} , -2.7500×10^{-4} respectively, at $l = 2$ for $\lambda = 3, 4, 5$ the range of interactions are: -3.1003×10^{-4} , -4.7158×10^{-4} , -4.7541×10^{-4} respectively, at $l = 3$ for $\lambda = 4, 5$ the range of interactions are -5.8623×10^{-4} , -3.8635×10^{-4} respectively, at $l = 4$ for $\lambda = 5$ is -1.1960×10^{-3} . With a constant the

coupling constants (λ), the critical value (α_c) decreases exponentially with respect to various values of the angular momentum quantum number (l) with the function $\alpha_c(l) = \lambda [A1 \exp(-l/B1) + A2 \exp(-l/B2)]$ where $A1=0.83227$, $B1=0.41485$, $A2=0.00954$ and $B2=0.04329$.

Keywords: Yukawa potential, binding energy, nucleons.

PENDAHULUAN

Setiap atom terdiri dari sebuah inti kecil yang terdiri dari proton dan neutron dan sejumlah elektron pada jarak yang agak jauh. Proton dan neutron juga dikenal sebagai nukleon. Nukleon-nukleon di dalam inti atom saling berinteraksi. Interaksi dua nukleon dapat berwujud interaksi proton-proton, neutron-neutron, dan proton-neutron. (Yosi, 2010). Dalam interaksinya, proton dan neutron mengalami proses pertukaran meson. Pertukaran meson diusulkan oleh Yukawa pada tahun 1935 yang dikenal sebagai Teori Medan Meson. Interaksi nukleon-nukleon (dua nukleon atau lebih) dapat berupa interaksi kuat, interaksi elektromagnetik dan interaksi lemah yang dapat menentukan sifat-sifat atau perilaku inti meliputi fungsi keadaan, tingkat energi dan beberapa variabel lainnya. Ketiga interaksi tersebut bersama-sama dengan interaksi gravitasi dikenal sebagai empat interaksi fundamental. (Yosi, 2010).

Penelitian tentang interaksi partikel di dalam inti atom terus dikembangkan dalam upaya memahami perilaku dari partikel tersebut. Berbagai macam pendekatan dengan beberapa pemodelan partikel di dalam inti atom dilakukan dengan bantuan komputer.

Permasalahan yang dikaji pada penelitian ini adalah mencari nilai energi ikat pada keadaan kritis dan hubungan pada nilai kritis (α_c) terhadap nilai bilangan kuantum momentum sudut (l) pada berbagai nilai konstanta kopling (λ). Formulasi matematis yang digunakan adalah persamaan Schrödinger satu dimensi dalam kajian bagian radialnya, dengan metode finite difference (beda hingga) dan bisection (bagi dua) sehingga diharapkan dapat mengetahui nilai energi ikat nukleon-nukleon saat dalam berinteraksi dan hubungan parameter-parameter potensial Yukawa pada berbagai keadaan bilangan kuantum momentum sudut (l).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Komputasi Fisika Jurusan Pendidikan Fisika Universitas Negeri Yogyakarta. Penelitian ini dilakukan pada bulan Agustus 2016 sampai dengan bulan Maret 2017. Perangkat keras yang dibutuhkan dalam penelitian ini adalah sebuah komputer dengan spesifikasi prosessor intel core i5, RAM 4 GB, harddisk 1 TB. Program yang digunakan dalam penelitian ini yaitu Matlab versi 7.6.0 (R2008a) produk dari Mathwork, Inc.

Teknik pengambilan data

Untuk menyelidiki interaksi nukleon dalam inti pada berbagai nilai bilangan kuantum momentum sudut menggunakan penyelesaian yang memuat persamaan pusat massa yang bebas dan penyelesaian gerak relatif yang memenuhi Schrodinger radial yang berlaku untuk sistem mikroskopik tanpa spin yaitu:

$$\hat{H}\psi(r) = (\hat{T} + \hat{V})\psi(r) = E\psi(r) \quad (1)$$

atau

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + U(r)\right]\psi(r) = E\psi(r) \quad (2)$$

$$U(r) = V(r) + \frac{\hbar^2(l+1)}{2mr^2} \quad (3)$$

$U(r)$ merupakan potensial efektif, penjumlahan antara potensial sentral dengan potensial sentrifugal ditunjukkan pada persamaan 23. $V(r)$ merupakan potensial sentral, dalam interaksi nukleon didalam inti atom pada penelitian ini dipilih potensial Yukawa yang ditunjukkan pada persamaan 25. Fungsi Schrodinger pada koordinat bola ditunjukkan dalam bentuk

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (4)$$

dan bagian radial $R(r)$ adalah sebuah solusi untuk

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} u(r) + \left[V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right] u(r) = Eu(r) \quad (5)$$

$V(r)$ merupakan potensial sentral, dalam interaksi nukleon didalam inti atom maka dipilih potensial Yukawa. Dimana gabungan antara potensial Yukawa dan potensial sentrifugal dikenal sebagai potensial efektif $U(r)$. Dalam sistem Hamiltonian persamaan Schrodinger dapat dibentuk sebagai berikut

$$(\hat{H} - E)\psi_i = 0 \quad (6)$$

Jika dipertimbangkan dalam bentuk matrik maka persamaan diatas menjadi

$$(T - Ik)a = 0 \quad (7)$$

penyelesaian bentuk diatas jika dijabarkan ke dalam persamaan polynomial maka bentuknya menjadi $C_n k^n + C_{n-1} k^{n-1} + \dots + C_1 k + C_0 = 0$ (8)

Dimana koefisien C_i bergantung pada elemen dari matrik T. persamaan di atas dikenal dengan persamaan karakteristik dari matrik untuk solusi eigenvalue. Sehingga k merupakan nilai eigen dari suatu fungsi eigen (a) (Griffiths,1995:88).

Persamaan Schrodinger untuk interaksi dua nukleon dalam keadaan Radialnya

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + U(r) \right] \psi(r) = E \psi(r) \quad (9)$$

Dengan fungsi Polynomial matrik Tridiagonal maka diperoleh:

$$P_N(E) = [b_N - E]P_{N-1}(E) - a_N c_{N-1} P_{N-2}(E) \quad (10)$$

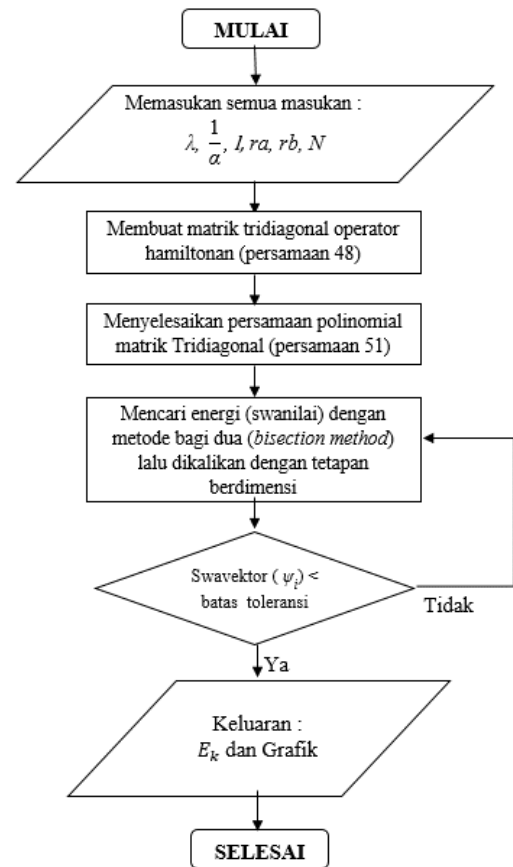
Untuk $P_N(E) = 0$, dengan menggunakan Metode *bagi dua* (*bisection method*) sehingga diperoleh E (Energi).

Teknik Analisis Data

Penelitian ini diawali dengan penyelesaian alur program dengan menggunakan metode numerik, dengan melakukan diskretasi terhadap persamaan Schrödinger menggunakan metode matrik beda hingga dan metode bagi dua. Hasil dari diskretasi

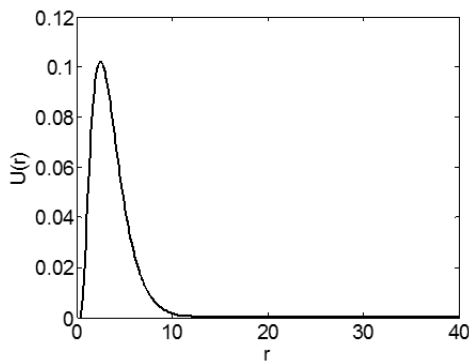
diterapkan ke dalam algoritma program menggunakan bahasa pemrograman Matlab. Penerapan hasil diskretasi persamaan scrodinger ke dalam algoritma progam, dengan menentukan besaran masukan dan besaran keluaran program. Masukan berupa besaran fisis yaitu nilai konstanta kopling (λ), jangkuan gaya inti($\frac{1}{\alpha}$), bilangan kuantum orbital(l), batas atas, batas bawah, banyaknya interval. Keluaran program berupa energi dari interaksi antar nukleon dan grafik persamaan gelombang.

Diagram Alir (*Flowchart*) program penentuan nilai kritis pada interaksi dua nukleon.



HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada awal program sudah ditentukan beberapa masukan berupa nilai dari kontanta kopling (λ) adalah 1 dan nilai jangkauan interaksi inti (α) adalah 0,1. Keluaran program berupa grafik fungsi gelombang dan nilai energi ikat inti. Dibawah ini adalah hasil dari keluaran program yang menunjukkan keadaan dasar dan eksitasi pertama sampai

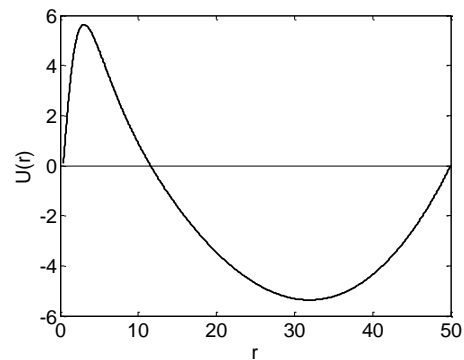


ketiga.

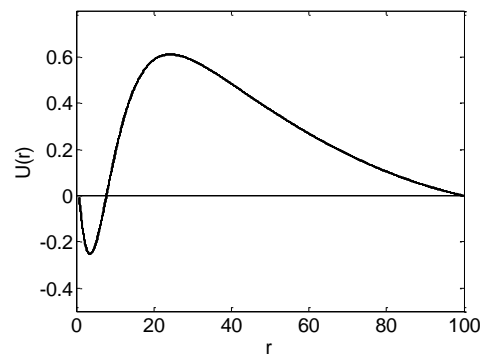
Gambar 1. Fungsi gelombang $u(r)$ untuk keadaan dasar ($l = 0$)

Pada gambar 1 Berdasarkan fungsi gelombang keadaan dasar didapatkan bentuk grafik asimtotik sehingga terdapat energi ikat terendah yang menunjukkan nukleon-nukleon dalam keadaan terikat. Jarak antar nukleon dimulai dari $r \neq 0$, hal ini dikarenakan jika $r = 0$ maka energi potensialnya menjadi tidak terbatas. Dalam

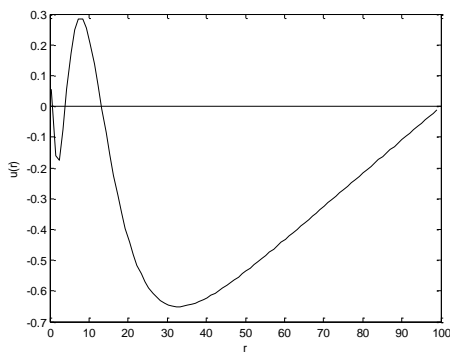
penelitian ini jarak terdekat antar nukleon yaitu 0,3869 fm. Dari gambar 1 dapat diamati bahwa ada perbedaan skala yang dihasilkan, hal ini kemungkinan terjadi karena perbedaan input yang digunakan dan metode yang digunakan. Grafik kiri menggunakan metode runge kutta, sedangkan grafik kanan menggunakan metode beda hingga.



Gambar 2. Fungsi gelombang $u(r)$ untuk keadaan eksitasi pertama ($l = 1$)



Gambar 3. Fungsi gelombang $u(r)$ untuk keadaan eksitasi kedua ($l = 2$)

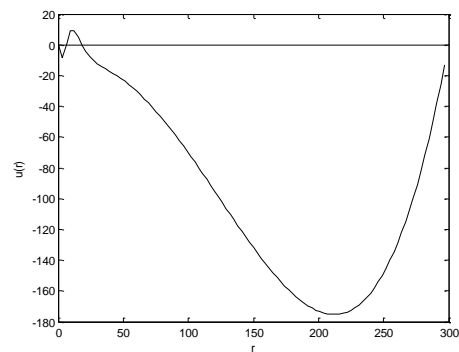


Gambar 4. Fungsi gelombang $u(r)$ untuk keadaan eksitasi ketiga ($l = 3$) Gambar 2 sampai gambar 4 menunjukkan semakin besar nilai bilangan kuantum momentum sudut maka jangkauan interaksinya semakin besar sehingga energi ikatnya berubah menuju ke nol atau positif yang berarti energi ikatnya semakin lemah. Gambar 2 sampai gambar 4 menunjukkan ikatan nukleon semakin lemah karena jangkauan interaksinya semakin besar. Energi ikat sebagai variabel kontrol untuk mengetahui nilai kritis jangkauan gaya inti (α_c) pada berbagai nilai konstanta kopling (λ) dan bilang kuantum momentum sudut (l). Energi ikat adalah besar energi yang diperlukan untuk mengikat dua nukleon agar terbentuk inti atom, sehingga energi ikat ditampilkan pada keluaran program. Tabel 1 menunjukkan perubahan energi ikat dipengaruhi oleh perubahan nilai α , sehingga semakin besar nilai α ,

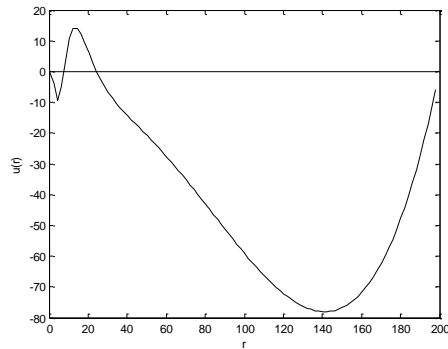
menyebabkan nilai energi ikat terendah nukleon (E) keadaan dasar semakin besar, ditandai nilai energi mendekati nol. Selanjutnya memperlihatkan grafik fungsi gelombang pada eksitasi ketiga ($l = 3$) dimana semakin jauh jarak interaksi nukleon (r) dapat mempengaruhi nilai energi ikatnya, dapat dilihat pada gambar 5 dan gambar 6.

Tabel 1. Energi ikat nukleon untuk bilangan kuantum momentu sudut ($l = 0$) pada konstanta kopling ($\lambda = 1$)

α	Jumlah Energi ikat	Energi ikat
0.1	2	-0.192488
		-2.2511
0.2	1	-1.80612
0.3	1	-1.42267
0.4	1	-1.09424
0.5	1	-0.815739
0.6	1	-0.582963
0.7	1	-0.392137
0.8	1	-0.239446
0.9	1	-0.120558
1.0	1	-0.0303764

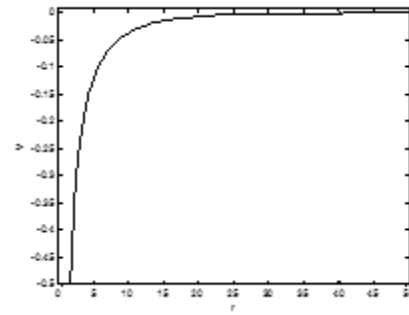


Gambar 5. Grafik fungsi gelombang $u(r)$ pada $r = 200$ ($l = 3$)



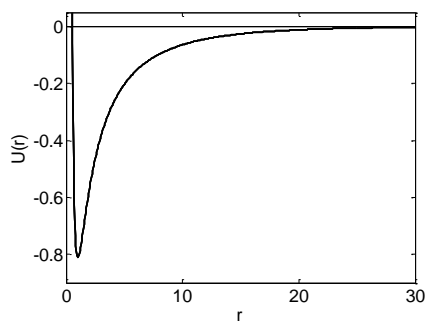
Gambar 6. Grafik fungsi gelombang $u(r)$ pada $r = 300$ ($l = 3$)

Berdasarkan gambar 4 dan gambar 5 menunjukkan grafik gelombang terhadap jarak interaksi nukleon. Gambar 3 pada jarak r maksimal 200 energi ikat sebesar -0.3897 sedangkan pada gambar 4 pada jarak r maksimal 300 mempunyai energi ikat sebesar -0.2161 sehingga semakin jauh jarak interaksi nukleon ($r \rightarrow \infty$) yang ditentukan, nilai energi akan menuju nol atau positif, hal ini menunjukkan nukleon-nukleon inti saling berinteraksi pada jarak yang sangat dekat sehingga nukleon nukleon akan saling mengikat. Energi ikat mendekati nol menunjukkan nukleon nukleon berada dalam kondisi ikatan yang lemah sedangkan energi ikat positif pada jarak yang jauh menunjukkan nukleon-nukleon berada dalam kondisi bebas dan tidak terjadi ikatan untuk membuat sebuah inti.

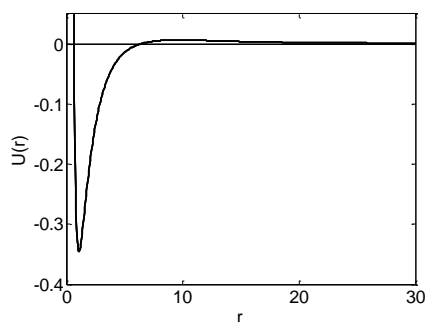


Gambar7. Grafik potensial efektif $U(r)$ pada $l = 0$

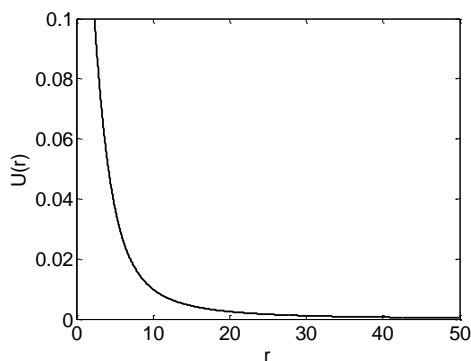
Partikel dalam keadaan terikat juga dapat diamati menggunakan grafik potensial efektif seperti yang ditunjukkan gambar 6. Keadaan bilangan kuantum momentum sudut bernilai nol jika $U_{eff}(r) < 0$, maka energi ikat bernilai negatif. Hal ini menunjukkan bahwa nukleon-nukleon akan saling mengikat dan membentuk sebuah inti dengan kekuatan tertentu pada potensial yang bernilai negatif. Potensial yang bernilai nol atau positif tidak terjadi ikatan, nukleon-nukleon berada dalam keadaan bebas dan tidak terjadi ikatan untuk membentuk sebuah inti. Pada keadaan nilai momentum lebih besar dari nol ($l > 0$) untuk berbagai nilai α , dapat dilihat pada Gambar 7, Gambar 8 dan Gambar 9.



Gambar 8. Grafik potensial efektif $U(r)$ pada $l \neq 0$ saat $\alpha \ll \alpha_c$.



Gambar 9. Grafik potensial efektif $U(r)$ pada $l \neq 0$ saat $\alpha \approx \alpha_c$.



Gambar 10. Grafik potensial efektif $U(r)$ pada $l \neq 0$ saat $\alpha \gg \alpha_c$.

Gambar 8 menunjukkan $\alpha \ll \alpha_c$ pada jarak tertentu mempunyai nilai energi ikat kurang dari nol atau bernilai negatif ($E < 0$),

hal ini menunjukkan bahwa nukleon tersebut saling berikatan. Pada jarak maksimum nilai energi ikat lebih dari nol ($E \geq 0$) bisa terjadi tetapi kemungkinannya sangat kecil, karena partikel dapat bergerak bebas dengan jarak yang tak terbatas. Gambar 9 ketika $\alpha \approx \alpha_c$ menunjukkan partikel dalam keadaan terikat yang dibatasi pada jarak tertentu, sedangkan pada jarak (r) yang jauh nilai energi ikat bernilai nol atau positif menunjukkan partikel tersebut pada keadaan tidak terikat. Gambar 10 ketika $\alpha \gg \alpha_c$ menunjukkan tidak ada energi ikat yang muncul disebabkan potensialnya bernilai positif.

Penelitian selanjutnya yaitu mengetahui nilai kritis jangkauan gaya inti (α_c) pada berbagai nilai konstanta kopling (λ) dan bilangan kuantum momentum sudut (l). Mengetahui nilai kritis jangkauan gaya inti (α_c) sebagai indikasinya adalah jumlah energi ikat. Jumlah energi ikat saat berubah mendekati nol menunjukkan akan terjadinya keadaan kritis, dapat dilihat pada Tabel 2 lalu memilih nilai α maksimum untuk menghasilkan nilai kritisnya (α_c) ditunjukkan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 2. Jumlah energi ikat untuk bilangan kuantum momentum sudut $l = 0$

α	λ				
	1	2	3	4	5
0.1	2	3	3	4	5
0.2	1	2	3	4	5
0.3	1	2	3	3	3
0.4	1	2	2	3	3
0.5	1	2	2	2	3
0.6	1	1	2	2	3
0.7-0.8	1	1	2	2	2
0.9-1.0	1	1	1	2	2
1.1	-	1	1	2	2
1.2-1.4	-	1	1	1	2
1.5-2.2	-	1	1	1	1
2.3-3.3	-	-	1	1	1
3.4-4.4	-	-	-	1	1
4.5-5.4	-	-	-	-	1

Tabel 4. Nilai kritis (α_c) pada berbagai nilai bilangan kuantum momentum sudut (l) dan nilai konstanta kopling (λ)

l	α_c				
	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$
0	1.0415	2.2130	3.3394	4.4115	5.4234
1	-	0.4231	0.6531	0.8778	1.1014
2	-	-	0.2622	0.3602	0.4543
3	-	-	-	0.1867	0.2429
4	-	-	-	-	0.1416

Penelitian selanjutnya yaitu mencari hubungan nilai kritis (α_c) terhadap bilangan kuantum momentum sudut (l). Nilai kritis untuk berbagai nilai momentum sudut (l) dan nilai konstanta kopling (λ) menunjukkan hubungan berbanding terbalik berdasarkan Tabel 5, pada saat nilai bilangan kuantum momentum sudut bernilai besar nilai kritis semakin menurun pada konstanta kopling besar juga. Diperoleh bentuk hubungan antara nilai kritis (α_c) terhadap bilangan kuantum momentum sudut (l) pada persamaan 49.

$$k_l = \frac{\alpha_c(l)}{\lambda} \tag{11}$$

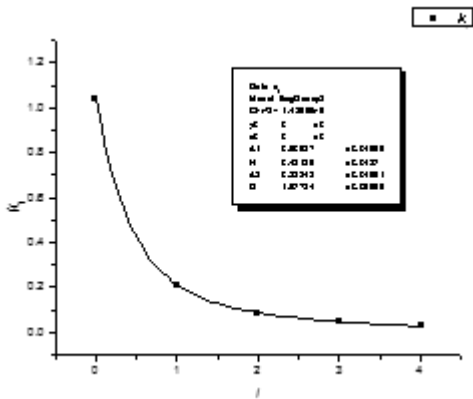
Hasil penelitian untuk nilai kritis terhadap nilai bilangan kuantum momentum sudut pada berbagai nilai konstanta kopling ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai k_l terhadap bilangan kuantum momentum sudut ($l = 0, 1, 2, 3, 4$)

l	k_l				
	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$
0	1.0415	1.1065	1.1131	1.1029	1.0847
1	-	0.2116	0.2177	0.2195	0.2203
2	-	-	0.0874	0.0901	0.0909

3	-	-	-	0.0467	0.0486
4	-	-	-	-	0.0283

Hasil nilai kritis (a_c) untuk nilai bilangan kuantum momentum sudut $l = 0, 1, 2, 3, 4$ pada $\lambda = 5$ pada tabel 4 dibuat bentuk grafik lalu diolah pada program OriginLab dengan menggunakan *fitting* kurva yang mendekati bentuk grafik yang dicari. Dapat dilihat pada Gambar 16 sebagai berikut



Gambar 11. Hubungan k_l terhadap bilangan kuantum momentum sudut (l) untuk berbagai nilai konstanta kopling.

Grafik hubungan nilai kritis terhadap bilangan kuantum momentum sudut ($l = 0, 1, 2, 3, 4$) pada berbagai konstanta kopling (λ), lalu dianalisis dengan menggunakan *fitting exponential second order* ditunjukkan persamaan 12.

$$k_l = A_1 \exp\left(-\frac{l}{B_1}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{l}{B_2}\right) \quad (12)$$

Hubungan nilai kritis (a_c) terhadap bilangan kuantum momentum sudut (l) menggunakan *fitting exponential second order* diperoleh persamaan relasi sebagai berikut:

$$\alpha_c(l) = \lambda \left[0.80937 \exp\left(-\frac{l}{0.42128}\right) + 0.23213 \exp\left(-\frac{l}{1.87734}\right) \right] \quad (13)$$

Energi Ikat pada Keadaan Kritis

Penelitian selanjutnya mencari nilai energi ikat pada keadaan kritis. Setelah mendapatkan nilai kritis yang ditunjukkan Tabel 4, nilai tersebut dimasukkan ke dalam program sehingga akan diperoleh energi ikat pada keadaan kritis yang ditunjukkan oleh Tabel 6.

Tabel 6. Energi kritis pada berbagai bilangan kuantum momentum sudut (l)

l	E_k				
	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$
0	-5.57×10^{-5}	-3.94×10^{-5}	-4.30×10^{-5}	-3.63×10^{-5}	-5.67×10^{-5}
1		-2.80×10^{-4}	-1.62×10^{-4}	-3.64×10^{-4}	-2.75×10^{-4}
2			-3.10×10^{-4}	-4.72×10^{-4}	-4.75×10^{-4}
3				-5.86×10^{-4}	-3.86×10^{-4}
4					-1.20×10^{-3}

Hasil pada Tabel 6 menunjukkan nilai energi ikat semakin meningkat dengan semakin besarnya nilai bilangan kuantum momentum sudut (l).

Berdasarkan Tabel 6 dapat diketahui bahwa energi ikat terbesar berada pada nilai konstanta kopling $\lambda = 5$, ini membuktikan bahwa semakin besar kekuatan relatif dari gaya kuat inti akan menyebabkan jangkauannya semakin luas sampai ke beberapa kulit terluar dari inti atom.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa hubungan antara jangkauan interaksi nukleon (α) dan nilai konstanta kopling (λ) pada $l = 0$ berbanding lurus, semakin besar nilai konstanta kopling (λ) maka semakin besar pula jangkauan interaksi nukleon ($1/\alpha$). Nilai energi ikat keadaan kritis pada berbagai bilangan kuantum sudut (l) dan konstanta kopling (λ) yaitu - 5.5706×10^{-5} , - 2.8020×10^{-4} , - 3.1003×10^{-4} , - 5.8623×10^{-4} , - 1.1960×10^{-3} . Semakin besar nilai l dan semakin besar nilai λ , nilai energi ikat pada keadaan kritis akan semakin besar. Pada konstanta kopling (λ) tetap nilai kritis (αc) menurun secara eksponensial terhadap berbagai nilai

bilangan kuantum momentum sudut (l) dengan fungsi

$$\alpha_c(l) = \lambda \left[0.80937 \exp\left(-\frac{l}{0.42128}\right) + 0.23213 \exp\left(-\frac{l}{1.87734}\right) \right]$$

Saran

Penelitian ini perlu dikembangkan ke penelitian yang berkelanjutan agar memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan tentang inti atom. Perlu dipelajari dengan jenis interaksi partikel spesifik. Perlu metode pembandingan, misal metode Monte Carlo atau Runge Kutta.

DAFTAR PUSTAKA

- Baharuddin, (1988). *Fisika Kuantum*. Jakarta: LPTK.
- Beiser, Artur. (1987). *Konsep Fisika Modern*. Jakarta: Erlangga.
- Dyah, Agustina S. (2010). Hubungan Parameter-parameter Potensial Yukawa pada Keadaan Dasar dari Interaksi Nukleon-nukleon dalam Inti. *Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta.

- Eisenberg, J.M. and Greiner, W. (1986). *Nuclear Theory; Microscopic Theory of The Nucleus*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- Gautreau, Ronald and Savin, William.(1984). *Teori dan Soal-Soal Fisika Modern*. Jakarta:Erlangga.
- Griffiths, David J. (1995). *Introduction to Quantum Mechanics second edition*. Prentice Hall.
- Hidayanto, Eko. (2009). *Energi Ikat dan Gaya Inti*. Semarang: Departemen of Physics-Diponegoro University.
- Shandar T.K. (2013). Variasi Parameter-parameter Fisis Konstanta Kopling (λ) dan Jangkauan Interaksi (α) Pada Interaksi Dua Partikel Pada Keadaan Dasar ($l = 0$). *Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta.
- Luknanto, Djoko. (2001). *Metoda Numerik*. Yogyakarta: FT UGM.
- Li, Y.Y.,Luo, X.Q.,Kroger, H. (2005). Bound State and Critical Behavior of The Yukawa Potential. *Science in China Journal* (Vol 49, number 1,januari,2006). Hlm 60-71
- Nandakumar, Sri. (2011). *Numerical Methods*. Malappuram Kerala: Calicut University.
- Yuniyanto, Joko Tri. (2011). Nilai Kritis Pada Berbagai Nilai Momentum Sudut Pada Interaksi Dua Nukleon. *Skripsi*. Yogyakarta: Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta.
- Pal, M.K. (1982). *Theory of Nuclear Structure*. New Dehli: East-West Press private Limited.
- Purcell, E.J. dan Varberg, D. (2001). *Kalkulus Jilid 1*. Batam: Interaksa.
- R. Yosi Aprian Sari, Supardi, Agung BSU, Arief Hermanto. (2012). Dinamika Pertukaran Partikel Pada Interaksi Nukleon-Nukleon dalam Potensial Lokal. *Journal Indonesian Journal of Applied Physics (IJAP)* Vol 02 / No 1 / April 2012, ISSN: 2089-0133, <http://ijap.mipa.uns.ac.id>
- R. Yosi Apriansari. (2000). Swafungsi dan Observable Deutron Aspek Teoritis dan Komputasi. *Skripsi*.

- Yogyakarta: Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Gajah Mada.
- Sutopo. (2005). *Pengantar fisika kuantum*. Malang: UM PRESS.
- Ugalde, J.M, Sarasola, C. and Lopes, X. (1997). Atomic and Molecular Bound Ground States of The Yukawa Potential. *Physical Review A*. (Vol. 56. No. 2, Februari 1997)
- Wiyatmo, Yusman. (2006). *Fisika Nuklir dalam Telaah Semi-Klasik dan Kuantum*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.